colecția BIBLIOTECA BĂNCII NAȚIONALE

13

Nicholas
GEORGESCU-ROEGEN

Economie analitică

IV*

EDITURA Expert

Scanned with OKEN Scanner

În acest volum sunt cuprinse articolele publicate în diferite reviste științifice (în anii indicați în paranteză) și republicate în volumul "Analitical Economics: Issues and Problems", Cambridge, Mass. Harvard University Press, 1966, mai puțin **Introducere: orientare în probleme economice** din "**Analitical Economics**", *care se va publica separat, în deschiderea volumului VII al seriei* **Opere complete** - *N. Georgescu-Roegen în limba română,* **Epistemologia roegeniană**.

- *Teoria pură a comportamentului consumatorului (1936)*
- *Teoria alegerii și constanța legilor economice (1950)*
- *Alegere, expectative și măsurabilitate (1954)*
- *Alegerea și preferința relevată (1954)*
- *Pragul alegerii și teoria cererii (1954)*
- *Natura expectativei și a incertitudinii (1958)*
- *Coeficienții ficși ai producției și teoria productivității marginale (1935)*
- *Fenomene de relaxare în modelele dinamice liniare (1951)*
- *Câteva proprietăți ale modelului generalizat al lui Leontief (1951)*
- *Limitaționalitate, limitativitate și echilibrul economic (1955)*

Scanned with OKEN Scanner

Nicholas Georgescu-Roegen

OPERE COMPLETE

IV

Cartea I

ECONOMIE ANALITICĂ

Teme şi probleme

Coordonare generală: **Prof. univ. Aurel IANCU**
Membru Corespondent al Academiei Române

Îngrijirea volumului:
Dr. Ihor LEMNIJ
Prof. univ. dr. Ludovic TÖVISSI
Prof. dr. Liviu GROZA

Scanned with OKEN Scanner

Nicholas Georgescu-Roegen
Analytical Economics
Issues and Problems

Nicholas Georgescu-Roegen
Economie analitique
Thèmes et problèmes

Nota redacției

Iconografia prezentei ediții este reprodusă, prin procesare electronică, din original

Coperta colecției: ***Alexandru CHIALDA***
Versiunea în limba română: ***Mircea FÂȚĂ***
Prezentarea grafică: ***Victor PREDA***

ISBN - 973 - 9282 - 87 - 3

Apărut: trim. I, 2000

Scanned with OKEN Scanner

Cuprins

ediția originală

PREFAȚĂ DE PAUL A. SAMUELSON*

Partea I

INTRODUCERE: ORIENTARE ÎN PROBLEME ECONOMICE**

1. *Știința: o scurtă analiză a evoluției sale*
2. *Concepte, numere și calitate*
3. *Unele lecții privind obiectul oferit de fizică*
4. *Evoluție față de mecanică*
5. *Concluzii generale pentru economiști*

Partea a II-a

ALEGEREA: UTILITATE ȘI EXPECTATIVĂ

1. *Teoria pură a comportamentului consumatorului (1936)*
2. *Teoria alegerii și constanța legilor economice (1950)*
3. *Alegere, expectative și măsurabilitate (1954)*
4. *Alegerea și preferința relevată (1954)*
5. *Pragul alegerii și teoria cererii (1954)*
6. *Natura expectativei și a incertitudinii (1958)*

Partea a III-a

TEME SPECIALE ALE PRODUCȚIEI

7. *Coeficienții ficși ai producției și teoria productivității marginale (1951)*

---

* *S-a publicat în vol. I al seriei "***Opere complete** - *N. Georgescu-Roegen", **Omul și opera, Editura Expert, București**, 1996.*

** *Se publică separat în deschiderea volumului VII al seriei, - N. Georgescu-Roegen "***Epistemologia roegeniană**", **Editura Expert**, 2000.

Scanned with OKEN Scanner

8. Fenomene de relaxare în modelele dinamice liniare
9. Câteva proprietăţi ale modelului generalizat al lui Leontief (1951)
10. Limitaţionalitate, limitativitate şi echilibru economic (1955)

Partea a IV-a
DEZVOLTAREA ECONOMICĂ

11. Teoria economică şi economia agrară (1960)
12. Dovezile matematice ale prăbuşirii capitalismului (1960)

Index analitic
Index de nume

Scanned with OKEN Scanner

Cuprins*

Partea I

ALEGEREA: UTILITATE ŞI EXPECTATIVĂ

1. Teoria pură a comportamentului consumatorului (1936) 13
I. Introducere 13
II. Principalele postulate ale teoriei alegerii: Schema clasică; Condiţiile stabilităţii 16
III. Zona de saturaţie: două mărfuri 24
IV. Cazul de nonintegrabilitate 30
V. Indiferenţa în raport cu varietăţile integrale: tranzitivitate şi integrabilitate 32
VI. Limita de alegere 36
VII. Concluzii 51
Notă matematică 54

2. Teoria alegerii şi constanţa legilor economice (1950) 61
I. Introducere 61
II. Teoria alegerii consumatorului 62
III. Patru postulate restrictive 65
IV. Constanţa legilor economice 71
V. Caracterul determinant al echilibrului consumatorului 72
VI. Concluzii 76

3. Alegere, expectative şi măsurabilitate (1954) 77
I. Introducere 77

---

* În acest volum sunt cuprinse articolele publicate în diferite reviste ştiinţifice (în anii indicaţi în paranteză) şi republicate în volumul "Analytical Economics: Issues and Problems", Cambridge, Mass, Harvard University Press, 1966. **Introducere: orientare în probleme economice din *"Analytical Economics"*** se va publica separat în deschiderea volumului VII al seriei în limba română **Opere complete** - N. Georgescu-Roegen, **Epistemologia roegeniană**.

Scanned with OKEN Scanner

II. Postulatele de bază ale alegerii 80
III. Dorințele în raport cu utilitatea 85
IV. Structura dorințelor 89
V. Dorințe și alegere 95
VI. Indiferență și substituibilitate 98
VII. Alegere și prag psihologic 101
VIII. Alegere și risc 103
IX. Alegere și incertitudine 107
X. Observații finale 111
Referințe 113

4. Alegerea și preferința relevată (1954) 117
Notă matematică 131

5. Pragul alegerii și teoria cererii (1954) 132

6. Natura expectativei și a incertitudinii (1958) 149
I. Principalele aspecte ale expectativei 151
II. Expectativa și lumea materială 155
III. Certitudine și cvasicertitudine 162
IV. Expectativă și logică pură 165
V. Expectativa și convingerea subiectivă 170
VI. Harta expectativelor 178
VII. Decizii și raționalitate 185

Partea a II-a

PROBLEME SPECIALE ALE PRODUCȚIEI

7. Coeficienții ficși ai producției și teoria productivității marginale (1935) 195
8. Fenomene de relaxare în modelele dinamice liniare (1951) 221
9. Câteva proprietăți ale modelului generalizat al lui Leontief (1951) 240
10. Limitaționalitate, limitativitate și echilibrul economic (1955) 269
Notă matematică 288

Scanned with OKEN Scanner

Partea a III-a

DEZVOLTAREA ECONOMICĂ

11. Teoria economică şi economia agrară (1960) *295*
I. Teorie, realitate şi politică *296*
II. Suprapopulaţia: o reexaminare *307*
III. O analiză a problemelor teoretice *322*
IV. Observaţii finale *329*

12. Dovezile matematice ale prăbuşirii capitalismului (1960) *343*
I. Un model dinamic de capitalism *345*
II. Argumentul imperfecţiunii acumulării capitaliste *351*
III. O proprietate fundamentală a sistemului (S) *358*
IV. Observaţii finale *363*

Scanned with OKEN Scanner

Partea I

ALEGEREA: UTILITATE ŞI EXPECTATIVĂ

Scanned with OKEN Scanner

1

Teoria pură a comportamentului consumatorului

I. Introducere

Toate deosebirile majore dintre economia statică și cea dinamică țin de căile fundamental distincte prin care ele sunt tratate matematic. Cele mai multe, dacă nu toate, dintre relațiile funcționale utilizate pentru organizarea problemelor statistice ar putea fi reduse, datorită rațiunii de a fi a problemei înseși, reduse la un timp mai simplu de funcție generală, în sensul dat acestui concept de către Dirichlet[1].

Utilizarea unor asemenea funcții în cazul problemelor dinamice nu a fost încă justificată de nici o analiză. Funcțiile folosite în încercările de tratare matematică a economiei dinamice, pe lângă introducerea elementului timp într-un mod care pare să implice o anume relație cauzală între *fapte* și *timp*, au fost limitate și în ceea ce privește proprietățile lor structurale, pentru a ușura efectuarea transformărilor necesare.

De dragul acestei rațiuni de a fi a organizării generale, introducerea conceptului de utilitate marginală a fost considerată ca un progres față de modul în care Cournot a abordat problema statică și care folosește numai curbele cererii și ofertei.

Astăzi, legile cererii și ofertei par să fie concepte derivate, iar justificarea lor este făcută ca ultime considerațiuni care își găsesc locul în cadrul științelor economice, adică motivele care determină indivizii să producă și să schimbe bunuri.

Notă: Această lucrare este reprodusă după Quarterly Journal of Economics, L (1936), p. 545-593.

[1] *În acest sens, u este considerat o funcție a lui x, y, z, ... dacă oricărei mulțimi de valori ale acestora din urmă îi corespunde, univoc, o singură valoare a lui u. Un alt tip de funcție poate fi definit făcând ca valoarea lui u să depindă nu numai de valorile x, y, z, ..., ci și de calea urmată pentru a ajunge la orice mulțime specifică a acestor valori.*

Scanned with OKEN Scanner

Din aceleaşi motive, introducerea diversităţilor indiferenţei sau a ratei marginale de înlocuire a fost considerată ca o nouă îmbunătăţire a organizării. Şi, astfel, teoria echilibrului static, în măsura în care ţine de poziţia consumatorilor, ceea ce, fără îndoială, constituie partea cea mai delicată a problemei, a atins un grad de rigurozitate şi precizie considerat, nu cu mult timp în urmă, drept apanaj numai al ştiinţelor naturale. Nu trebuie decât să citim admirabila lucrare în două părţi scrisă de R.G.D. Allen şi J.R. Hicks[2] pentru a ne convinge de marile posibilităţi create tratării matematice a economiei statice.

Metoda ştiinţelor economice rămâne - şi se pare că va rămâne cu toate încercările în sens opus - aceea a experimentului mental căruia i se asociază introspecţia. Există atacurile cunoscute îndreptate împotriva acestei modalităţi de sprijinire a legilor ştiinţifice. Totuşi, ne putem apăra poziţia, argumentând că, în măsura în care tratăm poziţia consumatorului, introspecţia se justifică prin însăşi problema respectivă.

În acelaşi timp, putem căuta o modalitate de abordare mai sigură. La aceasta se poate ajunge, de exemplu, prin formularea experimentului nostru mental astfel încât să sugereze şi să dirijeze pas cu pas modelul unui experiment real care ar putea fi făcut în viitor, depinzând de posibilităţile tehnice din acest domeniu.

Implicit, această schemă va impune, dacă dorim să procedăm ştiinţific, ca toate rezultatele experimentului mental care nu sunt "evidente" *a priori* să fie prezentate ca ipoteze suplimentare. Astfel, putem să ajungem la formularea unui set necesar şi suficient de ipoteze pentru atacarea problemei şi să obţinem un fel de măsură a limitei până la care experimentul nostru mental se poate abate faţă de o cercetare similară reală. Pentru a menţine acest paralelism dintre experimentul mental şi cel real, formularea postulatelor noastre să se facă în aşa fel încât să definească în mod direct studiul fizic corespunzător şi asta constituie, fără îndoială, calea cea mai recomandabilă[3].

---

[2] *R.G. D. Allen şi J.R. Hicks,* O reconsiderare a teoriei valorii, *Economica, I (1934), p. 52-76, 196-219.*

[3] *Departe de mine gândul că toate aspectele legate de natura elementelor de indiferenţă pot fi elucidate printr-un experiment real. Şi aceasta, pentru că subtilitatea unora dintre ele - probabil cele mai importante - depăşeşte gradul de precizie al măsurătorilor noastre. Dar, aşa cum reiese din cele de mai sus,*

Scanned with OKEN Scanner

În măsura în care analiza noastră este de tipul menţionat, trebuie să avem grijă ca să nu postulăm chiar lucrul pe care vrem să îl explicăm. Un fenomen poate fi considerat ca justificat numai prin existenţa sa, dacă acest lucru poate fi stabilit pe cale experimentală, Dacă nu este posibil, trebuie să căutăm alt tip de explicaţie. Este adevărat că, în acest caz, conţinutul explicaţiei este numai formal. Totuşi, avantajul unei explicaţii, fie ea formală, a echilibrului schimburilor ca şi concepte din afara economiei nu poate fi negat.

Se pare că Pareto a înţeles avantajul unei asemenea poziţii, deoarece găsim, în ultimele sale scrieri, o încercare de a descrie cum existenţa direcţiilor indiferenţei poate fi verificată printr-un experiment real[4]. Dar el nu a reuşit să prezinte explicit ipoteza esenţială introdusă astfel şi, din această cauză, întreaga problemă părea să aibă o rezolvare unică[5].

Imposibilitatea de a prezenta explicit ipotezele asupra comportamentului individului justifică şi paradoxul aparent la care conduce situaţia de nonintegrabilitate.

Scopul acestei lucrări este de a prelua sarcina unei astfel de analize similare celei definite mai sus. Mă folosesc de acest prilej pentru a corecta unele erori care s-au strecurat în cele mai recente lucrări cu acest subiect şi, în final, de a dezvolta o teorie alternativă a naturii curbelor de indiferenţă.

---

demonstraţia mea în favoarea unui paralelism între cele două tipuri de experimente are cu totul alt scop.

[4] *Vilfredo Pareto,* Manuel d'économie politique *(Paris, 1927), p. 542; şi* "Economie mathématique", Encyclopédie des Sciences Mathématiques, *tom I, vol. 4, facs. 4, p. 596-598.*

[5] *Vezi secţiunile II şi VI ale acestui capitol.*

Scanned with OKEN Scanner

II. Principalele postulate ale teoriei alegerii: Schema clasică; Condițiile stabilității

Nu mă voi întoarce până la conceptul de utilitate totală și marginală al lui Jevons, deoarece acest mod de a prezenta o teorie a schimburilor s-a dovedit că reprezintă un punct de vedere minor față de ultimele abordări, care nu trebuie să uităm că au avut ca punct de plecare construcția lui Jevons. De aceea, mă voi limita la aprecierea celor mai recente considerațiuni, așa cum apar ele în scrierile lui Edgeworth, Irving Fisher și Pareto, și anume:

1. Teoria varietăților de indiferență.
2. Teoria alegerii.

Deoarece a doua cale de abordare a problemei schimburilor a fost considerată în ultimul timp ca o îmbunătățire față de prima, voi începe prin a analiza teoria alegerii. Vom aborda teoria varietăților de indiferență abia după ce vom fi analizat punctul de vedere menționat.

Pornesc de la ipoteza unei perfecte continuități a întregului domeniu avut în vedere și voi presupune în continuare că funcțiile matematice introduse au derivate până la ordinul dorit. Prima ipoteză este numai formală, deoarece domeniile discontinue pot, printr-o interpolare corespunzătoare, să fie convertite în unele continue. A doua ipoteză este mai delicată, ea poate fi totuși, considerată ca interpretarea matematică a "regularității" comportamentului uman.

Fie *S* o mulțime ordinală și continuă de combinații, adică o mulțime astfel încât orice combinație (C_r) aparținând mulțimii să poată fi caracterizată prin gradul său *r* și viceversa. Să presupunem în continuare că o combinație (C_α) este întotdeauna preferată combinației (C_β) dacă $\alpha > \beta$.Când ultima condiție este îndeplinită, mulțimea *(S)* va fi numită preferențială.

Dacă individul este deja în posesia unei a treia combinații *(T)* care este preferată lui (C_β) dacă $\beta > r$, iar (C_α) este preferată lui *(T)* dacă $\alpha > R > r$, putem distinge în mulțimea *(S)* cel puțin două clase de combinații: celei care sunt preferate lui *(T)* și cele cărora le este preferată *(T)*. Este clar că aceste două clase nu se pot suprapune. Prin urmare, trebuie să existe o anume limită care să separe cele două clase.

Scanned with OKEN Scanner

Se pot ivi două cazuri. Deocamdată voi presupune că:

A. *Există o combinație unică (C_t) care separă combinațiile neprefe-rate de cele preferate și este indiferență față de (T).*

Implicația esențială a acestui postulat este că această comparație mentală în cadrul unei mulțimi preferențiale este tot atât de exactă cât poate fi, teoretic, orice măsurătoare fizică obiectivă. Astfel, o similitudine perfectă în ceea ce privește posibilitatea de a discerne diferențe în serii monotonice se presupune că există între experimentul mental și cel fizic. Din cauza acestui fapt, postulatul A poate fi pus la îndoială în mod justificat. Mai departe (secțiunea VI) voi aborda a doua variantă în care nu există *(C_t)*.

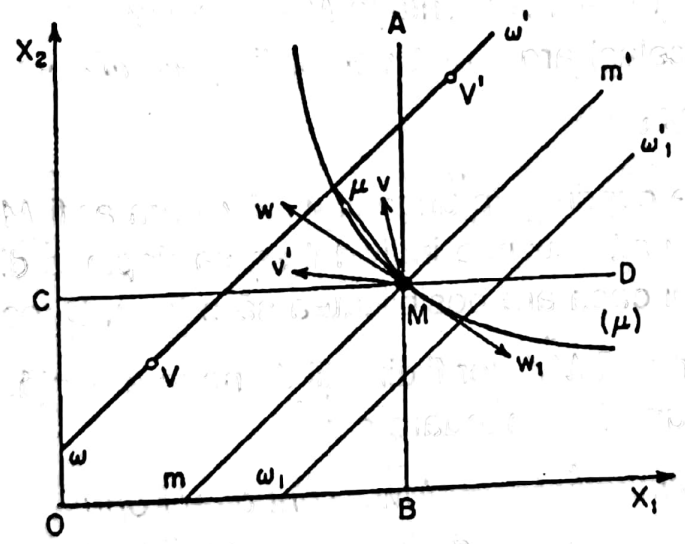

Figura 1.1

Pentru reprezentarea geometrică, voi alege, în sprijinul demon-strațiilor următoare, cazul în care individul este pus față în față cu două mărfuri, X_1 și X_2. Orice diferențe care pot apărea în argumentație atunci când sunt luate în considerare mai mult de două mărfuri, vor fi menționate pe măsură ce apar.

Să presupunem că venitul individului pe unitate de timp este (x_1, x_2), în care x_1, x_2 sunt cantitățile fizice ale bunurilor X_1, X_2 și să reprezentăm poziția sa inițială prin punctul $M(x_1, x_2)$ în planul $X_1 OX_2$ (figura 1.1).

De la început trebuie să distingem două cazuri: există sau nu există o regiune saturată. Mai întâi să analizăm problema din ipoteză:

B. *Nu există punct* de *saturație*

Aceasta înseamnă că individul îi va prefera lui *M* orice altă poziție cuprinsă în unghiul drept *AMD* și că se va strădui să se deplaseze de la

Scanned with OKEN Scanner

M la M' $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$, în cazul în care poate face acest lucru fără alte condiții, oricât de mici ar fi creșterile pozitive Δx_1 și Δx_2. Dimpotrivă, M va fi preferat oricărei combinații cuprinse în unghiul *CMB*.

Să luăm în considerare toate combinațiile care se află pe o linie dreaptă cu înclinația pozitivă $\omega\omega'$. Aceste combinații alcătuiesc o mulțime preferențială. Deoarece există poziții, cum ar fi V' care sunt preferate lui M și altele, cum ar fi V, care nu sunt preferate lui M, va exista un punct unic μ pe linia $\omega\omega'$ care va reprezenta o combinație de indiferență față de M. Deoarece linia $\omega\omega'$ se deplasează paralel cu ea însăși către mm', direcția $\vec{M}\mu$ va tinde către o poziție precisă $\vec{M}\omega$.

Această poziție va fi tangentă la M în locul geometric μ.

Repetând același argument pentru linia $\omega_1\,\omega'_1$, vom obține o altă direcție limitativă $\vec{M}w_1$.

Orice directie cuprinsă în unghiul w_1Mw, cum ar fi $\vec{M}v$, va fi o direcție preferențială; cu alte cuvinte individul se va deplasa din M pe oricare din astfel de direcții dacă are posibilitatea să o facă. Direcțiile cuprinse în unghiul wMw_1, cum ar fi $\vec{M}v'$ vor fi direcții de nonpreferință.

Vom presupune în continuare că:

C. *Direcțiile limitative* $\vec{M}w$, $\vec{M}w_1$ *sunt direct opuse.*

În acest caz elementul definit în punctul M de înclinația lui ww_1 constituie elementul de indiferență. Ultima ipoteză exprimă faptul că individul îl va schimba pe X_1 pentru X_2 sau pe X_2 pentru X_1 la orice rată de schimb, cu excepția acelei rate care devine egală cu înclinarea elementului de indiferență corespunzător. Aceasta poate fi considerată ca o interpretare a faptului că opusul a ceea ce preferăm este întotdeauna nonpreferat.

Nu s-a spus încă nimic despre faptul în care direcția indiferenței variază o dată cu modificarea înclinării (ω) a liniei $\omega\omega$[6].

---

[6] *Menționez aici numai înclinarea unei linii drepte, deși locul geometric al combinațiilor care formează o mulțime preferențială nu este în mod necesar o linie dreaptă. Dar în acest loc geometric numai elementul infinitezimal din jurul combinației de indiferență μ contează; și acest lucru poate fi întotdeauna asimilat unui element liniar.*

Scanned with OKEN Scanner

Este evident că sunt posibile două variante. Totuşi, pentru a urma punctul de vedere clasic, voi introduce ipoteza:

D. *Direcţia indiferenţei în orice punct este unic determinată*

Conform ipotezelor A, B, C, D, gusturile individului pot fi redate prin ecuaţia diferenţială

$$\varphi_1(x_1, x_2)dx_1 + \varphi_2(x_1, x_2)dx_2 = 0, \tag{1}$$

în care φ_1 , φ_2 sunt, până aici, supuse numai condiţiilor:

$$\varphi_1 \geq 0, \quad \varphi_2 \geq 0, \tag{2}$$

semnele = nefiind luate simultan.

Continuând cu cazul celor trei mărfuri şi aplicând acelaşi tip de raţionament cazului în care alegerea individului este limitată la combinaţiile reprezentate printr-un avion care trece printr-o direcţie de preferinţă cu înclinarea pozitivă faţă de toate axele coordonatoare, ajungem la un rezultat conform căruia elementul de indiferenţă este dat de ecuaţia diferenţială totală:

$$\varphi_1 dx_1 + \varphi_2 dx_2 + \varphi_3 dx_3 = 0. \tag{3}$$

Este clar că nu putem avea o altă formă pentru acest element care să corespundă alegerii individului într-un spaţiu bidimensional aşa cum este cel de mai sus. Liniaritatea ecuaţiei care defineşte elementul de indiferenţă, odată stabilit pentru două dimensiuni, trebuie extins la cazul unor *n* dimensiuni.

Prin urmare, elementul de indiferenţă va fi definit în general prin:

$$\Sigma_i \varphi_i dx_i = 0. \tag{4}$$

Prin aceasta se înţelege că direcţia definită prin creşterile Δx_1, Δx_2, ..., Δx_n, va fi una a preferinţei, indiferenţei sau nonpreferinţei , conform:

$$\Sigma_i \varphi_i \Delta x_i >, =, < 0. \tag{5}$$

În ceea ce priveşte variaţia elementului de indiferenţă de la un punct la altul, sunt necesare alte ipoteze.

Scanned with OKEN Scanner

Putem presupune după cum a arătat Pareto[7], ca în cele mai multe cazuri, valorile $x_2, x_3,\ldots, x_n$ rămânând constante, individul va accepta o rată de schimb mai înaltă (x_1 / x_i) dacă x_1 crește și invers.

Dar acest mod de abordare a chestiunii nu poate explica anumite aspecte specifice ale problemei schimbului; cum ar fi de exemplu, acela menționat deseori ca paradoxul Giffen[8].

În cazul celor două mărfuri, condiția generală în expresie matematică a fost elaborată pentru prima dată de W.E. Johnson[9]. Interpretarea sa psihologică este destul de greu de înțeles dintr-o dată.

R.G.D. Allen a fost primul care a afirmat necesitatea și condiția suficientă pentru mai mult de două mărfuri. Din păcate, s-a strecurat o eroare în abordarea matematică[10].

Fie *M'* un punct infinitezimal apropiat de *M*, astfel ca $\overrightarrow{MM'}$ să fie o direcție de indiferență pentru *M*. Stabilitatea echilibrului schimbului cu *prețuri constante* va fi asigurată dacă direcția $\overrightarrow{MM'}$ este o direcție de nonpreferință pentru *M'*. Este clar că această condiție este necesară și suficientă.

Să scriem $B_2, B_3,\ldots, B_n$ în loc de $\varphi_2 / \varphi_1, \varphi_3 / \varphi_1,\ldots,\varphi_n / \varphi_1$; elementul de indiferență corespunzător punctului $M'(x_i + \Delta x_i)$ poate fi scris, extrăgând din infinitezimalele de ordin superior,

$$dx_1 + \sum_2{}_i (B_i + \Delta B_i) dx_i = 0, \qquad (6)$$

dacă Δx_i sunt suficient de mici. Și, fiindcă $\overrightarrow{MM'}$ este o direcție de indiferență pentru *M*, avem (5),

$$L = \Delta x_1 + \sum_2{}_i B_i \Delta x_i = 0. \qquad (7)$$

---

[7] *Pareto*, Manuel, *p. 573-574.*

[8] *Alfred Marshall*, Principiile economice *(ediția a opta, New York, 1949), p. 132.*

[9] *W.E. Johnson*, Teoria pură a curbelor de utilitate, *Economic Journal, XXIII (1913), p. 483-513.*

[10] *R.G.D. Allen*, Fundamentele teoriei matematice a schimbului, *Economica, XII (1932), p. 197.*

Scanned with OKEN Scanner

Conform (5), condiţia stabilităţii este

$$\Delta x_1 + \sum_2 {}_i (B_i + \Delta B_i)\Delta x_i < 0. \tag{8}$$

Datorită relaţiei (7), această ultimă relaţie devine

$$\sum_2 {}_i \sum_1 {}_k B_{i,k} \Delta x_i \Delta x_k < 0, \tag{9}$$

în care

$$B_{i,k} = \frac{\partial B_i}{\partial x_k}.$$

Sistemul (7) şi (9) este satisfăcut când minorele principale, incluzând întotdeauna elementele primului rând şi primei coloane, ale determinantului

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 & B_3 & \dots & B_n \\ 1 & 0 & B_{2,1} & B_{3,1} & \dots & B_{n,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} & B_{2,3}+B_{3,2} & \dots & B_{2,n}+B_{n,2} \\ B_3 & B_{3,1} & B_{3,2}+B_{3,2} & 2B_{3,3} & \dots & B_{3,n}+B_{n,3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_n & B_{n,1} & B_{n,2}+B_{2,n} & B_{n,3}+B_{3,n} & \dots & 2B_{n,n} \end{vmatrix} \tag{10}$$

sunt, începând cu gradul trei, alternativ pozitive şi negative[11]; adică

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 \\ 1 & 0 & B_{2,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} \end{vmatrix} > 0;$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 & B_3 \\ 1 & 0 & B_{2,1} & B_{3,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} & B_{2,3}+B_{3,2} \\ B_3 & B_{3,1} & B_{3,2}+B_{2,3} & 2B_{3,3} \end{vmatrix} < 0; \dots \tag{11}$$

[11] *Pentru proba analitică, vezi "Nota matematică" de la sfârşitul lucrării.*

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta fiind chiar punctul asupra căruia nu sunt de acord cu modul în care Allen stabileşte aceeaşi condiţie, pe care o formulează[12]:

$$\begin{vmatrix} 1 & B_2 \\ B_{2,1} & B_{2,2} \end{vmatrix} < 0; \quad \begin{vmatrix} 1 & B_2 & B_3 \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} \end{vmatrix} > 0; \ldots \qquad (12)$$

Condiţiile (12) asigură unicitatea echilibrului, dar nu în mod necesar şi stabilitatea sa - dacă ecuaţia diferenţială totală nu este integrabilă[13]. Într-adevăr, din (12) decurge faptul că sistemul

$$\begin{aligned} B_2 = B_2^0, \quad B_3 = B_3^0, \quad \ldots, \quad B_n = B_n^0, \\ x_1 + \sum_2{}_i B_i x_i = x_1^0 + \sum_2{}_i B_i^0 x_i^o, \end{aligned} \qquad (13)$$

unde $B^0 = B(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0$ poate fi satisfăcut numai prin $x_1 = x_1^0$, $x_2 = x_2^0, \ldots, x_n = x_n^0$. Şi, deoarece (13) este echivalentă cu

$$\begin{aligned} B_2 = B_2^0, \quad B_3 = B_3^0, \ldots, B_n = B_n^0 \\ x_1 + \sum_2{}_i B_i^0 x_i = x_1^0 + \sum_2{}_i B_i^0 x_i, \end{aligned} \qquad (14)$$

ajungem la concluzia că într-un plan dat

$$x_i - x_1^0 + \sum_2{}_i B_i^0 (x_i - x_i^0) = 0 \qquad (15)$$

(adică pentru o ecuaţie dată o bugetului) există numai un singur punct al cărui element de indiferenţă este conţinut în acest plan.

Totuşi, este adevărat că din (12) rezultă că condiţia de stabilitate este satisfăcută pentru unele direcţii de indiferenţă. De exemplu, în cazul celor trei mărfuri, din (12) rezultă că rata marginală de înlocuire între X_1 şi X_2, scade pe direcţia de indiferenţă corespunzătoare. Este

[12] *Allen*, Fundamentele ..., *p. 220.*

[13] *Vezi "Nota matematică"* de la sfârşitul lucrării.

Scanned with OKEN Scanner

suficientă o simplă verificare numerică pentru a dovedi că, din condițiile de mai sus, nu rezultă în mod necesar că vreuna dintre inegalitățile

$$\begin{vmatrix} 1 & B_3 \\ B_{3,1} & B_{3,3} \end{vmatrix} < 0, \quad \begin{vmatrix} B_2 & B_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_2}\left(\dfrac{B_3}{B_2}\right) & \dfrac{\partial}{\partial x_3}\left(\dfrac{B_3}{B_2}\right) \end{vmatrix} < 0,$$

care exprimă aceeași proprietate pentru ratele marginale de substituire ale lui X_1 pentru X_3 și ale lui X_2 pentru X_3, este adevărată[14].

Acum, din (11) deducem că

$$\Phi = \Delta x_1 + \sum_{2}{}_i (B_i + \Delta B_i)\Delta x_i \equiv L + \alpha^2 L^2 - L_1^2 - L_2^2 - \ldots - L_{n-1}^2, \qquad (16)$$

în care L, L_1, ... , L_{n-1} sunt funcții omogene și liniare ale lui Δx_1, Δx_2,..., Δx_n. Din motive evidente, aceste funcții sunt liniar independente. În spațiul (Δx_1, Δx_2,..., Δx_n), $\Phi = 0$ reprezintă o hiperpătratică; tangenta în plan la această hiperpătratică la origine este $L = 0$. Prin urmare, într-un domeniu restrâns în jurul originii, avem

$$\Phi < 0 \quad \textit{dacă} \quad L \leq 0, \qquad (17)$$

iar condiția (8) poate fi prezentată într-o formă mai cuprinzătoare

$$\Delta x_1 + \sum_{2}{}_i (B_i + \Delta B_i)\Delta x_i < 0 \quad \textit{dacă} \quad \Delta x_1 + \sum_{2}{}_i B_i \Delta x_i \leq 0, \qquad (18)$$

deși trebuie încă să o considerăm pe prima drept condiția necesară și suficientă pentru stabilitate.

Interpretarea pentru (18) este că orice direcție (Δx_1, Δx_2, ..., Δx_n,), care constituie pentru $M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ fie o direcție de indiferență, fie una

---

[14] *În mai recenta lucrare a lui Allen și Hicks* O reconsiderare a teoriei valorii, *partea II, p. 203 (vezi nota 2 de mai sus) aceste ultime condiții se adaugă, fără alte argumente, la cele anterioare. Dar nici aceasta nu va funcționa. Pe o direcție de indiferență, alta decât cele obținute prin menținerea constantă a uneia dintre cantitățile* x_i, *condiția de stabilitate s-ar putea să nu fie îndeplinită. În plus, noi mărim nejustificat numărul de condiții și nu ajungem la o mulțime de condiții necesare și suficiente.*

Scanned with OKEN Scanner

de preferință, va fi o direcție de nonpreferință, pentru punctul infinitezimal apropiat M' $(x_1 + \Delta x_i)$. Urmărind în continuare aceeași direcție și aplicând rezultatul (18) pe măsură ce trecem de la M' la M'' la M''' și așa mai departe, ajungem la concluzia că nici o direcție de preferință sau de indiferență dacă se prelungește o direcție de preferință sau indiferență pentru orișicare din punctele sale.

Prin urmare, pe orice linie dreaptă există numai un punct de echilibru. Acest fapt are o mare importanță pentru înțelegerea modului în care se ajunge la echilibru, mișcările unui individ fiind întotdeauna descrise de linii drepte în cazul prețurilor constante.

III. Zona de saturație: două mărfuri

Următoarea fază a acestei analize va fi abordarea cazurilor alternative la care se ajunge prin adoptarea numai a unor ipoteze A, B, C, D.

Să presupunem că A, C și D sunt adevărate, dar că

B1. *Există o zonă de saturație*

Acest caz a fost abordat înaintea acestei lucrări[15]. Astfel, nu s-ar mai simți nevoia de a trata din nou acest subiect dacă nu s-ar face o tratare mai generală a problemei. Este adevărat că au fost păreri care susțineau că acest caz nu prezintă interes.

Aș fi pe deplin de acord cu aceste păreri dacă ele s-ar fi referitt numai la faptul că zona de saturație absolută este improbabil de atins. Dar eu cred că este foarte greu de respins existența unei asemenea zone. În orice caz, aprobarea unei zone de saturație are, după cum vom demonstra, o importanță teoretică, iar unele dintre rezultatele legate de un astfel de caz ne vor ajuta să înțelegem mai bine alte modele.

În acest punct al argumentației apare dificultatea definirii zonei de saturație. Definiția uzuală este formulată în termeni de utilitate totală maximă sau de utilitate marginală zero; dar aceste concepte nu pot fi folosite într-o analiză riguroasă care tinde exact către o elucidare a situației lor. De aceea, eu propun să definim un punct de saturație $M_s(s_i)$

[15] *Vezi, de exemplu, R.G.D. Allen,* Natura curbelor de indiferență, *Review of Economic Studies, I (1934), p. 110-121.*

Scanned with OKEN Scanner

prin faptul că direcția $\vec{MM}_s$ va fi o direcție de preferință pentru orice punct de nonsaturație M. Această definiție pare să corespundă pe deplin ideii noastre de punct de saturație în sensul că atingerea unui asemenea punct este motivul ultim al comportamentului uman. În plus, el este chiar în spiritul teoriei alegerii[16].

Referitor la ecuația (1),

$$\varphi_1 dx_1 + \varphi_2 dx_2 = 0,$$

putem ușor presupune că coeficienții φ_1, φ_2 vor fi finite și nu simultan zero în orice punct normal, adică într-un punct de nonsaturație.

Zona preferinței de pe direcția de indiferență va avea același semn cu

$$S = \varphi_1(s_1 - x_1) + \varphi_2(s_2 - x_2). \tag{19}$$

Putem presupune că acest semn este pozitiv pentru toate punctele normale.

Dacă $M'_s(s'_i)$ este și un punct de saturație, va fi același pentru orice punct al segmentului $M_sM'_s$. Într-adevăr, din

$$\varphi_1(s_1 - x_1) + \varphi_2(s_2 - x_2) > 0,$$
$$\varphi_1(s'_1 - x_1) + \varphi_2(s'_2 - x_2) > 0,$$

rezultă că

$$\varphi_1\left(\frac{s_1 + \lambda s'_1}{1+\lambda} - x_1\right) + \varphi_2\left(\frac{s_2 + \lambda s'_2}{1+\lambda} - x_2\right) > 0$$

pentru orice valoare pozitivă a lui λ.

---

[16] *Cazul avut în vedere în secțiunea anterioară apare ca un exemplu specific de caz în care există o zonă de saturație. Deoarece, spunând că, independent de ceea ce ar putea fi elementul de indiferență, orice direcție cuprinsă în unghiul AMD (fig. 1.1) este o direcție de preferință, înseamnă pur și simplu a interpreta faptul că toate punctele la infinit din cvadrantul X_1 0 X_2 sunt puncte de saturație. Observăm, pe măsură ce poziția punctelor de saturație impune o anumită limită înclinațiilor posibile ale elementelor de indiferență, primele sunt mai strâns legate de comportamentul uman decât sugerează inițial termenul de "punct de saturație".*

Scanned with OKEN Scanner

În consecință, zona de saturație trebuie să constea fie dintr-o zonă închisă convexă, fie în forme degenerate ale ei, adică un segment de linie dreaptă sau un punct unic[17].

Unghiul sub care este privită zona de saturație din punctul normal *M* este unghiul de preferință fundamental în sensul că toate direcțiile din el sunt cunoscute ca direcții de preferință independent de ceea ce ar putea fi elementul de indiferență. În ipoteza B, unghiul fundamental este un unghi drept ale cărei laturi sunt paralele cu coordonatele. Tratând problema zonei de saturație, mă voi limita la cazul în care există numai un punct de saturație, acest caz fiind susceptibil de o tratare analitică mai simplă și mai completă. Totuși, este posibil să se justifice, într-o anumită măsură, eliminarea celorlalte cazuri datorită faptului că unicitatea combinațiilor indiferențelor dintr-o mulțime ordinală (ipoteza B) se va armoniza mai bine cu unicitatea punctului de saturație. Mai mult, dacă dorim să păstrăm un anume paralelism între cele două cazuri avute în vedere până acum, este necesar să presupunem unicitatea punctului de saturație pentru a ajunge la rezultatul fundamental obținut mai sus, anume acela că pe orice linie dreaptă există numai un singur punct de echilibru. Dar acestea sunt numai aprecieri formale și, de aceea, nu pot fi considerate drept motive logice suficiente pentru a respinge posibila existență a unui segment de saturație sau a unei zone de saturație.

Pentru simplificarea calculelor care urmează, vom alege punctul de saturație ca origine a coordonatelor.

Atunci, singurele condiții care se impun pentru φ_1, φ_2, se referă la condiția de stabilitate

$$\begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1}\left(\dfrac{\varphi_2}{\varphi_1}\right) & \dfrac{\partial}{\partial x_2}\left(\dfrac{\varphi_2}{\varphi_1}\right) \end{vmatrix} < 0 \qquad (20)$$

și

$$x_1\varphi_1 + x_2\varphi_2 < 0. \qquad (21)$$

[17] *Nu este necesară nici o distincție între punctele la infinit și celelalte. Astfel, se consideră că o parabolă de gradul doi închide o zonă convexă.*

Scanned with OKEN Scanner

Conform definiţiei adoptate, direcţia de indiferenţă corespunzătoare punctului de saturaţie trebuie să fie nedeterminată. Aceasta se poate întâmpla în două cazuri:

1. φ_1 sau φ_2 sunt nedeterminate la origine.
2. φ_1 şi φ_2 sunt ambele zero la origine.

Din (21) deducem că

$$x_1\varphi_1(x_1, 0) < 0, \tag{22}$$

sau

$$\varphi_1(-\alpha, 0) > 0, \qquad \varphi_1(+\alpha, 0) > 0,$$

pentru orice valoare pozitivă α. Prin urmare, fie $\varphi_1(0, 0)=0$ sau $\varphi_1(0,0)$ este nedeterminat.

În orice caz, pe fiecare cale care evită originea şi atinge două puncte $(+\alpha, 0)$, $(-\alpha, 0)$ trebuie să existe cel puţin un zero pentru φ_1. Prin urmare, curba $\varphi_1 = 0$ se apropie infinitezimal de origine, dar nu putem stabili dacă trece sau nu prin aceasta. Aceasta indică faptul că unicul punct al $\varphi_1 = 0$ ar putea fi originea. Dacă originea este un unic punct φ_1, atunci va fi nedeterminat pentru $x_1 = x_2 = 0$. Dacă nu, φ_1 va dispărea pentru aceleaşi valori.

Încercând să obţinem forma curbelor integrale, adică acelea definite prin (1)[18], fără a introduce alte ipoteze privind comportamentul funcţiilor φ_1, φ_2 în jurul originii, ar fi o sarcină insurmontabilă. Este necesar să înţelegem că, practic, toate transformările matematice sunt valabile numai pentru funcţiile supuse unor restricţii majore. Prin urmare, să presupunem că φ_1, φ_2 sunt funcţii obişnuite într-un domeniu plasat în jurul originii.

Din (21) rezultă că

$$\varphi_{11}^0 dx_1^2 + (\varphi_{12}^0 + \varphi_{21}^0) dx_1 dx_2 + \varphi_{22}^0 dx_2^2 < 0, \tag{23}$$

în care

$$\varphi_{ik} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k},$$

[18] *Motivul pentru care termenul de curbe de indiferenţă nu este folosit aici, aşa cum s-a procedat mereu, va fi prezentat mai târziu (Secţiunea V).*

Scanned with OKEN Scanner

iar exponentul înseamnă că valorile sunt considerate la origine.

Pentru un domeniu mic în jurul originii, ecuația (1) poate fi înlocuită cu

$$(x_1\varphi_{11}^0 + x_2\varphi_{12}^0)dx_1 + (x_1\varphi_{21}^0 + x_2\varphi_{22}^0)dx_2 = 0, \tag{24}$$

și admițând $x_2 = y_2x_1$, ultima devine

$$2\frac{dx_1}{x_1} + \left[\frac{T'(y_2)}{T(y_2)} + \frac{\varphi_{21}^0 - \varphi_{12}^0}{T(y_2)}\right]dy_2 = 0, \tag{25}$$

în care

$$T(y_2) = \varphi_{11}^0 + (\varphi_{12}^0 + \varphi_{21}^0)y_2 + \varphi_{22}^0 y_2^2. \tag{26}$$

Datorită relației (23), trinomul T are rădăcini imaginare și de aceea numai două cazuri pot fi avute în vedere.

1. $\varphi_{12}^0 \neq \varphi_{21}^0$. Integrala din (24) este

$$\log\left[x_2^2 T\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\right] + \frac{2(\varphi_{21}^0 - \varphi_{12}^0}{\delta}\tan^{-1}\left[\frac{1}{\delta}T'\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\right] = \text{const.}, \tag{27}$$

în care $\delta^2 = 4\varphi_{11}^0\varphi_{22}^0 - (\varphi_{12}^0 + \varphi_{21}^0)^2$. Curbele integralei cuprind punctul de saturație în același fel în care spiralele logaritmice se înfășoară în jurul punctului asimptotic, ca în figura 1.2(a).

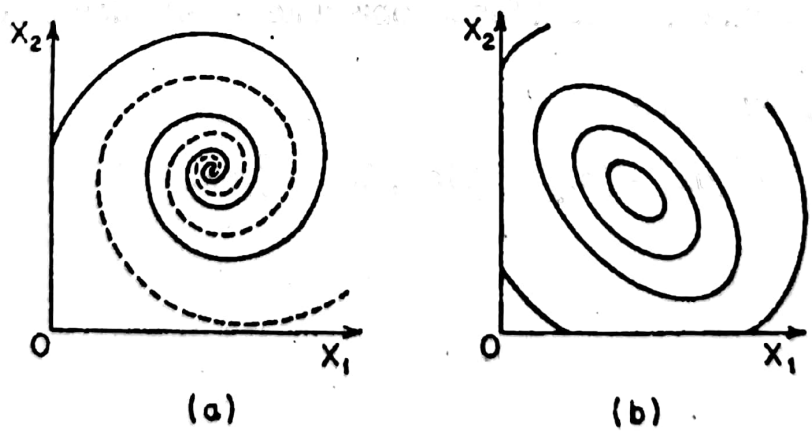

Figura 1.2

Scanned with OKEN Scanner

2. $\varphi^0_{12} = \varphi^0_{21}$. Termenul care cuprinde $\tan^{-1}$ din (27) dispare și, astfel ecuația curbelor integrale de lângă origine este:

$$\varphi^0_{11}x_1^2 + (\varphi^0_{12} + \varphi^0_{21})x_1x_2 + \varphi^0_{22}x_2^2 = \text{const.} \qquad (28)$$

Ele sunt curbe închise convexe care înconjoară punctul de saturație care este centrul, ca în figura 1.2(b).[19]

Al doilea caz a fost abordat anterior acestei lucrări, dar tratarea sa s-a făcut întotdeauna prin conceptul de utilitate. Primul este mai curios. După cum vom vedea aici, el are o mare importanță teoretică. Este suficient să arătăm acum că în cazul în care curbele integrale sunt eliptice, se poate construi *analitic* un indice de ofelimitate. Acest lucru nu mai este posibil în cazul în care curbele integrale sunt spirale. Pentru că dacă ar fi așa, atunci când menținem cantitatea de marfă, să zicem x_2, constantă, am putea obține un indice de ofelimitate (I) a cărui variație față de x_1 este dată de figura 1.3.

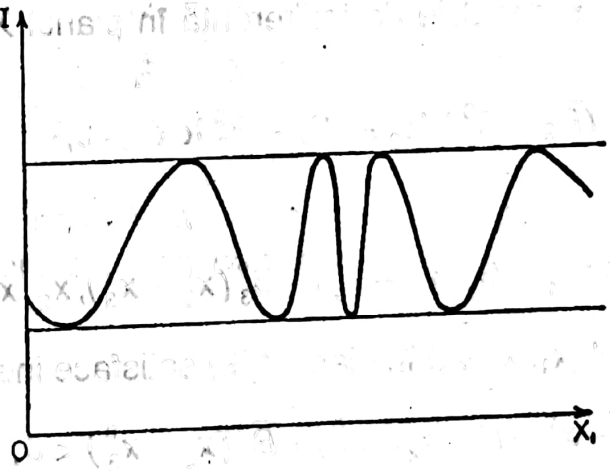

Figura 1.3

[19] *Argumentul precedent este numai o schiță intuitivă a probei. Înlocuirea relației (1) cu (24) într-un domeniu mic în jurul originii pentru a afla forma curbelor integrale necesită alte restricții ce vor fi impuse funcțiilor. Aceste restricții pot fi considerate ca unul dintre aspectele "regularității" comportamentului uman. Pentru o discutare riguroasă și completă a problemei avute în vedere, cititorul este rugat să apeleze la H. Poincaré,* Oeuvres, *tom. I (Paris, 1951), p. 17 și la M.H. Dulac,* Points singuliers des équations différentielles, *Mémorial des Sciences Mathématiques, fasc. LXI, Paris, 1934.*

Scanned with OKEN Scanner

IV. Cazul de nonintegrabilitate

Să considerăm planul

$$x_1 + B_2^0 x_2 + B_3^0 x_3 = x_1^0 + B_2^0 x_2^0 + B_3^0 x_3^0 \tag{29}$$

care conține elementul de indiferență corespunzător punctului $M_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$. Intersectarea acestui plan cu elementele de indiferență

$$dx_1 + B_2 dx_2 + B_3 dx_3 = 0 \tag{30}$$

determină în fiecare punct din (29) o direcție de indiferență. *Teoria alegerii se poate aplica deplasării individului în acest plan exact ca în cazul a două mărfuri.* De aceea, trebuie să nu așteptăm ca direcțiile de indiferență obținute astfel să îndeplinească condițiile stabilite în secțiunea precedentă. O analiză în acest sens poate fi considerată o cale de verificare a concluziilor deja obținute.

Dacă proiectăm direcțiile de indiferență în planul X_2 0 X_3, ecuația este:

$$(\bar{B}_2 - B_2^0)dx_2 + (\bar{B}_2 - B_3^0)dx_3 = 0, \tag{31}$$

unde, în concluzie

$$\bar{B}_i = B_i\left[x_1^0 + B_2^0(x_2^0 - x_2) + B_3^0(x_3^0 - x_3), x_2, x_3\right]. \tag{32}$$

Orice punct M (x_1, x_2, x_3) în planul (29) satisface inegalitatea

$$x_1 - x_1^0 + \bar{B}_2(x_2 - x_2^0) + \bar{B}_3(x_3 - x_3^0) < 0, \tag{33}$$

pentru că direcția $(x_1 - x_1^0, x_2 - x_2^0, x_3 - x_3^0)$, fiind o direcție de indiferență pentru M_0, este o direcție de nonpreferință pentru M, (18). Datorită relației (29), ultima inegalitate duce la

$$(\bar{B}_2 - B_2^0)(x_2^0 - x_2) + (\bar{B}_3 - B_3^0)(x_3^0 - x_3) > 0, \tag{34}$$

care arată că $m_0(x_2^0, x_3^0)$ este un punct de saturație pentru (31). Acesta este singurul punct de saturație. Într-adevăr, condițiile corespunzătoare

$$\bar{B}_2 - B_2^0 = 0, \qquad \bar{B}_3 - B_3^0 = 0,$$

Scanned with OKEN Scanner

sunt satisfăcute numai când $x_2 = x_2^0, x_3 = x_3^0$ (13). Deoarece, pe de altă parte, $M_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ este punctul de echilibru corespunzător ecuaţiei bugetului (29), observăm că poziţia de echilibru este una de saturaţie relativă. Acest lucru este valabil pentru orice poziţie de echilibru.

Din condiţia de stabilitate

$$(B_{2,1}dx_1 + B_{2,2}dx_2 + B_{2,3}dx_3)dx_2 + (B_{3,1}dx_1 + B_{3,2}dx_2 + B_{3,3}dx_3)dx_3 < 0$$

în care

$$dx_1 + B_2 dx_2 + B_3 dx_3 = 0,$$

împreună cu

$$dx_1 + B_2^0 dx_2 + B_3^0 dx_3 = 0,$$

obţinem cealaltă condiţie necesară (20):

$$\begin{vmatrix} \bar{B}_2 - B_2^0 & \bar{B}_2 - B_2^0 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_2}\left(\dfrac{\bar{B}_3 - B_3^0}{\bar{B}_2 - B_2^0}\right) & \dfrac{\partial}{\partial x_3}\left(\dfrac{\bar{B}_3 - B_3^0}{\bar{B}_2 - B_2^0}\right) \end{vmatrix} < 0. \qquad (35)$$

În ceea ce priveşte forma curbelor integrale în jurul punctului de saturaţie m_0, vom distinge cele două cazuri prezentate în secţiunea anterioară:

1. Dacă

$$\left(\frac{\partial \bar{B}_2}{\partial x_3}\right)^0 = \left(\frac{\partial \bar{B}_3}{\partial x_2}\right)^0, \qquad (36)$$

exponentul însemnând că aceste valori sunt luate din $m_0(x_2^0, x_3^0)$, iar curbele integrale vor fi eliptice.

2. Dacă, dimpotrivă

$$\left(\frac{\partial \bar{B}_2}{\partial x_3}\right)^0 \neq \left(\frac{\partial \bar{B}_3}{\partial x_2}\right)^0, \qquad (37)$$

curbele integrale vor fi sub formă de spirală.

Scanned with OKEN Scanner

Relația (36) rezultă

$$(B_{2,3} - B_2 B_{2,1} + B_{3,2} - B_2 B_{3,1})^0 = 0, \qquad (38)$$

iar dacă aceasta este satisfăcută identic, înseamnă că întreaga ecuație diferențială (30) este integrabilă și invers[20].

Se stabilește astfel o corespondență perfectă între cazurile integrabile și neintegrabile, pe de o parte, și curbele integrale sub formă de elipsă și spirală, pe de altă parte. Datorită acestei corespondențe devine posibilă o tratare mai intuitivă a cazului neintegrabil. În același timp, se observă că diferența dintre cazul care implică numai două mărfuri și acela cu mai mult de două era iluzorie, deoarece problema punctului de saturație nu fusese tratată suficient. Imposibilitatea unei construcții analitice a indicelui de ofelimitate este o caracteristică a ambelor cazuri.

V. Indiferența în raport cu varietățile integrale: tranzitivitate și integrabilitate

Până aici ne-am ocupat cu dezvoltarea "geometrică" a celor patru postulate precizate la începutul lucrării (Secțiunea II), iar în întreaga analiză s-a evitat complet interpretarea rezultatelor obținute. Acum putem merge mai departe și să analizăm implicațiile teoriei alegerii și condiția sa ca explicație satisfăcătoare a unicității și stabilității echilibrului schimburilor.

Conform postulatului A, putem construi, având date o direcție (ω) și un punct $M_0(x_i^0)$, o suprafață

$$F_\omega(x_i; x_i^0) = 0, \qquad (39)$$

locul geometric al tuturor combinațiilor $\mu(x)$ care sunt indiferente față de M_0. Indicele ω este folosit pentru a sublinia dependența suprafeței de indiferență construite astfel de înclinarea liniei $\omega\omega'$ (Secțiunea II, figura 1-1). Ultima relație poate fi scrisă sub forma:

$$f_\omega(x_i; x_i^o) = f_\omega(x_i^0; x_i^o) \qquad (40)$$

[20] *Vezi, de exemplu, G.C. Evans,* Introducere matematică în științele economice, *(New York, 1930), p. 119-120.*

Scanned with OKEN Scanner

care arată explicit că M aparţine relaţiei (39).

Astfel am reuşit să construim un câmp preferenţial. În acest câmp, F_ω rezultatul comparării lui $N(y_i)$ cu $M(x_i)$ este cunoscut întotdeauna. Putem scrie simbolic:

$$\begin{aligned} &(N = M)_\omega \quad \text{dacă} \quad f_\omega(y_i; x_i) = f_\omega(x_i; x_i), \\ &(N > M)_\omega \quad \text{dacă} \quad f_\omega(y_i; x_i) > f_\omega(x_i; x_i), \\ &(N < M)_\omega \quad \text{dacă} \quad f_\omega(y_i; x_i) < f_\omega(x_i; x_i). \end{aligned} \tag{41}$$

În cazul celor două mărfuri curbele (μ) sunt toate tangente la curbele integrale (I) pentru

$$dx_1 + B_2 dx_2 = 0,$$

punctele de contact corespunzând exact punctului M_0 (figura 1.4). O imagine similară poate fi obţinută pentru cazul celor trei mărfuri, cu diferenţa că suprafeţele integrale (I) ar putea să nu existe.

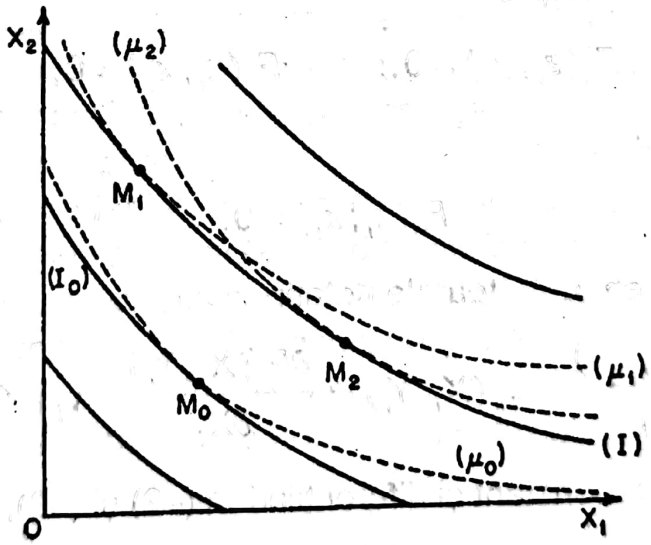

Figura 1.4

Consideraţiile anterioare arată că şi atunci când elementele de indiferenţă sunt integrabile, nu se poate atribui vreun sens varietăţii integralelor fără a introduce alte ipoteze. Două puncte aparţinând aceleiaşi suprafeţe integrale nu reprezintă în mod necesar combinaţii echivalente. Integrabilitatea numai a elementelor de indiferenţă nu înseamnă că

Scanned with OKEN Scanner

individul va putea să spună, în afara oricărei restricţii, care combinaţii îi dau aceeaşi satisfacţie[21]. Pentru (ω) câmpul este în general incomparabil. Într-adevăr, putem găsi o cale care merge întotdeauna într-o direcţie de preferinţă de la M la P şi va avea, totuşi, $M < P$ sau invers. Deplasarea pe o astfel de cale va conduce la o "iluzie".

Este adevărat că pe orice direcţie de indiferenţă, pentru punctele infinitezimal apropiate $M(x_i), M'(x'_i = x_i + dx_i), M''(x'_i + dx'_i)$, avem $(M = M')$ şi $(M' = M'')$. Dar din aceasta nu putem admite că $(M = M'')$.

Asemenea "iluzii" nu vor mai fi posibile într-un câmp compatibil, aceasta se va întâmpla dacă echivalenţa de mai sus (41) este tranzitivă: adică, dacă din

$$(P = N)_\omega \quad şi \quad (N = M)_\omega$$

rezultă că

$$(P = M)_\omega \ .$$

În acest caz, relaţiile

$$F_\omega(z_i; y_i) = 0, \qquad F_\omega(z_i; x_i) = 0, \tag{42}$$

trebuie să ducă la

$$F_\omega(z_i; x_i) = 0. \tag{43}$$

Să introducem următoarele notaţii

$$\frac{\partial F_\omega(X_i; Y_i)}{\partial X_k} = u_k(X_i; Y_i) \qquad \frac{\partial F_\omega(X_i; Y_i)}{\partial X_k} = v_k(X_i; Y_i). \tag{44}$$

Menţinând x_i constant şi diferenţiind în (42) şi (43), obţinem

$$\begin{aligned} &\Sigma_k u_k(z_i; y_i)dz_k + \Sigma_k v_k(z_i; y_i)dy_k = 0, \\ &\Sigma_k u_k(z_i; x_i)dy_k = 0, \qquad \Sigma_k u_k(z_i; x_i)dz_k = 0. \end{aligned} \tag{45}$$

Deoarece d_y, d_z sunt arbitrare, rezultă că

[21] *N. Georgescu-Rogen*, Notă asupra propunerii lui Pareto, *Quarterly Journal of Economics, XLIX (1935), p. 706-714.*

Scanned with OKEN Scanner

$$u_k(y_i; x_i) = \lambda v_k(z_i; y_i),$$
$$u_k(z_i; x_i) = \mu v_k(z_i; y_i). \tag{46}$$

Deoarece (43) este satisfăcută pentru $z_i = y_i$, obţinem

$$u_k(y_i; x_i) \equiv u v_k(y_i; y_i). \tag{47}$$

Ecuaţia diferenţială pentru $F(z_i; x_i) = 0$ poate fi scrisă prin urmare sub forma .

$$\Sigma_k u_k(y_i; y_i) dy_k = 0. \tag{48}$$

Aceasta arată că elementul tangenţial corespunzător oricărui punct al varietăţii (μ) este independent de x_i. Cu alte cuvinte, (μ) şi (I) coincid; existenţa unei varietăţi de indiferenţă integrală este astfel dovedită. Ecuaţia (40) devine:

$$f(x_i) = f(x_i^0). \tag{49}$$

Această ecuaţie, conform postulatului D, este independentă de ω. Rezultă, de asemenea, că tranzitivitatea este valabilă pentru modificările preferinţei şi nonpreferinţei şi comparaţiile sunt reversibile. Cu alte cuvinte, dacă $M = N$, atunci $N = M$.

Analiza precedentă arată clar că fără postulatul tranzitivităţii, varietăţile integrale şi varietăţile de indiferenţă sunt două lucruri distincte. Dacă există un punct de saturaţie, varietăţile de indiferenţă vor fi întotdeauna suprafeţe închise concave (postulatul A), în timp ce cele integrale nu trebuie să fie în mod necesar la fel. Mult discutatul paradox al cazului neintegrabil se datorează confuziei între aceste două concepte.

Existenţa elementelor de indiferenţă care satisfac anumite condiţii exprimate prin inegalităţi este suficientă pentru o explicare a unicităţii şi stabilităţii echilibrului în cadrul unui schimb la preţuri constante. După cum a arătat R.G.D. Allen condiţia integrabilităţii este prea severă[22].

Aş adăuga eu: "şi fără alt înţeles în afara condiţiei de tranzitivitate".

---

[22] *Allen*,"Fundamentele ..., *p. 223.*

Scanned with OKEN Scanner

VI. **Limita de alegere**

Principalul argument adus împotriva existenței varietăților de indiferență integrală constă în negarea posibilității unei comparații mentale la distanță finită. Acest argument a fost pus, în mod logic, sub semnul întrebării datorită eșecului în cazul a două mărfuri. Dar în ciuda acestui fapt, s-a acceptat în general că o simplă introspecție este suficientă pentru a dovedi ezitarea noastră când suntem confruntați cu problema alegerii. După cum s-a arătat în secțiunea anterioară, acest eșec a fost numai aparent, iar paradoxul s-a datorat unei confuzii între varietățile integrale și varietățile de indiferență integrală. O dată eliminată această dificultate, situația argumentului menționat s-a îmbunătățit foarte mult.

Totuși ezitarea nu înseamnă neapărat o imposibilitate de alegere. De exemplu, putem avea îndoieli când încercăm să stabilim care dintre două mase este mai mare, dacă trebuie să le apreciem greutatea numai prin ridicarea lor. Din aceasta nu rezultă că noi nu putem să stabilim cu certitudine nici un fel de diferențe de greutate.

Să presupunem că am înregistrat de câte ori un individ a stabilit că $A>B$ printr-o serie de comparații mentale făcute în așa fel încât să se evite probabil orice influență moștenită de la un test la altul. Este normal să presupunem că frecvența relativă p a aprecierii $A > B$ este perfect stabilă și că, *ceteris paribus*, depinde numai de A și B. Ceea ce pare întâmplător într-un singur caz, nu mai este la fel într-o serie de astfel de încercări. Dacă notăm cu q frecvența complementară, adică aceea a cazurilor în care aprecierea este $A < B$ avem

$$p + q = 1.$$

Reprezentarea grafică a unei asemenea legi este indicată în figura 1.5 (a). Funcția $p\ (y,x)$ reprezintă probabilitatea că stimulul x să fie considerat ca fiind mai mare decât y. Baza acestei probabilități se explică în termeni de eroare de percepție[23]. Dacă $f(y,x)\ dx$ înseamnă probabilitatea ca y să fie perceput ca fiind cuprins între x și $x+dx$ - figura 1.5 (b) - atunci probabilitatea ca $y < x$ este:

[23] *Conform G.S. Fullerton și J. M. Cattell,* Despre percepția diferențelor mici, *publicații ale Universității din Pennsylvania, 1892.*

Scanned with OKEN Scanner

$$p(x,y) = \int_{y_0}^{x} f(x,y)dx, \tag{50}$$

prin urmare

$$f(x,y) = \frac{\partial p(x,y)}{\partial x}. \tag{51}$$

O ipoteză firească este că erorile de percepţie pot fi, în mod egal, negative sau pozitive. În acest caz

$$\int_{y_0}^{y} f(y,x)dx = \int_{y}^{y_1} f(y,x)dx \tag{52}$$

şi

$$p(y,y) = q(y,y) = \frac{1}{2}. \tag{53}$$

Ultima relaţie constituie definiţia egalităţii fizice. Ea este baza tuturor mijloacelor de determinare a egalităţii dintre două cantităţi.

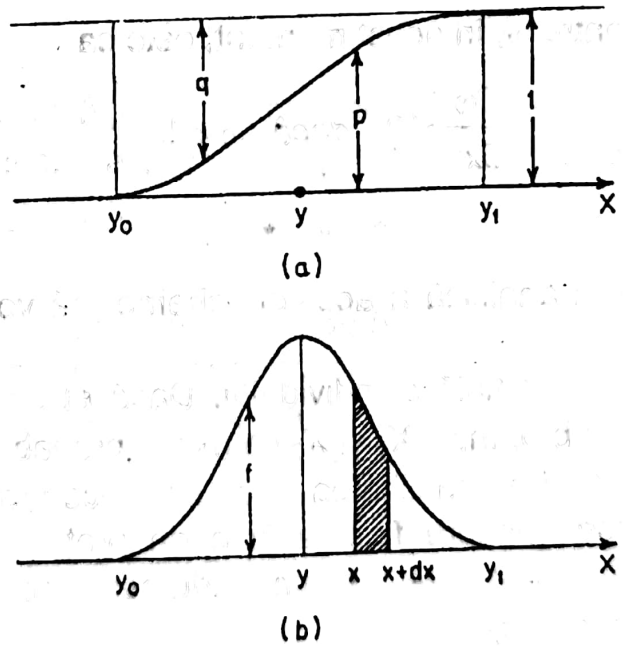

Figura 1.5

Intervalul (y_0,y_1) este cunoscut ca pragul psihologic. În afara lui nu există nici o îndoială care stimul e mai mare. Imaginea intervalului (y_0,y_1) depinde de multe cauze, dar cel mai îndepărtat factor în acest sens este

Scanned with OKEN Scanner

intervalul de timp în care individul poate să perceapă cei doi stimuli înainte de a-şi formula raţionamentul. Cu cât este mai mare acest interval de timp, cu atât mai mic va fi pragul psihologic. La limită, când timpul de experimentare este infinit, pragul este zero. Ultima condiţie formează, în esenţă, baza postulatului A. Folosirea sa într-o analiză statică se justifică prin chiar caracteristica unui asemenea sistem, care este aceea de a fi independent de timp. Un sistem dinamic nu ar putea fi analizat pe aceeaşi bază. Îndoiala individului asupra combinaţiei pe care o va alege în final dintre cele două va trebui luată în considerare iar postulatul A va trebui modificat corespunzător.

Să admitem acum următorul postulat:

A_1. *Dacă individul a făcut, într-un anumit interval de timp, experienţa cu două combinaţii de mărfuri* $M(x_i)$, $N(y_i)$, *există probabilitatea exprimată prin funcţia* $\omega(x_i;y_i)$ *ca el să considere combinaţia* $M(x_i)$ *preferabilă combinaţiei* $N(y_i)$.

Din motive evidente ω va satisface următoarea relaţie:

$$\omega(x_i;y_i)+\omega(y_i;x_i)=1. \tag{54}$$

Singura condiţie pentru ω, în acest moment, este ca

$$\frac{\partial\omega}{\partial x_i}>0 \quad \textit{dacă} \quad \omega<1. \tag{55}$$

* * *

Pentru tratarea analitică a acestei scheme mă voi limita la cazul celor două mărfuri.

Fie $N(y_i)$ poziţia iniţială a individului. Dacă el se confruntă cu o anume rată de schimb p, între X_1 şi X_2 va exista probabilitatea π_1 ca să-l schimbe pe X_1 cu X_2 şi probabilitatea π_2 ca să procedeze invers. Pentru simplificare, voi vorbi despre fiecare linie de preţuri ca având două direcţii, fiecare dintre ele distingându-se prin probabilitatea corespunzătoare π_1 sau π_2.

Ambele probabilităţi π_1, π_2 ar putea varia de la 0 la 1, cu condiţia ca $\pi_1 + \pi_2 = 1$. Prin urmare, va exista în fiecare punct al planului X_10X_2 un unghi de indiferenţă (II', JJ'), prin aceasta însemnând că pentru toate liniile de preţuri cuprinse în acest unghi, individul ar putea fi vânzător,

Scanned with OKEN Scanner

precum şi cumpărător al oricăreia dintre cele două mărfuri avute în vedere (figura 1.6).

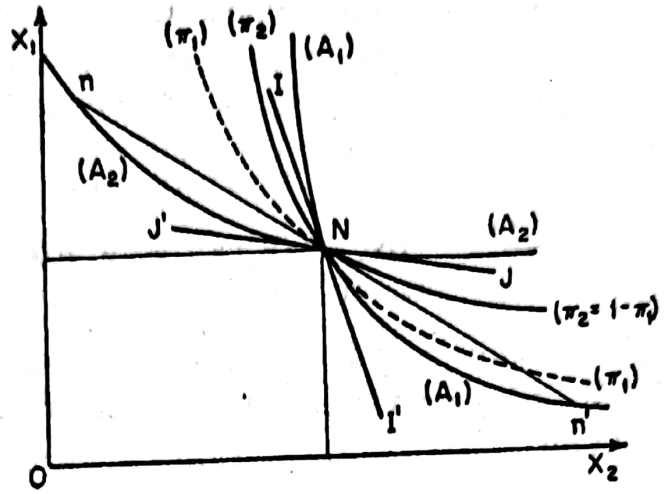

Figura 1.6

Pe măsură ce linia preţurilor se deplasează din poziţia *II'* spre *JJ'*, π_1 va descreşte monotonic de la 1 la 0, în timp ce π_2 va creşte în acelaşi fel de la 0 la 1.[24] Rezultă că toate curbele

$$\omega(x_i; y_i) = \pi, \quad (0 \le \pi \le 1), \tag{56}$$

x_1 variind, trec prin $N(y_i)$ şi în consecinţă $\omega(x_i;y_i)$ este nedeterminată pentru $x_i = y_i$. Valoarea $\omega(y_i; x_i)$ depinde de calea pe care o urmează punctul $M(x_i)$ către $N(y_i)$.

---

[24] *Problema măsurării cantităţilor fizice de bunuri este lăsată, în cadrul acestei scheme, pe seama unui cântar exterior la care individul se raportează. El ştie că x x' prin folosirea cântarului şi nu ca o consecinţă a percepţiei personale a gradului egal sau diferit de utilitate pe care o poate obţine din consumarea lui x sau x'. Performanţa individului pentru x + dx faţă de x se justifică pe temeiul că, deşi individul nu va simţi adăugarea a* $\frac{1}{100}$ *de măr zilnic, va aprecia în mod cert creşterea anuală cu trei mere. Prin urmare, comportamentul individului apare ca rezultantă a două tipuri de măsurători: una fizică, care se presupune că îi va spune cantitatea exactă de mărfuri şi una psihologică, care reprezintă capacitatea sa de a compara satisfacţiile. Faptul că aceste două tipuri de măsurători sunt ambele implicate în această schemă constituie un punct important al problemei.*

Scanned with OKEN Scanner

Dacă îl menținem constant pe x_2 și îl lăsăm numai pe x_1 să varieze, variația lui $\omega(x_i;y_i)$ va fi reprezentată printr-o schemă similară celei din figura 1.5 (a); adică ω va fi o funcție care crește monotonic de la 0 spre 1. Când încercăm să găsim pe o linie dreaptă x_2 = const. o combinație echivalentă pentru $N(y_i)$, probabilitatea ca individul să aleagă un punct între x_1 și $x_1 + dx_1$ este cea de la (51).

$$\frac{\partial\omega(x_1,x_2;y_1,y_2)}{\partial x_1}dx_1 = f(x_1(x_2;y_1,y_2)dx_1. \tag{57}$$

Dacă acum efectuăm aceeași operație, dar păstrându-l pe x_1 constant și lăsându-l pe x_2 să varieze, vom avea în schimb *(mutatis mutandis)* probabilitatea

$$\frac{\partial\omega(x_1,x_2;y_1,y_2)}{dx_2}dx_2 = g(x_1(x_2;y_1,y_2)dx_2. \tag{58}$$

Aceleași considerații se aplică oricărei căi ω pe care crește monotonic. Dacă (γ) este o astfel de cale, atunci probabilitatea analogă relațiilor (57) sau (58) se exprimă în termeni de derivată direcțională, adică[25]

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial s}\right)_\gamma ds = (f\cos\alpha + g\sin\alpha)ds. \tag{59}$$

Probabilitatea ca poziția echivalentă lui N să fie pe calea (γ) sub[26] punctul M (x_1, x_2) de pe această curbă este, conform (50),

$$\int_{(\gamma)}^{M}\left(\frac{\partial\omega}{\partial s}\right)ds = \omega(x_i;y_i). \tag{60}$$

Dacă această cale este o linie dreaptă *nNn'* care trece prin N (figura 1.6),

$$x_i - y_1 + p(x_2 - y_2) = 0, \tag{61}$$

---

[25] *Vezi W.F. Osgood,* Calcul avansat *(New York, 1925), p. 143.*

[26] *Printr-un punct "sub" M se înțelege aici punctul care corespunde valorii lui ω mai mic decât $\omega(x_1,y_i)$.*

Scanned with OKEN Scanner

formula (59) este valabilă pentru direcţiile distincte $\vec{nN}$ şi $\vec{n'N}$. În acest caz, probabilităţile ca din *N* individul să se deplaseze către orice punct de pe $\vec{Nn}$ sau $\vec{Nn'}$ sunt:

$$\begin{aligned} \Pi &= \lim_{ds=0} \omega(y_1 - ds\cos\alpha, y_2 - ds\sin\alpha; y_1, y_2), \\ \Pi' &= \lim_{ds=0} \omega(y_1 = ds\cos\alpha, y_2 + ds\sin\alpha; y_1, y_2). \end{aligned} \tag{62}$$

Direcţiile $\vec{Nn}$, $\vec{Nn'}$ sunt, prin urmare, tangente la curbele $\omega(x_i; y_i) = \Pi$, $\omega(x_i; y_i) = \Pi'$. Probabilităţile Π şi Π' sunt atunci identice cu π_1 şi π_2 definite mai sus pentru linia de preţuri *nn'*. Curbele (56) prezintă un punct de vârf în *N'* cu excepţia cazului în care $\pi_1 = \pi_2 = \frac{1}{2}$.

Prin unirea a două ramificaţii ale curbelor

$$\omega(x_i; y_i) = \pi, \quad \omega(x_i; y_i) = 1 - \pi, \tag{63}$$

vom forma două curbe care nu mai prezintă nici o neregularitate în *N* (figura 1.6). Ne vom referi la asemenea curbe (π) ca la nişte curbe (π), la care (π) este cel mai mare dintre π şi decât 1-π. Vom introduce termenul "curbe limitate" pentru desemnarea acelora pentru care (π) = 1. Unghiul de indiferenţă (*II'*, *JJ'*) poate fi reprezentat de o ecuaţie diferenţială de gradul doi:

$$\Phi = \varphi_{11}dx_1^2 + 2\varphi_{12}dx_1dx_2 + \varphi_{22}dx_2^2 = 0, \tag{64}$$

φ_{11}, φ_{12}, φ_{22}, fiind date ca funcţii x_1, x_2. Această ecuaţie poate fi considerată şi ca o ecuaţie diferenţială a curbelor limitative.

Prin alegerea corespunzătoare a semnelor în (64), condiţiile impuse funcţiilor φ pot fi scrise

$$\begin{aligned} \Delta = \varphi_{11}\varphi_{22} - \varphi_{12}^2 < 0, \\ \varphi_{11}\varphi_{12}\varphi_{22} > 0. \end{aligned} \tag{65}$$

Pentru a determina natura unei direcţii date este util să descompunem forma Φ în factori liniari:

$$\Phi = \varphi_{11}(dx_1 + a_1dx_2)(dx_1 + a_2dx_2), \tag{66}$$

Scanned with OKEN Scanner

în care $a_1, a_2 > 0$.[27]

Direcția $\Delta x_1, \Delta x_2$ este o direcție de indiferență, preferință sau nonpreferință dacă

$$\Delta x_1 + a_1 \Delta x_2 \lesseqgtr 0 \qquad \Delta x_1 + a_2 \Delta x_2 \lesseqgtr 0: \qquad \textit{indiferent;}$$
$$\Delta x_1 + a_1 \Delta x_2 > 0 \qquad \Delta x_1 + a_2 \Delta x_2 < 0: \qquad \textit{preferat:}$$
$$\Delta x_1 + a_1 \Delta x_2 < 0 \qquad \Delta x_1 + a_2 \Delta x_2 < 0: \qquad \textit{nonpreferat.}$$

Condițiile de viitor care se impun funcțiilor φ sunt cele care țin de stabilitatea și echilibrul schimburilor. Aceste condiții constau în aceea că direcțiile limitative $\vec{NI}$, $\vec{NJ}$ trebuie să devină direcții de indiferență pe măsură ce ne îndepărtăm de N în lungul lor; în mod similar din $\vec{NI}$, $\vec{NJ}$ trebuie să devină:

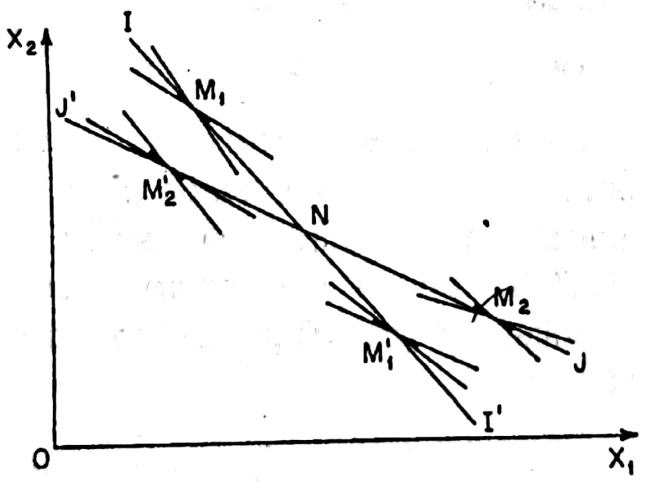

Figura 1.7

direcții de nonpreferință (figura 1.7). Formularea analitică a acestor restricții este

$$d\Phi \lesseqgtr 0 \quad \textit{unde}\, dx_1 + a_1 dx_2 = 0 \quad \textit{dacă}\ dx_1 + a_2 dx_2 \lesseqgtr 0,$$
$$d\Phi \lesseqgtr 0 \quad \textit{unde}\, dx_1 + a_2 dx_2 = 0 \quad \textit{dacă}\ dx_1 + a_1 dx_2 \lesseqgtr 0;$$

---

[27] *Pentru mai mult de două mărfuri, această descompunere nu mai este posibilă. În general, pentru n mărfuri:*

$$\varphi = A_1^2 - A_2^2 - \ldots - A_n^2,$$

termenii n-1 fiind negativi.

Scanned with OKEN Scanner

sau

$$(dx_1 + a_2 dx_2)d\Phi < 0 \quad unde \quad dx_1 + a_1 dx_2 = 0,$$
$$(dx_1 + a_1 dx_2)d\Phi < 0 \quad unde \quad dx_1 + a_2 dx_2 = 0.$$

Prin urmare,

$$\varphi_{11}(dx_1 + a_2 dx_2)^2 d(dx_1 + a_1 dx_2) < 0 \qquad unde \quad dx_1 + a_1 dx_2 = 0,$$

şi fiindcă

$$dx_1 + a_2 dx_2 \neq 0 \qquad unde \quad dx_1 + a_1 dx_2 = 0,$$

(deoarece conform (65), $a_1 \neq a_2$ şi $\varphi_{11} > 0$) obţinem condiţia:

$$d(dx_1 + a_1 dx_2) < 0 \qquad unde \quad dx_1 + a_1 dx_2 = 0.$$

De aceea

$$E_1 = \frac{\partial a_1}{\partial x_2} - a_1 \frac{\partial a_1}{\partial x_1} < 0, \qquad E_2 = \frac{\partial a_2}{\partial x_2} - a_2 \frac{\partial a_2}{\partial x_1} < 0. \tag{67}$$

Din (66) deducem

$$2\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}} = a_1 + a_2 \qquad 2\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{22}} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}, \qquad \frac{\varphi_{22}}{\varphi_{11}} = a_1 a_2 . \tag{68}$$

De aici:

$$2\partial\left(\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}}\right) = \partial a_1 + \partial a_2,$$
$$2\partial\left(\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{22}}\right) = -\frac{\partial a_1}{a_1^2} - \frac{\partial a_2}{a_2^2}, \tag{69}$$
$$\partial\left(log\frac{\varphi_{22}}{\varphi_{11}}\right) = \frac{\partial a_1}{a_1} + \frac{\partial a_2}{a_2}.$$

Din aceasta rezultă:

Scanned with OKEN Scanner

$$U_0 = E_1 + E_2 = 2\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}}\right) - 4\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}}\right) + 2\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\varphi_{22}}{\varphi_{11}}\right),$$

$$U_1 = \frac{E_1}{a_2} + \frac{E_2}{a_2} = \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\log\frac{\varphi_{22}}{\varphi_{11}}\right) - 2\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}}\right), \tag{70}$$

$$U_2 = \frac{E_1}{a_1^2} + \frac{E_2}{a_2^2} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\log\frac{\varphi_{11}}{\varphi_{22}}\right) - 2\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{22}}\right),$$

şi, în continuare,

$$\begin{vmatrix} U_0 & U_1 \\ U_1 & U_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{a_1} & \frac{1}{a_2} \end{vmatrix}^2 \cdot E_1 E_2. \tag{71}$$

Dar

$$U_0 = 2\frac{\varphi_{12}}{\varphi_{11}}U_1 - \frac{\varphi_{22}}{\varphi_{11}}U_2; \tag{72}$$

şi introducând această ultimă relație în (71), obținem

$$\varphi_{11}U_1^2 - 2\varphi_{12}U_1U_2 + \varphi_{22}U_2^2 = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{a_1} & \frac{1}{a_2} \end{vmatrix}^2 \cdot \varphi_{11}E_1E_2. \tag{73}$$

Acum se observă ușor că pot fi înlocuite condițiile (67) cu

$$U_1 > 0, \quad \varphi_{11}U_1^2 - 2\varphi_{12}U_1U_2 + \varphi_{22}U_2^2 < 0. \tag{74}$$

În cazul avut în vedere, din cauza lui a_1, $a_2 > 0$, obținem și

$$U_0 < 0\ ,\ U_2 < 0,$$

dar acestea nu sunt independente de (74).

Ecuația curbelor limitatoare se obține interpretând (64) sau ceea ce duce la același lucru,

$$dx_1 + a_1dx_2 = 0, \quad dx_1 + a_2dx_2 = 0. \tag{75}$$

Astfel, obținem în planul X_10X_2 două familii de curbe •

Scanned with OKEN Scanner

$$A_1(x_1, x_2) = \alpha_1, \qquad A_2(x_1, x_2) = \alpha_2, \tag{76}$$

care, luate împreună, sunt identice cu

$$\omega(x_i; y_i) = 1, \qquad \omega(x_i; y_i) = 0. \tag{77}$$

Curbele A_1 şi A_2 sunt, conform ipotezelor făcute, negativ înclinate (65) şi convexe către coordonate (67).

Două curbe aparţinând unor familii diferite nu se pot intersecta mai mult decât o dată. Într-adevăr, dacă ele s-ar intersecta în *m* şi *n*, am avea

$$\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_{\alpha 1} \geq \left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_{\alpha 2},$$

într-un punct şi $\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_{\alpha 1} \leq \left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_{\alpha 2}$ în altul. Dar aceasta ar însemna că există puncte pentru care

$$\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_{\alpha 1} = \left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_{\alpha 2},$$

ceea ce contrazice principala noastră condiţie (65).

Deoarece, pe de altă parte, prin fiecare punct $N(y_i)$ trece numai o curbă din fiecare familie, aceste curbe împart planul în patru zone, a căror semnificaţie este evidentă (figura 1.6).

Datorită acestor proprietăţi ale curbelor A se poate stabili o corespondenţă de unu la unu între punctele din planul $X_1 0 X_2$ şi cele din planul $\alpha_1 0 \alpha_2$ (figura 1.8). Fiecărui punct $M(x_i)$ din prima îi corespunde o imagine $m(\alpha_1, \alpha_2)$ în cea de-a doua. În acest ultim plan, liniile drepte α_1 = const. şi α_2 = const. corespund curbelor A_1, A_2.

Considerând α_1, α_2 ca variabile noi, (66) devine

$$\Phi = \mu(\alpha_1, \alpha_2) d\alpha_1 d\alpha_2 \qquad (\mu > 0). \tag{78}$$

Direcţiile de indiferenţă fiind caracterizate prin $\Phi < 0$, zona de indiferenţă corespunzătoare constă în $\alpha_1 0 \alpha_2$ din două zone pătrate *amc*, *bmd*. Zonelor de preferinţă şi nonpreferinţă le corespund zonele pătrate *amd* şi *cmb*.

Scanned with OKEN Scanner

Această schemă a comportamentului unui individ nu creează vreo "iluzie". Într-adevăr, imaginea oricărei căi continui care pornește din *M* întotdeauna într-o direcție de preferință este în $\alpha_1 0 \alpha_2$ o curbă pe care $d\alpha_1$, $d\alpha_2 > 0$ și, prin urmare, ultima poate duce numai într-un punct oarecare în zona *amd*. Un raționament similar se poate aplica unei căi care merge întotdeauna într-o direcție preferată (figura 1.8). Inegalitatea satisfacției este tranzitivă.

Relația dintre combinațiile indiferente este, totuși, nontranzitivă. Astfel din

$$m = n, \quad n = p,$$

rezultă că $m = p$ (figura 1.8); deși $n = p'$, p' este preferat lui m. Cu alte cuvinte, relația dintre combinații indiferente este tranzitivă dacă ele se pot lega pe o cale care merge întotdeauna într-o direcție de indiferență și astfel ca, pe ea, direcția de deplasare, $\frac{dx_2}{dx_1}$, să fie continuă în toate punctele. Dacă acest lucru nu este adevărat, nu putem spune dacă tranzitivitatea este valabilă sau nu.

Prin urmare, din

$$M(x_i) = N(y_i), \quad N(y_i) = P(z_i),$$

dacă $x_i - y_i$ și $y_i - z_i$ au același semn, putem întotdeauna ajunge la concluzia că $M = P$.

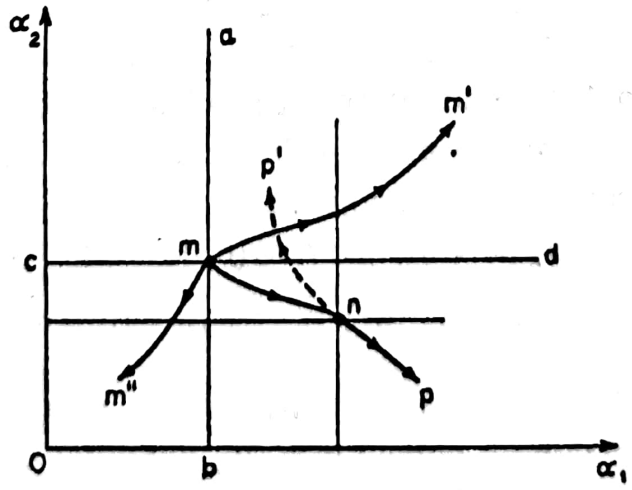

Figura 1.8

Scanned with OKEN Scanner

Lipsa tranzitivităţii în raport cu situaţia de indiferenţă este uşor de explicat. Ceea ce vreau într-adevăr să spun prin $M = N$ este că există o probabilitate ω ca M să fie considerat preferabil lui N. Comparaţiile între M şi N, N şi P şi între M şi P sunt trei fenomene independente. Nu există nici o cale de a stabili o relaţie între probabilităţile care au legătură cu vreuna din ele.

* * *

O ecuaţie similară relaţiei (64) defineşte orice curbă (π)

$$\psi_{11}dx_1^2 + 2\psi_{12}dx_1dx_2 + \psi_{22}dx_2^2 = 0, \qquad (79)$$

în care $\psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{22}$ sunt funcţii ale lui x_1, x_2, π, care satisfac condiţiile

$$\psi_{11}\psi_{12} - \psi_{12}^2 < 0, \qquad \psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{22} < 0,$$

cu excepţia că pentru $\pi = \frac{1}{2}$ avem

$$\psi_{11}\psi_{12} - \psi_{12}^2 \equiv 0.$$

Pentru această valoare particulară, (79) devine

$$\varphi_1 dx_1 + \varphi_2 dx_2 = 0 \qquad (80)$$

care este ecuaţia diferenţială a curbelor de indiferenţă completă. Folosirea acestui termen se justifică prin faptul că pentru oricare dintre două combinaţii aparţinând unei astfel de curbe există o îndoială evidentă în a stabili care din ele este preferabilă; adică ambele răspunsuri $A > B$, $B > A$ au aceeaşi probabilitate egală cu $\frac{1}{2}$.

Conform principiului ratei marginale descrescătoare a înlocuirii, curbele (79) sunt convexe faţă de axele coordonate şi, în consecinţă, funcţiile ψ satisfac relaţiile analoge relaţiei (79). Fiecare curbă (π) este divizată de către orice curbă de indiferenţă completă în două părţi, una superioară şi una inferioară. Toate combinaţiile situate pe curba (π) care trece prin N sunt preferate lui N cu frecvenţa π dacă aparţin părţii superioare, cu frecvenţa $1 - \pi$ în celălalt caz.

Scanned with OKEN Scanner

* * *

Voi continua cu o scurtă analiză a consecințelor pe care le are schema descrisă în această secțiune asupra echilibrului schimburilor la un preț constant. Să considerăm un individ al cărui venit este x_1^0 și care poate obține o unitate din X_2 în schimb pentru p unități din X_1. Proprietățile curbelor limitatoare menționate mai sus conduc la următorul model:

Pe măsură ce individul se deplasează pe linia bugetului

$$x_1^0 = x_1 + px_2$$

din A către B (figura 1.9), el se va deplasa, dacă $\vec{AB}$ nu este o direcție de indiferență pentru A, pe un anume interval într-o direcție de preferință.

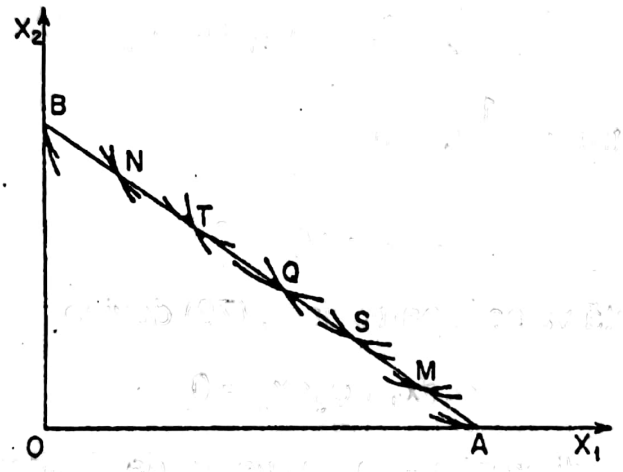

Figura 1.9

Pe AB există un punct $S(\xi_1\xi_2)$ pentru care $\vec{SB}$ este o direcție limitatoare între zonele de preferință și mai departe - dacă $\vec{BA}$ nu este o direcție de indiferență pentru B - un alt punct T $(\tau_1\tau_2)$ pentru care $\vec{TB}$ este direcția limitatoare dintre zonele de indiferență și nonpreferință. Între S și T există numai puncte pentru care AB este în ambele sensuri o direcție de indiferență; $\vec{AB}$ este o direcție de nonpreferință pentru orice punct situat între B și T. Aceasta indică faptul că orice punct între S și T ar putea fi un punct de echilibru și că sistemul care îl definește este

$$x_1^0 = x_1 + px_2, \qquad p^2\varphi_{11} - 2p\varphi_{12} + \varphi_{22} < 0. \tag{81}$$

Scanned with OKEN Scanner

Nu se poate determina dinainte în care din aceste puncte se va sfârși echilibrul în cazul unei singure tranzacții. Poziția finală a echilibrului va fi influențată de o multitudine de cauze care țin de situația actuală a cumpărătorului și a vânzătorului. Acest lucru nu mai este valabil în cazul unei serii de tranzacții repetate în cadrul cărora prețul p și venitul x_1^0 rămân constante. Există o probabilitate definită ca tranzacția să se încheie în orice punct dat între S și T.

Să presupunem că individul s-a deplasat pe linia dreaptă AB până în Q (y_1,y_2). O dată acceptată această poziție, există o anume probabilitate (59) ca el să se deplaseze din Q până într-un punct Q' de pe aceeași linie și având ordonata între x_2 și $x_2 + dx_2$. Și fiindcă în acest caz

$$\cos\alpha = \pm\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}, \qquad \sin\alpha = \mp\frac{1}{\sqrt{1+p^2}},$$

și

$$ds = \frac{dx_1}{\cos\alpha} = \frac{dx_2}{\sin\alpha},$$

probabilitatea (59) poate fi redată sub forma $k\ (y_2,\ x_2)\ dx_2$. Această probabilitate depinde, prin urmare, de poziția anterioară. Următorul pas este de a exprima probabilitatea unei schimbări a poziției începând din Q'; această probabilitate depinde de poziția Q' și așa mai departe. Recunoaștem aici o mulțime de evenimente aleatorii supuse unei relații în lanț.

Fie $P\ (x_2)\ dx_2$ probabilitatea conform căreia echilibrul se stabilește în Q', independent de poziția anterioară. Funcția P este definită de ecuația integrală[28]

$$P(x_2) = \int_{\tau_2} P(y_2)k(y_2,x_2)dy_2. \qquad (82)$$

Dar această lege a probabilității nu ar putea fi folosită la determinarea poziției echilibrului final printr-o singură tranzacție în mai

[28] *G. Darmois*, Analyse et comparaison des séries statistiques qui se développent dans le temps, *Metron, VIII (1929), p. 238-239.*

Scanned with OKEN Scanner

mare măsură decât atunci când folosim un tabel privind mortalitatea la determinarea perioadei cât va trăi un individ.

De fapt, $P\ (x_2)\ dx_2$ este probabilitatea conform căreia, în circumstanțele date, cantitatea X_2 cerută se va situa între x_2 și $x_2 + dx_2$. Legea cererii nu mai poate fi reprezentată ca o curbă care stabilește legătura între prețuri și cantități, ci ca o distribuție bivariată între aceleași variabile.

Să notăm cu $P_i\ (x/p)\ dx$ probabilitatea conform căreia cantitatea cerută la prețul p de individul (i) se află între x și $x + dz$ și varianta distribuției astfel este $s_i\ (p)$. Probabilitatea referitoare la cererea colectivă a n indivizi se poate reda cu ușurință în termeni de P_i. Fie $P(X/p)dX$ probabilitatea conform căreia cererea de pe piață la prețul p este cuprinsă între X și $X + dX$. Avem

$$P(X / p)dX = \int P_1(x_1 / p)P_2(x_2 / p)\ldots P_n(x_n / p)dx_1dx_2\ldots dx_n,$$

integrarea fiind supusă condiției

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = X.$$

Este evident că domeniul de indeterminanță al cererii de pe piață este egal cu suma domeniilor corespunzătoare ale cererilor individuale. Variația pentru X este, conform unei teoreme binecunoscute,

$$S = s_1 + s_2 + \ldots + s_n,$$

și, prin urmare, cu cât este mai mare piața, cu atât mai mare va fi variația cererii sale.

Numai valorile relative, cum ar fi deviația relativă $(X - \overline{X}) / \overline{X}, \overline{X}$ fiind valoarea medie a lui X, sau cantitatea cerută per capita X/n conduc la o varianță mai mică pe măsură ce dimensiunea pieței crește[29].

Transformarea datelor cantitative într-un anume tip de valori relative, ca faza preliminară a abordării statistice a unor asemenea serii, se dovedește astfel ca fiind nu numai justificată, ci și necesară.

---

[29] *Varianța pentru $(X-\overline{X})/\overline{X}$ care este $\sigma = S/\overline{X}^2$ va descreşte, în cazul unor ipoteze foarte generale, pe măsură ce n creşte. Varianța pentru X/n este S/n^2 şi va descreşte şi ea, pe măsură ce n creşte, dacă s_i are o limită superioară.*

Scanned with OKEN Scanner

VII. Concluzii

Scopul acestei ultime secțiuni va fi atât centralizarea principalelor rezultate obținute până acum - prezentându-le astfel într-o formă mai concisă - cât și relevarea unor considerații privind aplicarea unora dintre aceste puncte la problema schimburilor.

1. S-a arătat că patru puncte principale afectează orice construcție analitică a teoriei alegerii. Deoarece fiecare din aceste puncte prezintă două alternative, vor exista tot atâtea versiuni ale acestei teorii câte combinații adecvate există pentru postulatele rezultate din aceste alternative. Printre aspectele revelatoare ale teoriei găsim teoria varietăților de utilități de Edgeworth și teoria alegerii a lui Pareto.

Analiza pură nu mai poate face nimic în această direcție. Forma postulatelor A,B,C și D pe care trebuie s-o acceptăm constituie o problemă care poate fi clarificată numai printr-un experiment real.

Totuși, pare puțin probabil ca unele dintre postulate, anume C și D, să poată fi abordate cu succes. Acest fapt este destul de neplăcut deoarece unicitatea elementelor de indiferență - și, prin urmare, aceea a echilibrului schimburilor - depinde exact de aceste puncte. Totuși nu toate sunt blocate. Întrebarea dacă aceste combinații de indiferență sunt tranzitive sau nu are un rol important la stabilirea concluziilor în cadrul acestei analize. Se pare că acest punct ar putea fi ușor supus unei verificări experimentale. Altfel, vom fi lipsiți de orice speranță dacă răspunsul la o asemenea încercare ar fi negativ. Deoarece, așa cum s-a arătat (Secțiunea V), în timp ce tranzitivitatea confirmă postulatele C și D, nu rezultă că și combinațiile de indiferență au această proprietate specială[30].

---

[30] *După câte cunosc, a existat o singură încercare de studiu experimental al naturii curbelor de indiferență. Conform L.L. Thurstone* Funcția de indiferență, *Journal of Abnormal and Social Psychology, II (1931), p. 139. Totuși, este puțin probabil ca experimentul profesorului Thurstone să ne ajute la aflarea unor date despre formele postulatelor analizate aici. Studiul fiind realizat pe calea întrebărilor și răspunsurilor, nu putem ști dacă prețurile care dominau piața la data experimentului i-au influențat sau nu pe subiecți când au dat răspunsurile. Unele dintre diagramele cuprinse în lucrarea profesorului Thurstone, și anume 13 și 17, sugerează faptul că i-au influențat. Mai mult,*

Scanned with OKEN Scanner

Totuşi, se pot emite multe consideraţii formale semnificative asupra situaţiei acestor postulate.

Odată ce invarianţa elementului tangenţial în *M* la varietatea (μ) faţă de variaţia ω este acceptată, nu mă pot gândi la nici o obiecţie comparabilă cu spiritul modelului static care ar putea fi adusă împotriva extinderii acestei invarianţe la întreaga varietate. Postulatele C şi D sunt suficiente pentru o explicare analitică a unicităţii echilibrului schimbului, dar nu permit realizarea unei imagini adecvate a comportamentului uman. "Iluzia" descrisă mai înainte (Secţiunea V) poate fi interpretată?

Am dorit să analizăm - şi mai târziu s-o introducem în teorie - imposibilitatea unei comparaţii mentale precise la distanţă finită, pe baza simplului fapt că oricine îşi poate verifica ipoteza prin simpla introspecţie. Dar acest tip de argument poate fi răsturnat. Astfel, de ce să nu respingem o schemă pe care toţi o consideră paradoxală? Trebuie să se înţeleagă că ne gândim la o teorie modelată pe un tip de individ care există cu adevărat şi nu pe unul "necesar şi suficient". *In extremis*, aceste consideraţii ar putea pur şi simplu să fie ignorate de ştiinţele economice dacă s-ar limita numai la explicarea schimburilor.

Dar ele sunt întâlnite, iar şi iar, sub aceeaşi formă la elemente nu mai puţin importante, cum ar fi: utilitatea marginală a banilor, indicii de preţuri, bunăstarea individuală şi socială etc. Teoria adecvată a alegerii constituie o parte esenţială a ştiinţelor economice.

2. Condiţiile analitice necesare şi suficiente pentru stabilitatea echilibrului schimbului au fost stabilite în forma corectă, iar integrabilitatea elementelor de indiferenţă s-a dovedit necesară pentru transformarea lor în principiul ratei marginale descrescătoare de înlocuire.

Interpretarea geometrică a acestor condiţii este aceea a curbei varietăţilor integrale - atunci când există - este în orice punct mai mare decât acela al varietăţii liniare, adică mai mare decât zero. Merită subliniat aici că aceste condiţii obţinute astfel sunt valabile numai pentru

---

rezultatul unei simple vizualizări nu poate fi relevant pentru o teorie a alegerii reale dacă combinaţiile folosite la experiment nu sunt cele cu care subiectul este familiar, ca urmare a celei mai recente experienţe. Această ultimă combinaţie restrânge domeniul experimentului la un nivel care face ca studiul să fie inutil. Se pare că nu putem evita nevoia de a-i lăsa pe subiecţi să trăiască o satisfacţie înainte de a face alegerea.

Scanned with OKEN Scanner

un schimb la prețuri constante. Forma lor va fi complet diferită dacă tranzacția nu este încheiată pe baza unui preț constant, și atunci când curba individuală de alimentare nu este perfect elastică. În ultimul caz, ecuația bugetului nu mai reprezintă o varietate liniară. În plus, condițiile de stabilitate impun ca curba varietăților integrale să fie mai mare decât a varietății reprezentate de ecuația bugetului. Ultima condiție este cea generală.

3. Analiza a demonstrat și necesitatea unei distincții între varietățile de indiferență și cele integrale. Confundarea acestor două concepte a dus la paradoxul cazului de nonintegrabilitate. Din simpla existență a variațiilor integrale nu putem deduce că ele reprezintă locurile geometrice ale ofelimității constante. Integrabilitatea elementelor de indiferență are mai puțin de a face cu existența varietăților de ofelimitate constantă decât are condiția de tranzitivitate. Acest argument este ilustrat intuitiv de curbele integrale sub formă de spirală (Secțiunea III).

4. În final s-a propus și s-a analizat o schemă rezultată dintr-o variantă a postulatelor A și C. Caracteristica principală a acestei scheme este existența unui prag al comparării satisfacțiilor. Ca o consecință directă, s-a dovedit că există un anume domeniu de indeterminare care ține de echilibrul schimbului. În acest caz, legea cererii apare ca o distribuție multivariată între prețuri și cantități sau, folosind un termen introdus de profesorul Taussig într-o chestiune similară, ca o *penumbră*[31].

Pornind de la această schemă și admițând că intervalul de timp pentru comparația mentală este infinit, obținem drept caz limitativ schema statică clasică formulată în termeni de varietăți de utilitate (Edgeworth). Într-o analiză dinamică, această ultimă supoziție nu mai poate fi acceptată, iar o astfel de analiză va trebui să renunțe la ipoteza că o lege a cererii este o relație rigidă între prețuri și cantități.

Zona de "penumbră" a cererii face posibilă explicarea multor fapte observate pe piețele reale. Astfel putem găsi o justificare pentru anumite aspecte ale imperfecțiunii piețelor.

Mijloacele generate folosite de întreprinzători pentru a-i determina pe oameni să cumpere mai mult dintr-o singură marfă - ceea ce implică

---

[31] *F.W. Taussig,* Este prețul pieței definitiv?, *Quarterly Journal of Economics, XXXV (1921), p. 394.*

Scanned with OKEN Scanner

în mod necesar mai puțin din altele - se pot împărți în două grupe: cele care au ca scop influențarea poziției cumpărătorului în zona de "penumbră" existentă și cele care caută să-i modifice gusturile. Sarcina imediată a vânzătorului, vânzările speciale, articolul vândut în pierdere pentru a determina cumpărarea altora etc. apariția primului grup. Al doilea grup constă mai ales în reclamă pe scară mare și pe perioade lungi; cu alte cuvinte, constă într-o propagandă reală de a convinge cumpărătorii de avantajele unui consum sporit din mărfurile prezentate prin reclamă.

Produsele de bază, cum ar fi carnea, pâinea, laptele etc., care sunt consumate mai des și, prin urmare, verificate o perioadă mai lungă, vor avea în mod sigur un prag mai mic și astfel o zonă de "penumbră" a cererii mai mică. Aceasta pare să corespundă pe deplin faptului că primul grup de acțiuni din zona vânzătorului este practic absent la comercializarea acestor mărfuri. Asemenea acțiuni vor fi deosebit de importante și evidente în cazul acelor mărfuri a căror întrebuințare este mai rară. Astfel, există un sens în care două mărfuri diferite, fără a fi competitive în mod obligatoriu, pot fi considerate concurente una față de alta atât pe termen scurt, cât și pe termen lung.

Notă matematică privind condițiile de stabilitate a echilibrului în cadrul unui schimb la prețuri constante

1. Condiția de stabilitate este (9)

(I) $$\sum_1 \sum_2 {}_k B_{i,k} \Delta\Delta_{x_i} x_k < 0$$

condiționată de (7)

(II) $$\Delta x_1 + \sum_2 {}_i B_i \Delta x_i = 0.$$

Eliminând Δ_{x_1} din aceste două relații, obținem

Scanned with OKEN Scanner

(III) $$F = \sum_{2}{}_i \sum_{2}{}_k (B_{i,k} - B_{i,1}B_k)\Delta x_i \Delta x_k < 0.$$

F este o formă pătratică omogenă în n - 1 variabile $\Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}, \ldots, \Delta_{x_n}$ care se poate scrie sub forma

(IV) $$F = \frac{1}{2}\sum_{2}{}_i \sum_{2}{}_k \int_{i,k} \Delta x_i \Delta x_k ,$$

în care

(V) $$f_{i,k} = f_{k,i} = B_{i,k} + B_{k,i} - B_{l,1}B_k - B_{k,1}B_i .$$

Cu excepţia unui factor de proporţionalitate, discriminantul formei F este

(VI) $$|F| = \begin{vmatrix} f_{22} & f_{23} & \ldots & f_{2n} \\ f_{32} & f_{33} & \ldots & f_{3n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ f_{n2} & f_{n3} & \ldots & f_{nn} \end{vmatrix}.$$

Condiţia necesară şi suficientă pentru ca F să fie definit şi negativ, (III), este ca minorele principale din $|F|$ trebuie să fie alternativ negative şi pozitive[32]:

(VII) $$|f_{22}| < 0; \begin{vmatrix} f_{22} & f_{23} \\ f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} > 0; \ldots$$

Delimitând determinantul (VI), F poate fi scris

(VIII) $$|F| = -\begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 & \ldots & B_n \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ B_2 & 0 & & & \\ \ldots & \ldots & & f_{ik} & \\ \ldots & \ldots & & & \\ B_n & 0 & & & \end{vmatrix}.$$

[32] *Vezi, de exemplu, T.J.I'A. Bromwich,* Formele pătratice şi clasificarea lor prin factorii de invarianţă, *Cambridge Tracts, no.3, 1906, p. 19.*

Scanned with OKEN Scanner

Adăugând elementelor din şirul trei, patru,..., (n+1) pe cele din primul şir înmulţindu-le cu $B_{2,1}$, $B_{3,1}$,..., $B_{n,1}$, şi efectuând o operaţie similară pe coloane, obţinem conform (V):

$$(IX)\quad |F| = -\begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 & B_3 & \dots & B_n \\ 1 & 0 & B_{2,1} & B_{3,1} & \dots & B_{n,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} & B_{2,3}+B_{3,2} & \dots & B_{2,n}+B_{n,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_n & B_{n,1} & B_{n,2}+B_{2,n} & B_{n,3}+B_{3,n} & \dots & 2B_{n,n} \end{vmatrix}.$$

Deoarece prin acelaşi procedeu obţinem:

$$f_{22} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 \\ 1 & 0 & B_{2,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} \end{vmatrix},$$

$$(X)\quad \begin{vmatrix} f_{22} & f_{23} \\ f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 & B_3 \\ 1 & 0 & B_{2,1} & B_{3,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} & B_{2,3}+B_{3,2} \\ B_3 & B_{3,1} & B_{3,2}+B_{2,3} & 2B_{3,3} \end{vmatrix},$$

.....

condiţiile (VII) sunt date ca echivalente cu (11), adică

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 \\ 1 & 0 & B_{2,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} \end{vmatrix} > 0;$$

$$(XI)\quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & B_2 & B_3 \\ 1 & 0 & B_{2,1} & B_{3,1} \\ B_2 & B_{2,1} & 2B_{2,2} & B_{2,3}+B_{3,2} \\ B_3 & B_{3,1} & B_{3,2}+B_{2,3} & 2B_{3,3} \end{vmatrix} < 0;\ \dots$$

2. Fie

$$(XII)\quad \Delta x_i = \sum_{2}{}_k \alpha_{ik} y_k, \qquad (i = 2,3,\dots,n),$$

Scanned with OKEN Scanner

o transformare liniară care conduce la

(XIII) $$F = \frac{1}{2}\sum_{2} {}_{k}\varphi_{k} y_{k}^{2}.$$

Atunci

(XIV) $$\sum_{2} {}_{i}\sum_{2} {}_{k} f_{ik}\alpha_{ir}\alpha_{ks} \begin{cases} 0 & \text{dacă} \quad r \neq s. \\ \varphi_{r} & \text{dacă} \quad r = s. \end{cases}$$

Să luăm

(XV) $$\alpha'_{ik} = \alpha_{ki}$$

şi efectuăm următoarea înmulţire a matricelor:

(XVI) $$[\alpha'_{ri}] \times [f_{ik} + g_{ik}] \times [\alpha_{ks}] = [\beta_{rs}],$$

în care, în acest moment $[g_{ik}]$ este o matrice simetrică pe diagonala arbitrară, adică

(XVII) $$g_{ik} + g_{ki} = 0.$$

Conform regulilor de înmulţire a matricelor[33]:

(XVIII) $$\beta_{rs} = \sum_{2} {}_{i}\sum_{2} {}_{k}\alpha'_{ri}\,(f_{ik} + \dot{g}_{ik})\alpha_{ks},$$
$$\sum_{2} {}_{i}\sum_{2} {}_{k} f_{ik}\alpha_{ir}\alpha_{ks} + \sum_{2} {}_{i}\sum_{2} {}_{k} g_{ik}\alpha_{ir}\alpha_{ks}.$$

Dar din (XVII) rezultă că

(XIX) $$\sum_{2} {}_{i}\sum_{2} {}_{k} g_{ik}\alpha_{ir}\alpha_{ks} = \begin{cases} 0 & \text{dacă} \quad r = s, \\ \psi_{rs} & \text{dacă} \quad r \neq s, \end{cases}$$

cu

(XX) $$\psi_{rs} + \psi_{sr} = 0.$$

---

[33] *Vezi, de exemplu, H.W. Turnbull,* Teoria determinanţilor, matricelor şi invarianţelor *(Londra, 1928), p.63.*

Scanned with OKEN Scanner

Prin (XIV) şi (XIX), obţinem

$$\text{(XXI)} \qquad \beta_{rs} = \begin{cases} \varphi_r & \text{dacă} \quad r = s, \\ \psi_{rs} & \text{dacă} \quad r \neq s \end{cases}$$

şi din (XVI) rezultă

$$\text{(XXII)} \qquad |f_{ik} + g_{ik}| \cdot |\alpha_{ik}|^2 = \begin{vmatrix} \alpha_2 & \psi_{23} & \dots & \psi_{2n} \\ \psi_{32} & \alpha_3 & \dots & \psi_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \psi_{n2} & \psi_{n3} & \dots & \alpha_n \end{vmatrix}.$$

Să dezvoltăm ultimul determinant faţă de elementele diagonalei principale. Deoarece toate minorele principale ale determinantului

$$\text{(XXIII)} \qquad \begin{vmatrix} 0 & \psi_{23} & \dots & \psi_{2n} \\ \psi_{32} & 0 & \dots & \psi_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \psi_{n2} & \psi_{n3} & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

sunt simetrice pe diagonală şi, prin urmare, cele de mărime impară dispar identic şi deoarece

$$\text{(XXIV)} \qquad |f_{ik}| \cdot |\alpha_{ik}|^2 = \varphi_2 \varphi_3 \dots \varphi_n,$$

această dezvoltare duce la

$$|f_{ik} + g_{ik}| \cdot |\alpha_{ik}|^2 - |f_{ik}| \cdot |\alpha_{ik}|^2 =$$

$$\text{(XXV)} \qquad = S\varphi_4\varphi_5 \dots \varphi_n \begin{vmatrix} 0 & \psi_{23} \\ \psi_{32} & 0 \end{vmatrix} + S\varphi_6\varphi_7 \dots \varphi_n \begin{vmatrix} 0 & \psi_{23} & \dots & \psi_{25} \\ \psi_{32} & 0 & \dots & \psi_{35} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \psi_{52} & \psi_{53} & \dots & 0 \end{vmatrix} + \dots$$

Toţi determinanţii membrului din dreapta, fiind simetrici pe diagonală de mărime pară, sunt pătrate perfecte. Pe de altă parte, forma F fiind finită şi negativă, produşii $\varphi_4\varphi_5 \dots \varphi_n$, $\varphi_6\varphi_7 \dots \varphi_n$ vor fi pozitivi sau negativi în funcţie de faptul dacă n este impar sau par.

Scanned with OKEN Scanner

Prin urmare

(XXVI)
$$\left|\int_{ik} + g_{ik}\right| \geq \left|\int_{ik}\right| \quad \textit{pentru } n \textit{ impar}$$
$$\left|\int_{ik} + g_{ik}\right| \leq \left|\int_{ik}\right| \quad \textit{pentru } n \textit{ par}$$

egalitatea fiind posibilă numai în cazul în care toate $\psi_{rs} = 0$.

Până aici g_{ik} are valori arbitrare. Să considerăm acum

(XXVII) $$g_{ik} = B_{ik} - B_{ki} + B_{k,1}B_i - B_{i,1}B_k .$$

Atunci din (V) rezultă

(XXVIII) $$f_{ik}g_{ik} + g_{ik} = 2(B_{i,k} - B_{i,1}B_k) .$$

Avem în continuare

(XXIX)
$$\left|f_{ik} + g_{ik}\right| = \begin{vmatrix} 1 & B_2 & \dots & B_n \\ 0 & & & \\ \vdots & & f_{ik} + g_{ik} & \\ 0 & & & \end{vmatrix} .$$

şi adăugând elementele primului şir înmulţite succesiv cu $2B_{2,1}$, $2B_{3,1}$,..., $2B_{n,1}$ la şirurile rămase obţinem

(XXX)
$$\left|f_{ik} + g_{ik}\right| = 2^{n-1} \begin{vmatrix} 1 & B_2 & \dots & B_n \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \dots & B_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n,1} & B_{n,2} & \dots & B_{n,n} \end{vmatrix} .$$

Iar conform (XXVI)

Scanned with OKEN Scanner

$$(XXXI) \qquad 2^{n-1}\begin{vmatrix} 1 & B_2 & \dots & B_n \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \dots & B_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{n,1} & B_{n,2} & \dots & B_{n,n} \end{vmatrix} \geq \left|f_{ik}\right|, \leq \left|f_{ik}\right|.$$

Revenind acum la condițiile de stabilitate (VII) sau (XI), observăm că dacă acestea sunt satisfăcute, din (XXXI) rezultă că trebuie să avem și

$$(XXXII) \qquad \begin{vmatrix} 1 & B_2 \\ B_{2,1} & B_{2,2} \end{vmatrix} < 0; \quad \begin{vmatrix} 1 & B_2 & B_3 \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} \end{vmatrix} > 0; \ \dots$$

dar că reciproca nu este adevărată.

Cele două mulțimi de condiții sunt echivalente dacă și numai dacă toate $\psi_{rs} = 0$. Dar acest lucru nu se poate întâmpla dacă nu avem $g_{ik}=0$. Într-adevăr, forma pătratică

$$(XXXIII) \qquad G = \sum_2{}_i \sum_2{}_k g_{ik} \Delta x_i \Delta x_k$$

se transformă prin substituția liniară (XII) în

$$(XXXIV) \qquad G = \sum_2{}_i \sum_2{}_k \psi_{rs} r_r y_s ,$$

iar dacă ultima este identic nulă, tot așa trebuie să fie și prima.

Condițiile

$$(XXXV) \qquad g_{ik} = B_{i,k} - B_{k,i} + B_{k,i}B_i - B_{i,1}B_k = 0$$

sunt ușor de recunoscut ca fiind acelea ale integrabilității întregii ecuații diferențiale

$$(XXXVI) \qquad dx_1 = b_2 dx_2 - B_3 dx_3 + \dots + B_n dx_n = 0,$$

și astfel ajungem la concluzia că înmulțirea de condiții (XI) și (XXXII) sunt echivalente numai când ecuația diferențială a elementelor de indiferență este integrabilă; altfel, ultima este o consecință a celei dinainte dar, nu invers. Prin urmare, această diferență nu există în cazul în care $n=2$.

Scanned with OKEN Scanner

2

Teoria alegerii şi constanţa legilor economice

I. Introducere

Primele încercări ale economiştilor matematicieni, cum ar fi Walras şi Jevons, de a introduce modelele matematice pentru explicarea comportamentului consumatorului au fost întâmpinate cu critici mari în ceea ce priveşte legitimitatea obligării naturii umane de a se conforma unui cadru rigid de structuri matematice. Mai târziu, o dată cu lucrarea lui Edgeworth şi Pareto, criticile s-au datorat în parte eliminării conceptului de utilitate măsurabilă ca element necesar al unei teorii coerente a cererii şi introducerii teoriei alegerii în locul vechii teorii a utilităţii.

Pe măsură ce teoria alegerii a fost îmbunătăţită, controversa privind justificarea unei formulări matematice a comportamentului consumatorului, cel puţin în privinţa scopurilor teoriei statice, s-a atenuat treptat. Între timp, economiştii matematicieni moderni au dus teoria alegerii la un asemenea nivel încât părea că prea puţin a mai rămas de adăugat pentru a o îmbunătăţi[1]. Astăzi, chiar şi economiştii matematicieni par să nu mai pună sub semnul întrebării rezultatele acestui capital al economiei matematice şi concluzia că legea cererii este o relaţie unic definită între preţuri şi cantităţi, este o lege economică ferm statornicită.

Adecvarea instrumentului matematic la o teorie a producţiei nu a fost contestată de primii critici ai economiei matematice: fiindcă s-a

---

Notă: Această lucrare este preluată din Quarterly Journal of Economics, *LXIV (1950), p. 125-138. În Secţiunea V a acestei versiuni, argumentul care ilustrează efectul de histereză din figura 2.2 a fost reluat într-o formă mai explicită decât articolul originar din 1950.*

[1] *Pentru o prezentare completă şi foarte instructivă a situaţiei în care se află teoria alegerii în prezent, vezi Paul A. Samuelson,* Fundamentele analizei economice *(Cambridge, Mass., 1947), p. 90.*

Scanned with OKEN Scanner

considerat, producția constând într-o serie de procese fizice și chimice, că a o analiza matematic însemna a o extinde pur și simplu la domeniul științelor naturii deja structurate pentru o astfel de abordare.

Dar pe măsură ce teoria alegerii câștiga încrederea unui număr tot mai mare de economiști, unii economiști matematicieni au început, oricât de paradoxal ar părea, să își facă probleme în privința dificultăților neprevăzute ce țineau de teoria matematică a producției, cum ar fi definirea factorilor de producție în mod corespunzător, găsirea unei măsuri unitare pentru antreprenoriat etc.

Scopul acestei lucrări este, după supunerea postulatelor teoriei alegerii, așa cum se prezintă în lucrările moderne, unei reexaminări critice, de a arăta că paradoxul menționat este numai superficial și că problemele legate de complexitatea naturii umane au fost numai evitate de o asemenea teorie, dar nu și rezolvate. Influența noului punct de vedere asupra constanței legilor statice va fi și ea discutată[2].

II. Teoria alegerii consumatorului

Postulatul principal al teoriei alegerii este cuprins în afirmația că, o dată confruntat cu două combinații diferite de mărfuri $C^1\left(x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1\right)$ și $C^2\left(x_1^2, x_2^2, \ldots, x_n^2\right)$ în care x_j^i reprezintă un anume flux de mărfuri X_j pe unitate de timp, să poată decide în privința ordonării ofelimității lor într-o direcție unică, adică una și numai una dintre posibilitățile următoare:

(1) C^1 este preferat lui C^2;

(2) C^2 este preferat lui C^1;

(3) Combinațiile îi sunt indiferente.

Postulatului i se mai adaugă unele condiții de tranzitivitate care duc la concluzia că, alegând C^1, toate combinațiile indiferente lui vor fi reprezentate în spațiu (X_1, X_2, ..., X_n) printr-o varietate dimensională $(n\text{-}1)$[3].

---

[2] *Autorul dorește să mulțumească pentru observațiile utile profesorilor W.W. Leontief și A. Smithies și în special pentru sugestiile primite din partea profesorului E.H. Chamberlin care a făcut revizia acestui manuscris. Evident, autorul rămâne singurul răspunzător pentru eventualele greșeli care ar putea apărea în această lucrare.*

[3] *În cazul a două mărfuri, acest lucru înseamnă că combinațiile indiferente lui C^1 formează o curbă care trece prin C^1 și, prin urmare, nu acoperă o suprafață plană.*

Scanned with OKEN Scanner

Atitudinea obișnuită adoptată de diferiți scriitori în privința acestui subiect, incluzându-l și pe autor, a constat în investigarea, ca etapă următoare, a formei varietăților de indiferență. Dar, gândind mai atent, aceasta pare un procedeu logic pripit, deoarece postulatul de mai sus nu poate fi transformat într-un instrument teoretic util fără adăugarea altor atribute.

În primul rând, trebuie să știm dacă acest postulat trebuie privit ca o lege rigidă sau ca o formulare limită a relației stocastice. Cu alte cuvinte, în ipoteza că prețurile (p_1, p_2, ..., p_n) și venitul sunt date, postulatul implică faptul că, prin compararea reciprocă a tuturor combinațiilor compatibile cu datele menționate, individul va ajunge *deodată* la combinația preferată sau că la această situație se va ajunge după multe încercări și erori? Dacă se acceptă ultima alternativă, teoria economică clasică a echilibrului consumatorului va fi prea puțin afectată. Numai modelele economice, când sunt confruntate cu realitatea, vor trebui să includă unele componente aleatorii proprii structurii stocastice a opțiunii consumatorului și distinctă de erorile aleatorii care țin de măsurarea reală[4].

Un alt punct de vedere, mult mai profund, care apare în legătură cu postulatul alegerii formulat mai sus, este dacă reprezentarea varietăților de indiferență depinde sau nu depinde de experiența economică a individului. Cu alte cuvinte, dacă varietățile de indiferență ale aceluiași individ ar putea sau nu ar putea fi tratate ca element invariant prin teoria statică.

O dovadă în sprijinul ipotezei că ele nu sunt invariante poate fi găsită în mutația apărută în distribuția bugetului unui individ care a avut

---

[4] *Un asemenea punct de vedere a fost prezentat într-o lucrare anterioară a autorului. Aceasta ne face să considerăm legea cererii o distribuție bivariată în loc de o curbă unică a prețurilor și cantităților. Vezi* "Teoria pură a comportamentului consumatorului" *[lucrarea precedentă din acest volum]. Aspectele stocastice ale teoriei alegerii raportate la o schemă dinamică bazată pe riscul subiectiv și incertitudine, complet diferite de cele explicate în termeni de inabilitate a individului pentru a putea face o alegere sigură între două combinații prezente diferite de bunuri, au fost tratate de Gerhard Tinter în* "Teoria alegerii în condiții de risc subiectiv și incertitudine", *Econometrica, IX (1941), p. 298-304.*

Scanned with OKEN Scanner

experiența temporară a unui număr mare fie de venituri diferite, fie de prețuri diferite. O astfel de experiență temporară își dovedește urmările când individul revine la limitele de buget anterioare[5].

Mai mult, se observă în mod curent, că o creștere indusă a consumului din anumite mărfuri duce la o modificare a cererii pentru acestea, chiar dacă factorii care au indus acea creștere au dispărut[6].

Din alt punct de vedere, neglijarea influenței noii experiențe asupra reprezentării indiferenței va fi echivalentă cu stabilirea unei limite arbitrare pentru o caracteristică esențială a naturii umane și anume aceea de a fi supusă transformării ca urmare a educației, călătoriilor, experienței personale etc. A limita domeniul în care influențele ereditare reprezintă o caracteristică normală a naturii umane ar constitui ceva de nejustificat din punct de vedere logic.

Totuși, trebuie subliniat că mecanismul ereditar descris nu trebuie confundat cu influența asupra gusturilor individului, datorită acțiunilor economice exogene (din punctul de vedere al individului) realizate de alții, cum ar fi reclama, conspirația pentru a crea o distincție socială falsă etc. Influențele ereditare propriu-zise sunt o caracteristică înnăscută a individului. Ele sunt prezente indiferent dacă forțele exogene acționează sau nu. Ultima poate fi trecută cu vederea într-o teorie statică, prima niciodată[7]. Modificările aduse teoriei alegerii, necesare pentru a permite influențe ereditare, vor afecta teoria economică, cât și abordarea

---

[5] *O ilustrare extrem de interesantă a influenței experienței trecute asupra comportamentului prezent al individului o putem întâlni în schema prezentată de James S. Duesenberry* , .Relațiile venit-consum și implicațiile lor, *din volumul* Venit, ocuparea forței de muncă și politică publică, *(New York, 1948), în onoarea lui Alvin H.Hansen, și de Franco Modigliani,* Fluctuații ale raportului economisire-venit: o problemă a prognozelor economice, *în Studii asupra venitului și bunăstării, vol. XI, National Bureau of Economic Research, (New York, 1949). Ambii autori au argumentat, și au adus în sprijinul argumentelor lor date macroeconomice reale, că cheltuielile individului depind nu numai de venitul lui real curent, ci și de venitul real cel mai mare din trecut.*

[6] *Cf. Alfred Marshall,* Principiile studiilor economice, *(a opta ediție, New York, 1948), p. 807.*

[7] *Numai dacă nu înțelegem prin teoria statică o teorie care tratează despre o economie pietrificată, din care orice schimbare este eliminată din pornire și din care, pentru a fi consecvenți, trebuie eliminate toate reprezentările și curbele.*

Scanned with OKEN Scanner

econometrică. Pentru a facilita analiza unui nou model de comportament al consumatorului, vom prezenta un set orientativ de postulate. Deși vor fi formulate matematic, problema în discuție completată cât mai mult posibil cu argumente obișnuite, deoarece, după părerea autorului, modelul avut în vedere oferă un exemplu instructiv pentru aspectul structural al legilor economice, ceea ce necesită introducerea unui nou tip de operator în teoria economică.

Mențiuni privind acest aspect structural se pot găsi în majoritatea lucrărilor economice, deși încă nu s-a încercat crearea unui cadru matematic pentru descrierea sa. Se va observa că acest nou operator va ajuta la clarificarea unor puncte neclare și controversate ale constanței legilor economice, o problemă de egal interes pentru economiști matematicieni și nonmatematicieni economiști.

III. Patru postulate restrictive

Numai acele postulate care se referă la existența și natura varietăților de indiferență vor fi examinate aici. Acest lucru nu înseamnă că forma varietăților de indiferență nu merită studiată, dar pur și simplu că proprietățile-formă sunt prea puțin relevante pentru tema acestei lucrări.

Primul postulat afirmă capacitatea latentă a individului de a schița propria schemă a indiferenței:

A. Postulatul alegerii

1. Consumatorul este capabil, în orice moment al vieții sale, să aleagă între două combinații de fluxuri de mărfuri C^1 și C^2, înțelegând prin această alegere că există o frecvență (sau probabilitate) teoretică definită, $p\,(C^1, C^2, t_1, t_2)$ a alegerii lui C^1 în locul lui C^2. Prin t_1 și t_2 reprezentăm durata de timp în care individul a făcut încercări cu C^1 și C^2.[8]

[8] *Este absolut curios că acest aspect al timpului nu a fost luat în considerare de pionierii utilității marginale. Cazul pe care se pare că l-am avut în minte a fost acela al consumatorului care cunoaște totul perfect, corespunzător lui t_1 și t_2 egale cu infinitatea. Acest lucru poate fi acceptat numai în cazul unor mărfuri esențiale cum ar fi apa, pâinea etc. Aceasta ar putea fi rațiunea faptului că primii autori foloseau numai bunuri de acest tip pentru ilustrarea principiului utilității marginale.*

Scanned with OKEN Scanner

Să introducem notaţiile:

$C^1 \supset C^2$ dacă $p(C^1,C^2,t_1,t_2) \equiv 1$,

$C^1 \subset C^2$ dacă $p(C^1,C^2,t_1,t_2) \equiv 0$,

$C^1 \supset\subset C^2$ *sau* $C^2 \supset\subset C^1$ dacă $0 < p(C^1,C^2,t_1,t_2) < 1$,

în care $C^1 \supset C^2$ înseamnă că C^1 este în mod clar preferat lui C^2 şi $C^1 \supset C^2$ că, deşi individul face o alegere, există o anume îndoială în mintea sa dacă aceasta este cea justă.

B. Postulatul tranzitivităţii şi succesiunii

1. Din $C^1 \subset C^2$, $C^2 \subset C^3$ rezultă că $C^1 \subset C^3$.
2. Din $C^1 \subset C^2$, $C^2 \supset\subset C^3$ rezultă fie ca $C^1 \subset C^3$ sau ca $C^1 \supset\subset C^3$.
3. Dacă C^2C^3 este un vector nonnegativ (adică dacă combinaţia C^3 se formează prin adăugarea anumitor cantităţi pozitive de mărfuri la C^2) atunci, orice ar fi C^1,

$$p(C^1,C^2,t_1,t_2) \leq p(C^1,C^3,t_1,t_3),$$

egalitatea fiind posibilă numai când ambele valori ale lui p sunt egale cu 1 sau 0.

4. Ori de câte ori C^1C^2 este nonnegativă, $C^1 \subset C^2$.

Atât punctele 3 cât şi 4 se referă la faptul că, indiferent de experienţa din trecut, consumatorul reacţionează favorabil la orice creştere a fluxului de mărfuri.

Un alt postulat util, dar nu şi absolut necesar, va simplifica în mare măsură structura stocastică a modelului şi va da sens varietăţilor de indiferenţă:

C. Postulatul limitei

1. Dacă t_1 şi t_2 tind spre infinit, $p(C^1,C^2,t_1,t_2) < 1$ tinde spre una din următoarele limite: 0, $\frac{1}{2}$, 1.

Dacă lim $p(C^1,C^2,t_1,t_2) = 0$, (sau = 1), vom scrie $C^1 < C^2$ (sau $C^1 > C^2$). Dacă lim $p = \frac{1}{2}$, C^1 şi C^2 se vor numi indiferent şi vom scrie $C^1 = C^2$.

Scanned with OKEN Scanner

Putem admite în continuare că varietăţile de indiferenţă constituie o invariantă a schemei stocastice:

2. Pentru două combinaţii ale indiferenţei C^1 şi C^2

$$p(C^1, C^2, t_1, t_2) \equiv \frac{1}{2}$$

pentru orice valoare t_1 şi t_2.

Ultimul postulat ar putea fi justificat prin faptul că, într-o schemă stocastică, valorile "adevărate" trebuie să fie independente de gradul de precizie şi, prin urmare, să fie o invariantă pentru întregul domeniu în care se fac probe[9]. Aceasta ne va permite să evităm de aici înainte aspectul stocastic al comportamentului consumatorului şi să ne limităm la varietăţile de indiferenţă. Existenţa lor este garantată prin (B,3), în timp ce importanţa lor reală rezultă din (*C*,2).

D. Postulatul ereditătii

1. Varietăţile de indiferenţă depind de experienţa economică a individului.

Pentru o formulare mai exactă a acestui postulat, să notăm cu *S* mulţimea tuturor combinaţiilor pe care individul le-a cunoscut în trecut. Într-un moment dat al vieţii consumatorului, varietăţile indiferenţei sale sunt date de ecuaţia

$$\varphi(C; S) = const. \qquad (1)$$

în care φ este o funcţie a punctelor *C* şi o funcţie a mulţimii *S*.

Structura funcţiei mulţimii este departe de a fi simplă. Se pare că nu există nici o raţiune de a introduce ipoteze simplificatoare pentru a restrânge caracterul general al acestei structuri[10].

Faţă de o experienţă economică dată a individului, toate combinaţiile se pot împărţi în trei grupe: .

a. Cele care au fost experimentate în trecut. Reluarea experimentării unor asemenea combinaţii nu va modifica schema indiferenţei.

---

[9] *Acesta este cazul oricărei cantităţi fizice. Valoarea sa "adevărată" trebuie să fie independentă de gradul de precizie al observaţiilor, dacă ultimul nu conţine erori sistematice.*

[10] *Referitor la tipurile cele mai simple de funcţii de φ mulţimi, nu este nici un adaos şi nici o* funcţie de măsuri. *Cf. Hans Hahn şi Arthur Rosenthal,* Funcţii de mulţimi *(Albuquerque, N.M., 1948), p. 11, 61.*

Scanned with OKEN Scanner

b. Cele care nu au fost experimentate, dar pentru care experimentarea nu va aduce modificări în schema indiferenței. Aceste combinații sunt, ca să spunem așa, implicit cuprinse în experiența trecută dată.

c. Cele care nu au făcut experimente, dar pentru care experimentarea va modifica schema indiferenței. Ele reprezintă experiențe relevante noi.

Combinațiile (a) și (b) pot fi incluse împreună în mulțimea S fără nici o restricție. Mulțimea astfel definită va fi considerată o mulțime completă a experienței individului și notată cu $\overline{S}$[11]. În ecuația (1) de mai sus, S poate fi înlocuit cu $\overline{S}$.

Este evident că poziția individului este întotdeauna cuprinsă în $\overline{S}$, deoarece, îndată ce ajunge într-o nouă poziție relevantă, mulțimea $\overline{S}$ se va modifica cuprinzând și această mulțime.

Se pare că nu există nici un motiv să admitem discontinuități pentru φ când ne referim la $\overline{S}$, cu excepția momentului în care o nouă marfă este introdusă în $\overline{S}$[12]. Funcția de mulțime φ va fi nedeterminantă pentru $S = 0$, deoarece individul trebuie să aibă o anume experiență economică pentru a avea, totuși, o schemă a indiferenței.

Când realizăm schema indiferenței pentru o mulțime $\overline{S}$ dată, trebuie avut în vedere dacă cele două combinații C^1 și C^2 aparțin sau nu de $\overline{S}$. Dacă nici C^1 și nici C^2 nu aparțin de $\overline{S}$, ordonarea ofelimității lor corespunde unei comparații proiectate făcută *mental*, totuși, pe baza experienței $\overline{S}$. Dacă numai (să zicem) C^1 aparține de $\overline{S}$, atunci comparația este proiectată mental numai la un capăt. Atât timp cât cel puțin una dintre cele două combinații nu aparține de $\overline{S}$, ordonarea ofelimității

---

[11] *Ar putea părea legitimă ipoteza că dacă două combinații C^1, C^2 aparțin mulțimii $\overline{S}$, orice combinație C de pe linia dreaptă C^1C^2, între C^1 și C^2, trebuie să aparțină și mulțimii $\overline{S}$. Aceasta va face ca toate mulțimile complete să fie convexe. Deși s-ar putea întâmpla astfel dacă C^1 și C^2 nu sunt prea îndepărtate una de alta, este îndoielnic că acesta ar fi cazul general.*

[12] *În ultimul caz, schema indiferenței se poate modifica fie datorită faptului că individul are pentru prima dată posibilitate de a experimenta o marfă deja existentă pe piață, fie datorită faptului că o marfă cu totul nouă a fost introdusă ca rezultat al progresului tehnologic din comerț sau industrie.*

Scanned with OKEN Scanner

pentru C^1 şi C^2 nu va fi în mod obligatoriu aceeaşi *înainte* şi *după* experimentarea aceleia neincluse în $\overline{S}$[13].

Ca urmare, nu mai este posibil, ca în schema lui Pareto să se deducă din schema indiferenţei o ordonare absolută a ofelimităţii pentru toate combinaţiile de mărfuri. Din acest punct de vedere, deşi se deplasează spre o poziţie preferată mental (conform mulţimii sale actuale $\overline{S}$), consumatorul s-ar putea să nu se simtă mai uşurat după ce a experimentat noua combinaţie. Numai pentru a ilustra unele caracteristici ale modelului prezentat în această lucrare, să presupunem că există numai două mărfuri, X şi Y, şi că

$$\varphi(C;S) = X^{\xi(\overline{S})}Y^{\eta(\overline{S})}. \qquad (2)$$

Să presupunem în continuare că experienţele economice trecute ale individului sunt date de combinaţia α, β, γ, δ (figura 2.1). Pentru determinarea funcţiilor mulţimii $\xi(\overline{S})$, $\eta(\overline{S})$, se poate folosi următoarea schemă (din nou ca simplă exemplificare):

Mulţimea $\overline{S}$ este reprezentată de cel mai mic contur convex care cuprinde toate punctele mulţimii S, precum şi alte două puncte fixe I şi J. Fie a raportul dintre suprafaţa acestui contur (zona haşurată) şi acea a triunghiului OIJ. Atunci scriem, de exemplu[14],

---

[13] *Acest aspect nu trebuie confundat cu faimosul caz de nonintegrabilitate care afectează numai condiţia de tranzitivitate. Chiar dacă se admite nonintegrabilitatea, dar nimic altceva diferit de schema clasică, individul care revine la oricare din situaţiile anterioare (adică acelaşi număr mare de preţuri şi acelaşi venit în oricare din etapele anterioare) va alege aceeaşi poziţie de echilibru ca mai înainte, independent de noua sa experienţă în acest interval. Şi nici nu va fi interpretat acest aspect ca o discontinuitate a lui* φ.

[14] *Să luăm următorul exemplu de alternativă:* $\overline{S}$ *este conturul convex cel mai mic care cuprinde mulţimea* S; x_0, X_0, y_0, Y_0 *sunt valorile cele mai mici şi cele mai mari pentru* X *şi* Y *în* $\overline{S}$; $m(Y_0)$, $M(Y_0)$, $m(X_0)$, $M(X_0)$ *sunt cele mai mici şi cele mai mari valori pentru* $Y = Y_0$ *şi pentru* $X = X_0$ *în* $\overline{S}$. *Atunci*

$$\xi(\overline{S}) = \frac{\Sigma AX_0 + \Sigma A_1 m(Y_0)}{\Sigma aX_0 + \Sigma a_1 m(Y_0)}$$

$$\eta(\overline{S}) = \frac{\Sigma A' X_0 + \Sigma A'_1 m(Y_0)}{\Sigma a' X_0 + \Sigma a'_1 m(Y_0)}$$

în care A, A_1, a, a_1,... *sunt constante fizice.*

Scanned with OKEN Scanner

$$\xi(\bar{S}) = \frac{1+a}{2+3a}, \quad \eta(\bar{S}) = \frac{2+5a}{1+2a}. \tag{3}$$

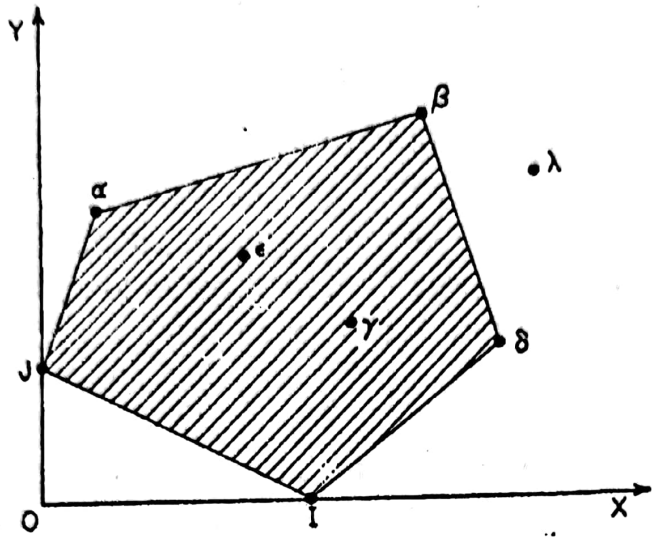

Figura 2.1

Să presupunem acum experiența individului cu o nouă combinație relevantă, fie λ. Valoarea lui *a* se va modifica și, ca urmare, se va modifica și schema indiferenței. Chiar dacă individul revine la aceeași situație care l-a condus (să spunem) în α, el nu își va mai găsi echilibru economic în α. Există, totuși, poziții (cum ar fi din acest exemplu schematic) a căror experimentare nu produc nici o modificare a schemei de indiferență.

În realitate, structura funcției mulțimii φ este extrem de complexă, mai ales că elementul timp trebuie introdus ca măsură a intensității fiecărei experiențe economice atât în legătură cu durata acesteia cât și cu durata de timp care se scurge din momentul în care are loc experiența. Nu prea sunt speranțe ca structura complexă a lui φ să facă vreodată posibile cercetări reale pentru a-i descoperi principalele caracteristici. Totuși, modelul nu exclude justificarea teoretică a unei posibile similitudini între schemele indiferenței ale unor indivizi diferiți, în asemenea măsură încât gruparea lor să nu fie justificată pentru scopuri practice. Dar numai cercetările reale mai profunde decât cele de până acum, legate de bugetele consumatorilor, ar putea stabili dacă asemenea ipoteze ar fi și realiste.

Scanned with OKEN Scanner

IV. Constanţa legilor economice

Consecinţele imediate ale modelului discutat aici ţin de problema constanţei legilor economice şi a determinării echilibrului consumatorilor.

Conform acestui model, într-o poziţie dată (M_1), consumatorul prezintă o cerere clară (D_1) pentru X. Dacă o modificare a preţului îl duce într-o nouă poziţie (M_2) capabilă să-i modifice schema preferinţelor, cererea sa pentru X se va transforma în mod implicit într-o nouă curbă (D_2). Exceptând o coincidenţă irelevantă, *numai* o modificare a preţurilor nu l-ar putea readuce pe consumator în poziţia iniţială (M_1). Această ireversibilitate, menţionată în trecere de Trygve Haavelmo într-o admirabilă lucrare[15], este cazul normal în acest model, în timp ce reversibilitatea este cazul excepţional.

Teoria clasică a alegerii l-a prezentat pe *homo œconomicus* ca având un comportament invariant în termeni cantitativi, independent de experienţa sa din trecut. Poziţiile intermediare adoptate înainte de atingerea echilibrului ultim nu au avut, în teoria clasică, nici o influenţă asupra procesului prin care s-a obţinut echilibrul. Acest punct de vedere a condus la o teorie care nu a fost numai o slabă aproximare a realităţii economice, ci şi esenţial diferită de ea. Curbele cererii au fost considerate dependente numai de venit şi de preţurile celorlalte mărfuri, iar când încercările de a obţine curbele statistice ale cererii valabile pentru următoarea perioadă au eşuat, economiştii au început să pună în discuţie constanţa legilor economice şi, implicit, bazele oricărei teorii economice. Analiza de mai sus arată că acele încercări au fost viciate nu de poziţia falsă faţă de constanţa legilor economice, ci de ignorarea altor deplasări posibile ale curbelor cererii, distinctive de acelea cauzate *direct* de variaţia preţurilor şi a venitului.

Derivarea curbelor statistice ale cererii prin metodele deja cunoscute este, prin urmare, condamnată la inutilitate, deoarece o astfel de încercare este prinsă între două alternative la fel de nefavorabile: fie (1) variaţia preţurilor şi a venitului în perioada avută în vedere sunt foarte mici, încât se poate admite că nu produc nici o schimbare în schema de indiferenţă; dar atunci erorile statistice ale celor mai bune

---

[15] *Trygve Haavelmo*, Abordarea probabilităţii în econometrie, *Econometrica, supliment, iulie 1944.*

Scanned with OKEN Scanner

estimări vor fi atât de mari încât vor deveni inutile; fie (2) prețurile și venitul au oscilații suficient de mari pentru a duce la o eroare mică ale celor mai bune estimări; dar atunci aceste estimări nu vor mai avea o corespondență semnificativă în model.

V. Caracterul determinant al echilibrului consumatorului

Oare justifică analiza precedentă negarea constanței legilor economice? Răspunsul corect pare să fie că, dimpotrivă, aceasta elimină variabilitatea comportamentului consumatorului ca un argument final împotriva unei asemenea constanțe. Totuși, abordarea la nivel micro este lipsită, într-o mare măsură, de orice posibilitate de predictibilitate cantitativă ale unor schimburi finite (adică importante).

Se poate încă argumenta că influența ereditară cuprinsă în model nu este compatibilă cu ipoteza statică uzuală privind lipsa cunoștințelor. Dacă s-ar adopta, un asemenea punct de vedere va lipsi teoria statică chiar și de utilitatea unei "teme pentru acasă". Pare mai plauzibil că teoria statică clasică nu a luat în considerare factorii ereditari, ca fiind distincți de cei evolutivi, deoarece rigida teorie a alegerii consumatorului a fost considerată o explicație completă și satisfăcătoare.

Un alt argument care ar putea fi adus este acela că teoria statică presupune cunoașterea perfectă. În cazul teoriei consumatorului, cunoașterea perfectă ar putea însemna că individul a trecut prin toate combinațiile posibile. Dar aceasta ar fi o ipoteză total nerealistă. Există, totuși, o altă interpretare posibilă a cunoașterii perfecte. Aceasta ar putea însemna că $\varphi(C;\overline{S})$ are o asemenea structură încât ne permite, într-un număr finit de etape, să determinăm oricare dintre valorile sale, cunoscând numai unele dintre ele.

Funcția φ poate fi dată, dar acest lucru nu înseamnă în mod obligatoriu că putem lucra cu ea în maniera descrisă. Dându-se funcția, ar putea însemna, pur și simplu, că există o cale de a-i determina valorile. Astfel, numărul π (3.14159...) este în acest sens dat, dar structura sa nu ne permite să-i notăm toate zecimalele. Ilustrarea numerică, (3), de la sfârșitul Secțiunii III, de mai sus, nu corespunde

Scanned with OKEN Scanner

acestei interpretări a cunoașterii perfecte. Dar structura reală a comportamentului consumatorului nu poate fi atât de simplă.

Cunoașterea perfectă în cazul (3) este echivalentă cu a face $a = \infty$, ceea ce conduce la

$$\varphi = X^{\frac{1}{3}} X^{\frac{5}{2}},$$

care reprezintă schema indiferenței pentru o cunoaștere perfectă.

Acest lucru a fost posibil aici, deoarece definiția adoptată pentru cazul particular al funcției (3) a inclus, într-o formă ascunsă, ipoteza că individul este capabil să extrapoleze până la infinit experiența sa actuală limitată, fără a experimenta, în fapt, toate combinațiile posibile. Exemplul din nota 14 de mai sus arată că lucrurile nu stau întotdeauna așa[16].

Dacă o cunoaștere perfectă, într-un sens sau altul, nu este admisă, atunci unicitatea echilibrului nu mai constituie o caracteristică normală a modelului. Într-adevăr, definiția echilibrului este, în acest caz, susceptibilă de diferite formulări:

A. Echilibrul este acea poziție care poate fi mental anticipată de individ înainte de a o face obiectul experienței sale.

B. Poziția de echilibru este aceea care satisface condițiile de echilibru, dacă individul ajunge la ea dintr-o dată.

---

[16] *În literatura economică, se poate întâlni deseori ipoteza implicită după care curbele indiferenței se exprimă prin funcții analitice, adică prin acele funcții conform cărora, prin cunoașterea valorilor lor dintr-o zonă redusă, se poate calcula,* fără alte observații, *orice altă valoare a aceloraşi funcții. Cf. Arthur Smithies,* Limitele funcției producției și ale funcției utilității, Cercetări în domeniul științelor economice, *Note și articole în onoarea lui F.W. Taussig (New York, 1936), p. 326.*

Nu se pot atribui curbelor de indiferență proprietăți nesusținute de dovezi, oricât de slabe ar fi ele. Rezultatele numerice ale experiențelor sporadice privind preferințele individuale nu indică nici regularitatea și nici stabilitatea necesare pentru a veni în sprijinul ipotezei că funcțiile implicate sunt analitice. Și, din câte știm, nevoia stringentă de dovezi că funcțiile sunt analitice nu concordă cu modul ezitant în care omul stabilește ce preferă. Desigur, pentru o analiză în mare a unei probleme concrete și limitate, nu avem altceva de făcut decât să lucrăm cu formule analitice destul de simple, cum ar fi acelea folosite de Modigliani și Duesenberry în analiza lor macroeconomică.

Scanned with OKEN Scanner

C. Poziția de echilibru este aceea care satisface condițiile de echilibru, dar la care se ajunge după un număr de încercări și erori normale.

Ca o simplă demonstrație în favoarea acestui argument, să luăm exemplul din Secțiunea II și să presupunem că singura experiență a consumatorului este reprezentată (figura 2.2) prin punctul M (μ, 0), în care μ este venitul său ($\mu>1$) și că prețurile $p_x = p_y = 1$. Să mai luăm de asemenea în considerare I (1,0), J(0,1). După ce individul se deplasează spre oricare poziție $P(x,y)$ de pe linia bugetului MN, curbele indiferenței sale vor fi date de (2) și (3) în care

$$a = (\mu - 1)(y + 1).$$

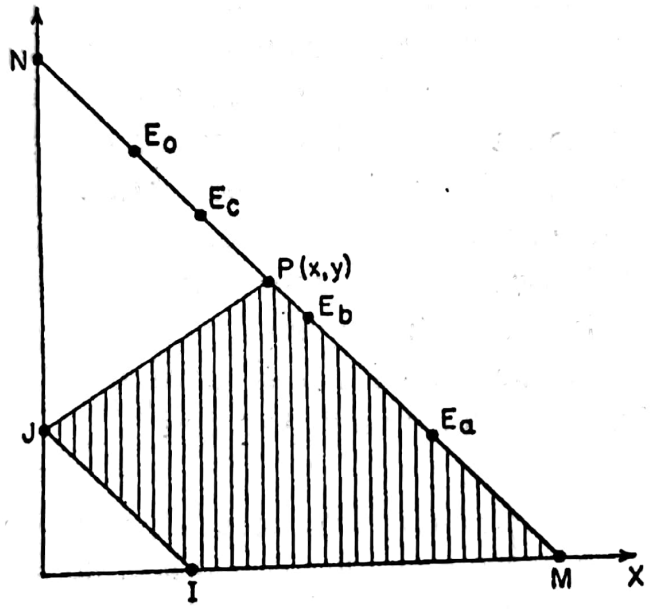

Figura 2.2

Poziția, Ep (Xp, Yp), a echilibrului stabilit mental pentru P este dată atunci de

$$X_p = \frac{\mu\xi(a)}{\xi(a) + \eta(a)}, \qquad Y_p = \frac{\mu\eta(a)}{\xi(a) + \eta(a)}. \tag{4}$$

Dacă în aceste relații facem ca $a = \mu - 1$ (corespunzând lui $y = 0$), obținem poziția de echilibru, E_a (X_a, Y_a), ca în definiția A pentru poziția inițială M. Și dacă luăm $a = \mu^2 - 1$ (corespunzând lui $y = \mu$), vom obține $E_\infty(X_\infty, Y_\infty,)$, ceea ce reprezintă echilibrul în ipoteza că experiența din trecut a individului acoperă, direct sau indirect, *toate* combinațiile de buget.

Scanned with OKEN Scanner

Evident, $0<Y_a$, $Y_\infty < \mu$. Pe de altă parte, o algebră elementară ne arată că $dY_p/dy > 0$, şi că de asemenea ecuaţia $Y_p = y$ are numai o rădăcină în intervalul $0 \leq y \leq \mu$. Prin urmare, dacă Y_b este această rădăcină, avem $Y_a<Y_b<Y_\infty$ şi

$$\begin{aligned} y \leq Y_p \leq Y_b \quad &\text{dacă} \quad y \leq Y_b, \\ y > Y_p > Y_b \quad &\text{dacă} \quad y > Y_b. \end{aligned} \tag{5}$$

Punctul E_b (X_b, Y_b) corespunde echilibrului conform definiţiei *B*, dar i se potriveşte şi definiţia C. Într-adevăr, o diagramă simplă, de tip "pânză de păianjen", ne arată că E_b este atins la limită, dacă individul, pornind din *M*, se deplasează întotdeauna spre următorul echilibru stabilit mental de el.

În final, să considerăm cazul în care, datorită factorului stocastic (postulatul A), individul se deplasează din *M* mai întâi spre $E_0(X_0, Y_0)$, $Y_0>Y_b$. Conform relaţiei (5), echilibrul stabilit mental din X_0 corespunde lui E (X_c, Y_c), $Y_c <Y_0$. Aceasta înseamnă că E_c aparţine acum de $\overline{S}$. Şi dacă individul se deplasează spre E_c - după cum, probabil, ar voi - această deplasare nu va modifica întregul experienţelor sale: E_c nu reprezintă o nouă experienţă. Odată ce individul ajunge în E_c, nu există nici un motiv ca el să plece mai departe. E_c reprezintă un echilibru conform definiţiei C. Totuşi, fiindcă poziţia sa depinde de aceea a lui E_0, acest tip de echilibru este indeterminat. Este destul de neplăcut că *C* pare să fie cea mai realistă supoziţie de realizat.

Ne-am putea gândi la evitarea unei asemenea concluzii supărătoare, cerându-i consumatorului să nu se decidă asupra echilibrului ultim înainte de a încerca toate combinaţiile compatibile cu restricţiile bugetare. Dar o asemenea încercare ar fi o ipoteză nerealistă dacă numărul mare de mărfuri cu care se confruntă consumatorul în realitate va fi luat în considerare. Dar şi această concesie s-ar face în van, deoarece elementul timp al experimentului va reprezenta un număr suficient de cauze pentru caracterul indeterminant al echilibrului, dacă nu ne îndepărtăm spre o ipoteză şi mai stranie, acea a timpului infinit.

Scanned with OKEN Scanner

VI. Concluzii

În ciuda marii complexități a imaginii complete a comportamentului consumatorului, unele "adevăruri" ale teoriei statice nu vor fi afectate de modelul prezentat în această lucrare.

De exemplu, acesta este cazul afirmației că o creștere a prețului va duce la o micșorare a cantității cerute. Totuși, să nu ne lăsăm derutați. Această afirmație nu constituie o lege cantitativă în sensul obișnuit al cuvântului, deoarece nu implică o relație reversibilă între prețuri și cantități, ci este numai o caracteristică comună tuturor legilor cererii, reversibile sau nereversibile. De la aceasta și până la reprezentarea legii cererii printr-o curbă a prețurilor și a cantităților este o cale lungă. Totuși, pasul va fi făcut în cazul tuturor adevărurilor similare de care teoria economică nu duce lipsă.

Ne-am putea oare considera îndreptățiți să concludem că, dacă s-ar descoperi așa ceva în științele economice, legile reversibile sunt posibile numai în macroeconomie, mai ales că o structură similară bazată pe o funcție de mulțimi ar putea fi, de asemenea, introdusă într-o teorie a deciziilor privind investițiile?

Scanned with OKEN Scanner

3

Alegere, expectative și măsurabilitate

> Pentru că argumentele, în chestiuni care țin de sentimente și acțiuni, sunt mai puțin credibile decât faptele: și, tot așa, când ele se confruntă cu acte ale percepției, sunt disprețuite și discreditează chiar adevărul.
>
> Aristotel, *Ethica Nichomachea*, 1172 a-b

I. Introducere

Economiștii au aflat recent, și nu fără o mare surpriză, de consecințele revoluționare care ar apărea în situația noastră, dacă ideile de bază folosite de Daniel Bernoulli și Gabriel Cramer pentru soluționarea "paradoxului Sankt Petersburg" ar fi fost dezvoltate în continuare printr-o analiză matematică extensivă. Evenimentul a fost marcat prin publicarea, în 1944, a epocalei lucrări a profesorilor Neumann și Morgenstern, *Teoria jocurilor și a comportamentului economic*[1], care, printre alte lucruri, i-a informat pe economiști - cel puțin - că utilitatea este măsurabilă. Totuși, curând, această descoperire a dus la o derută generală. Cauza își are originile în următorul conflict: numai "noi" putem spune ce trebuie să însemne "măsură" și numai "noi" putem ajunge *imediat* - conform teoriei - la o măsură a utilității. Și, când "noi" terminăm de căutat fără a găsi în "noi" ceea ce "noi" am stabilit cu anticipație, ceva rău desigur - s-a întâmplat[2]. Două simptome, apărute în literatura

---

Notă: Această lucrare este prelucrată din Quartely Journal of Economics, LXVIII (1954), 503-534.

[1] *O listă completă cu datele de referință apare la sfârșitul acestei lucrări, p. 113.*

[2] *Aceasta este, poate, o cale mai precisă de a exprima, în acest caz particular, ideea profesorului Hayek, care, în cartea sa recentă, insistă oportun că ceea ce deosebește esența moralei de aceea a fenomenelor naturale este faptul că fenomenul moral implică conștiința omului că participă la ea (Hayek, 2 partea I, cap. III). Aceasta privește științele moralei, mai mult decât oricare altele, încât este bine să se respecte unul dintre* Proverbele iadului *descrise de*

Scanned with OKEN Scanner

economică recentă, arată că această problemă este departe de a fi rezolvată satisfăcător. În primul rând, aproape orice periodic economic abordează frecvent chestiunea explicării raţionale a măsurabilităţii utilităţii. Publicarea recentă, în mai multe numere succesive din "American Economic Review" a două articole remarcabile aparţinând profesorilor Alchian şi Strotz[3], ambii încercând o explicaţie "elementară" a conţinutului măsurătorilor utilităţii, arată clar cât de necesar este un anumit gen de explicaţii. Profesorul Alchian (la p. 26) chiar mărturiseşte că a existat "tentaţia de a renunţa la încercarea de a înţelege recenta teorie a utilităţii." În cele din urmă, dar nu mai puţin important, există dezacordul privind cardinalismul, şi nu printre cei de rând, ci printre economiştii care sunt veterani în acest domeniu datorită importantelor lor contribuţii la teoria consumatorului.

Fiindcă profesorul Wold (p. 661) "are mereu îndoieli privind relevanţa ideii de utilitate măsurabilă, noul argument (al lui Samuelson) l-a făcut să ezite şi mai mult". Dr. Manne (p. 667) urmează proverbul lui Blake şi afirmă categoric că "nu este convins de acest mod de gândire - *deşi pare rezonabil*"[4]. Dar cazul cel mai elocvent este oferit de profetul Samuelson, ale cărui contribuţii la teoria noncardinalistă a consumului i-a adus o mare parte din aprecierea internaţională. În timp ce scrie în sprijinul punctului de vedere cardinalist, totuşi, îşi schimbă părerea privind această teorie (6, p. 677) şi lasă, pentru observaţiile finale, aprecierea că nici el nu este sigur că poate să afle ceea ce definise la început (p. 678). Profesorii Friedman şi Savage, cărora le datorăm o variantă, doctrinei cardinaliste, puţin diferită de cea a lui Newmann-Morgenstern, şi-au pierdut o mare parte din aplomb în perioada dintre prima şi a doua lucrare care tratau acelaşi subiect (1 şi 2) şi îşi termină apărarea doctrinei cardinaliste cu multe rezerve (2, p. 473-474). Pe de altă parte, profesorul Strotz crede că numai o simplă îndrumare este suficientă pentru a converti la credinţa cardinalistă "orice persoană care nu e alienată mintal" (p. 393). Prin aceasta, Strotz îi urmează profesorului Marschak (1, p. 111-112; 2, p. 493), care a considerat că teoria poate fi salvată, tratând drept comportament iraţional pe acela care nu vine în sprijinul concluziilor sale, pe

William Blake: "Adevărul nu poate fi niciodată spus ca să fie înţeles şi nici să fie crezut." (Citat de Ramsey, p. 156.)

[3] *Vezi lista cu referiri.*

[4] *Se adaugă cursivele.*

Scanned with OKEN Scanner

temeiul că "omul raţional nu face erori logice şi aritmetice", adică are dreptate întotdeauna. Singura problemă, în cazul unei asemenea atitudini, este că se hotărăşte în mod autoritar că între două atitudini conflictuale, aceea a consumatorului care nu poate crede în teorie şi aceea a adeptului cardinalismului, a ultimului este cea raţională[5]. Totuşi, nu este cea mai mare absurditate să crezi că orice individ dat, fie el şi cardinalist, este raţional *ex definiţia* în sensul dat?

Este adevărat că nici o eroare nu poate fi găsită în dovezile matematice aduse de Morgenstern-Neumann şi de Marschak. Dar numai aceasta nu justifică concluzia că un cardinalist ar fi raţional: *eroarea sa ar putea consta în alegerea ipotezelor.* Exact acest lucru l-a făcut pe autor să fie mai atent nu la dovezi, ci la ipoteze pe care se bazează argumentul cardinalist.

Majoritatea acestor ipoteze au fost împrumutate din teoria ordinalistă a consumatorului, aşa cum a fost ea creată prin contribuţiile din anii treizeci care au urmat "Reconsiderării" novatoare a profesorilor Allen şi Hicks. Totuşi, ideile principale cuprinse în aceste ipoteze erau mult mai vechi, chiar foarte vechi, cum vom vedea aici. Şi deoarece ipotezele şi concluziile ordinaliste nu au creat dificultăţi, bazele teoriei ordinaliste şi-au câştigat, în ultimă instanţă, prestigiul de adevăr imuabil. Aceasta explică de ce, atunci când a apărut controversa ordinalist-cardinalist, ambele tabere au considerat vital să atace şi să apere numai acea (unică) ipoteză pe care o considerau specifică edificiului cardinalist[6]: *axioma independenţei puternice*, după cum a denumit-o Samuelson. Dacă această cale bătătorită este abandonată şi dacă ipotezele pur ordinaliste sunt din nou supuse unei examinări critice, se poate ajunge la concluzia că acestea, mai degrabă decât axioma independenţei puternice, sunt sursa marilor probleme.

Din motive istorice, dar şi accidentale, în descrierea ordinalistă a alegerii consumatorului s-au ascuns mai multe lucruri decât ar fi vrut să accepte ordinaliştii. Ne îndoim că au fost vreodată conştienţi de aceasta; astfel, chiar propriile lor argumente au devenit germenele doctrinei cardinaliste.

---

[5] *Totuşi adeptul cardinalismului poate admite, aşa cum a făcut-o Samuelson cu sinceritate, că cealaltă parte, consumatorul, nu este "raţional"! (6, p. 678).*

[6] *Cf. Friedman şi Savage (2, p. 468-469); Alchian (p. 37); Samuelson (6, p. 677).*

Scanned with OKEN Scanner

II. Postulatele de bază ale alegerii

Cât din complexitatea fenomenelor reale se reflectă în modelul ştiinţific este o problemă care depinde de diverşi factori variabili. Şi, deşi, mai ales în ştiinţele moralei, nu există un consens în ceea ce priveşte factorii care trebuie incluşi în model, nici o cercetare nu poate începe pe cale utilă, dacă modelul nu este delimitat. Acest lucru este necesar pentru a evita adevărurile sintetice introduse *ad libitum* în timpul etapelor succesive ale argumentului logic. Faptul că multe controverse din domeniul economic un aveau obiect şi că erau produse numai de confuzia dintre adevărurile sintetice şi analitice au deschis calea folosirii abuzive a axiomatizării[7]. Chiar şi în cazuri, cum ar fi această analiză, în care interesul major se concentrează asupra aspectelor realiste ale ipotezelor, mai degrabă decât asupra implicaţiilor pur logice, abordarea axiomatică este foarte indicată[8].

Când a trebuit să se decidă care factori sunt esenţiali pentru activităţile economice ale omului, s-a constatat că două aspecte ar crea, probabil, dificultăţi analitice insurmontabile, dacă am avea ca model pe *homo œconomicus*. Primul constă în faptul că *omul* este o structură în continuă schimbare; al doilea, că reacţiile sale la universul înconjurător sunt afectate de un prag psihologic[9]. Deşi aceste aspecte sunt frecvent menţionate în literatură - dacă nu explicit, măcar implicit - introducerea lor în orice teorie a consumatorului a fost sistematic evitată[10]. Deoarece atât argumentele ordinaliste, cât şi cele cardinaliste au fost, astfel, propuse în termeni de *homo œconomicus* identificat cu un mecanism al alegerii care este atât *invariant, cât şi perfect exact*, va fi necesar să se păstreze aceleaşi condiţii pentru prima parte a acestei analize. Urmând calea

---

[7] *Totuşi, ar fi o eroare fatală să se încurajeze această folosire numai de dragul eleganţei logice, ca să nu se reducă importanţa ştiinţelor economice la aceea a unor "pătrate magice".*

[8] *Este aproape sigur că Sir Arthur Bowley (p. 1-2) a fost primul care a prefaţat teoria cererii printr-o abordare axiomatică formală a consumatorului. Curând a fost urmat de profesorul Frisch (1, p. 3-5).*

[9] *Pareto (p. 174).*

[10] *Un început în direcţia opusă pare să fie acela făcut de două lucrări anterioare ale autorului, Georgescu-Roegen (1 şi 2) [în acest volum, cele două lucrări care o preced pe aceasta].*

Scanned with OKEN Scanner

argumentului ordinalist, toate situațiile implicând riscul și incertitudinea nu vor fi luate în calcul, cel puțin acum. Aceasta ne va ajuta să prezentăm o imagine mai clară a noilor puncte de vedere.

Pentru a exprima aceasta, vom considera acest model al consumatorului ca fiind *homo œconomicus A* sau *HOA*. Acesta este descris prin următoarele postulate[11]:

(II.1) *HOA se confruntă numai cu alternativa dată de combinațiile diferitelor mărfuri care nu implică riscuri și incertitudini. Mărfurile sunt măsurabile cantitativ*[12] *și orice punct* $C(x_1, x_2, ..., x_n)$ *din zona mărfurilor este o alternativă.*

(II. 2) *Când se confruntă cu două alternative* C^1, C^2, *HOA va prefera fie (a) o* (C^k) *unei alte* (C^j), *fie (b) va considera cele două alternative ca fiind indiferente. Indiferența este o relație simetrică; preferința nu este (în cazul preferinței scriem* C^kPC^j, *pentru indiferență,* C^1IC^2.)

(II.3) *Preferința lui HOA este aceeași de fiecare dată când se confruntă cu aceleași* C^1 *și* C^2.

(II.4) *În jurul originii coordonatelor, există o regiune în care* C^1 *este preferat lui* C^2 *dacă* C^1 *se obține adăugând la* C^2 *mai mult decât o singură marfă.*

(II.5) *Relația* $\overline{P}$ *a nonpreferinței este tranzitivă, adică: dacă* $C^1\overline{P}C^2$, $C^2\overline{P}C^3$, *atunci* $C^1\overline{P}C^3$.

(II.6) *Dacă* $C^1\overline{P}C^2$, $C^1\overline{P}C^3$, *atunci* $C^1\overline{P}\ [\alpha C^2+(1-\alpha)C^3]$, *în care* $0\leq\alpha\leq 1$.

În primul rând, trebuie remarcat că postulatele de mai sus cuprind și unele proprietăți importante ale "mărfurilor". Astfel (II.1) afirmă nu numai că ele sunt continue și măsurabile cantitativ, ci și că ele pot fi întotdeauna măsurate exact. Prima parte se întâlnește în literatură la "divizibilitate"; a doua este rareori exprimată explicit[13].

---

[11] *Există diverse abordări ale teoriei consumatorului. Cele mai multe își au originea în lucrările lui Pareto, chiar când nu pare așa la prima vedere. Totuși, schema următoare urmează calea deschisă de Frisch (1).*

[12] *Aceasta înseamnă că, odată ce o anume cantitate este aleasă ca unitate, toate celelalte cantități au o măsură unică.*

[13] *Vezi, totuși, Georgescu-Roegen (1,p. 572 n) [adică* Teoria pură a comportamentului consumatorului, *nota 24, în acest volum].*

Scanned with OKEN Scanner

Modificarea gusturilor este exclusă prin (II.3)[14]. Acest ultim postulat, împreună cu (II.2), exclude și pragul psihologic, făcând astfel din *HOA* un instrument *perfect* al alegerii. Postulatele (II.2) și (II.5) sunt specifice teoriei alegerii, distinctă de teoria utilității a consumatorului, și au fost folosite prima dată de Frisch (1)[15]. Postulatele (II.4)[16] și (II.5)[17] pot fi considerate că reprezintă trăsăturile lui *HOA*.

Postulatul (II.6) descrie o structură internă a individului care face alegerea: ar putea fi numit *principiul complementarității*. Pur și simplu, înseamnă că o combinație de 100 la sută a unor alternative preferate rămâne o situație preferată, oricare ar fi conținutul combinației. La prima vedere, acest lucru poate părea neînsemnat; totuși, se poate observa ușor că nu se întâmplă așa, aplicând principiul la alternativele nepreferate. Dacă $C^2\overline{P}C^1$, $C^3\overline{P}C^1$,[18] alternativa formulată din jumătate din C^2 și C^3 ar putea fi foarte bine preferată lui C^1, deoarece o anume *complementaritate* suplimentară s-ar putea ivi în noua combinație.

Este deosebit de interesant de reținut că Postulatul Complementarității nu ar avea sens dacă mărfurile ar fi măsurabile numai ordinal, *deoarece "jumătate" din C nu ar fi, atunci, definită unic*. De fapt, orice

---

[14] *Importanța acestui postulat a fost înțeleasă mult mai devreme decât a celorlalte. Cf. Marshall (p.94), Pareto (p. 260ff).*

[15] *Pareto, în ciuda analizei ciclurilor deschise și închise (p. 556), nu a menționat niciodată tranzitivitatea. Faptul că postulatul (II.2) este prea puternic pentru teoria echilibrului consumatorului este dovedit de autor în Georgescu-Roegen (3).*

[16] *Frisch (1 și 2) nu îl menționează pe (II.4.). Aceasta îi creează dificultăți pe care le depășește, făcând ipoteze metrice suplimentare (1, p. 5). Ideea exprimată prin (II.4) se regăsește la Jevons (p.24) și Pareto (p. 152). Introducerea sa într-o teorie a consumatorului se întâlnește la Georgescu-Roegen (1, p. 550, 557 n) [în acest volum, p. 17-18, 25 n 16].*

[17] *"Condiția de integrabilitate" nu mai creează probleme odată ce postulatul tranzitivității este acceptat, Georgescu-Roegen (1, p. 568, 584 - 585) [în acest volum, p. 35, 51-52]. Se pare că această relație nu a fost înțeleasă o perioadă, deoarece problema integrabilității a fost considerată fie ca "o problemă care nu este cu adevărat importantă", Samuelson (1, p. 68), fie numai ca "o goană fără rost", Hicks (2,19n). Totuși, s-a constatat recent că tendința s-a schimbat. Vezi Samuelson (5); de asemenea scurtele, dar remarcabilele observații făcute de Corlett și Neumann.*

[18] $\overline{P}$ *înseamnă negocierea lui P. Astfel,* $C^2\overline{P}C^1$ *înseamnă "fie* C^1PC^2*, fie* C^1IC^2*".*

Scanned with OKEN Scanner

lege care descrie structura comportamentului consumatorului depinde de *tipul* măsurii folosite pentru mărfuri. Postulatul ratei marginale descrescătoare de înlocuire, care este substituit aici cu (II.6), se află și în această categorie. Totuși, cele două postulate nu sunt în mod necesar echivalența alternativelor de indiferență și, oricât de surprinzător ar părea, postulatele de mai sus nu o implică în mod necesar[19].

Că ideile principale ale postulatelor (II.2) și (II.5) și unele din (II.1), (II,4) fiind prezente în context, sunt suficiente pentru stabilirea indicelui de ofelimitate în sensul lui Pareto (prin urmare, un sistem de varietăți de indiferență), a reprezentat și încă reprezintă un punct important al convingerilor oricărui ordinalist[20]. Totuși, pentru a stabili indicele ofelimității, adică o măsură ordinală a preferințelor *HOA*, avem nevoie de un postulat suplimentar .

Pentru a fi mai clar, mai întâi trebuie să introducem conceptul de mulțime preferențială. Un exemplu de astfel de mulțime este aceea formată din toate combinațiile în care cantitățile tuturor mărfurilor, cu excepția uneia, rămân constante; un altul este oferit de $\omega\omega^1$ prezentat de Georgescu-Roegen (1, p. 550, figura1) [figura 1.1 în acest volum]. O mulțime preferențială constă într-o succesiune de alternative dispuse în ordinea lor de preferință; definiția sa mai exactă este:

(II.a) *(C^α) este o mulțime preferențială, dacă primește toate valorile unui interval de numere reale și dacă $C^\beta P C^\gamma$ ori de câte ori* $\beta > \gamma$.

Dacă o mulțime preferențială (C^α) conține cel puțin o alternativă $C^\beta PC$ și cel puțin una astfel încât CPC^γ, atunci este ușor de dovedit pe baza postulatelor (II,1-5)[21] că (C^α) se divide în alte trei mulțimi preferențiale: (C^a) conținând toate combinațiile preferate lui C; (C^b) combinând toate combinațiile cărora le este preferat C; (C^c) conținând toate combinațiile indiferente față de C. Mulțimea (C^c) conține *cel mult* o combinație, adică fie una, fie nici una[22].

---

[19] *Mai mult, (II.6) poate încă avea sens chiar dacă în unele cazuri, consumatorul nu poate face alegerea între două alternative, Georgescu-Roegen (3).*

[20] *De exemplu, Frisch (1); Samuelson (3, p. 94; 2, p. 67); Weldon (p. 228).*

[21] *Trebuie remarcat că din (II.5) rezultă că aici $C^1 \bar{P} C^3$ poate fi interpretată ca $C^1 I C^3$, numai dacă $C^1 I C^2$, $C^2 I C^3$.*

[22] *O idee similară o întâlnim la Samuelson (3, p. 151* și urm.).

Scanned with OKEN Scanner

De data aceasta ajungem la întrebarea dacă (C^c) este sau nu este vidă. O alternativă este reprezentată de următorul postulat:

(II.7) *Dacă mulțimea preferențială (C^α) conține mulțimile C^β, C^γ și dacă $C^\beta PC$, CPC^γ, atunci conține și $C'IC$.*

Postulatul (II.7) nu numai că introduce existența alternativelor indiferente, dar oferă și o procedură clară pentru a obține o alternativă indiferentă la oricare alta dată (cu condiția ca ultima să nu fie complet vidă).

Aceasta este, de fapt, postulatul A folosit de acest autor cu câtva timp în urmă (1, p. 549) [p. 17 din acest volum][23], dar a fost observat cu greutate, în ciuda faptului că nici o măsură ordinală a utilității nu se poate obține fără ipoteza acesteia. Eroarea ordinalistului constă chiar în ignorarea acestui fapt.

Este clar că se poate propune ignorarea completă a problemei care a condus la (II.7) pe baza faptului că teoria cererii nu este afectată câtuși de puțin de modul în care hotărâm să răspundem la această întrebare. Comportamentul de piață, ca oricare alt comportament, este determinat numai de preferință. Prin urmare, preferințele înseamnă tot ceea ce este necesar pentru o explicare rațională a teoriei cererii. Faptul că reducerea lui Dedekind determinată de (C^a), (C^b) aparține sau nu uneia dintre aceste mulțimi este irelevant pentru demersul nostru, deși ar fi mai bine să-l includem într-o clasă numai a lui[24]. Dl. Little este mai categoric în această privință decât toți ceilalți și hotărăște "să se renunțe complet la [conceptul de indiferență]" (2. p. 22)[25].

Totuși, pentru problema specială a stabilirii unei teorii valabile a comportamentului consumatorului, aparatul de ras a lui Occam este

---

[23] *Postulatul II al lui Marschak (1, p. 117; 2, p. 500) reprezintă, în esență, aceeași idee din postulatul A, deși nu pare să fie conștient de acest lucru.*

[24] *Cf. Armstrong(1, p. 457), Samuelson (4, p. 248).*

[25] *Mă folosesc de acest prilej să subliniez că pretenția lui Little (afirmată repetat, p. 25* și celelalte*) de a fi ajuns la liniile de comportament "numai prin folosirea relației mai 'degrabă asumate decât'" definite pe baza "formulei indicelui" (Definiția 2, p. 33) este complet nefondată. În argumentul din anexa acestui capitol II, "alege mai degrabă A în loc de B" din Axioma II se folosește nediscriminant nu cu sensul din Definiția 2, ci cel de* alegere clasică în afara pieței între A și B, independent de faptul că B ar fi cumpărat sau nu când situația preț-consum îl plasează pe consumator în A.

Scanned with OKEN Scanner

contraindicat în această etapă a argumentaţiei[26]. Şi, încă, nu este întreaga poveste. Se întâmplă ca întregul sprijin în favoarea doctrinei cardinaliste să depindă, după cum vom arăta, de faptul că (C^c) este vidă sau nu, adică dacă acceptăm sau nu postulatul (II.7) şi să nu depindă de axioma independenţei puternice.

III. Dorinţele în raport cu utilitatea

Un anume aspect distinge postulatul (II.7) de toate celelalte introduse anterior: nu pare să exprime o trăsătură deosebită "proprie evidenţă" a lui *HOA*. În acelaşi timp, orice tip de experiment conceput pentru testarea sa *directă* se pare că este în afara discuţiei. Este un lucru comun faptul că nu există mijloace de verificare a afirmaţiilor privind *continuul*. Existenţa pragului psihologic în cazul alegerii reale adaugă acestei probleme dificultăţi care nu apar la probleme similare ale ştiinţelor naturii.

Prin urmare, reiese că, dacă avem de clarificat problema opţiunii pentru postulatul (II. 7), trebuie s-o abordăm cu mijloace total diferite de cele deja menţionate. Astfel, ajungem să renunţăm la mijlocirea argumentelor pur formale şi să reexaminăm faptele, în special cele citate în favoarea teoriei moderne a valorii.

Teoria modernă a consumatorului a devenit o parte integrantă a gândirii în asemenea măsură, încât suntem predispuşi să trecem cu vederea importanţa multor fapte, chiar şi atunci când sunt menţionate în literatura de specialitate. Pentru a ne elibera de sub această influenţă instituţională exercitată asupra propriei noastre perspective[27], trebuie să ne reîntoarcem cu mult timp în urmă, înainte ca echipa Jevons-Walras, sub influenţa evoluţiilor rapide din cadrul ştiinţelor naturii, să fi simplificat excesiv şi cu mare entuziasm comportamentul individului prin condiţionarea tuturor acţiunilor sale economice de un motor *unic*: utilitatea[28].

---

[26] *Ceea ce implică folosirea acestui principiu se poate exemplifica prin existenţa animalelor cu mai mult de două picioare, deşi numai două sunt necesare pentru mers.*

[27] *"Analiza utilităţii marginale este ferm implantată în gândirea economică a tuturor ţărilor importante". Knight (2, p. 357).*

[28] *Influenţa modelelor folosite în ştiinţele naturale asupra modului lor gândire este evidentă. "Teoria de aici poate fi descrisă ca* mecanica utilităţii *şi a* interesului propriu*", Jevons (p. 21). "Iar această economie pură este o ştiinţă fizico-matematică", Walras (p. 51) (traducerea mea, n.a).*

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta a fost a doua cale, diferită şi opusă aceleia a lui Marx, de a termina cu dublul statut pe care îl avea valoarea în economia clasică.

Rădăcinile ideii că valoarea economică trebuie redusă, în final, la un element unic pot fi găsite la Aristotel care, după ce afirmă că "toate lucrurile care sunt schimbate trebuie să fie întrucâtva comparabile", şi "trebuie, prin urmare, măsurate cu un lucru unic", ajunge la concluzia că nu pot exista "schimburi dacă nu există egalitate, şi nici egalitate dacă nu ar exista posibilitatea de măsurare"[29]. De fapt ultimul pasaj este invocat de Marx (p. 68) în sprijinul teoriei formei echivalente a valorii (p. 64 ff). Marx şi adepţii săi au avut mari probleme cu explicarea detaliată a cauzelor pentru care toate mărfurile trebuie să aibă un factor comun (Marx, p. 43-45), deoarece au înţeles că acest lucru trebuie să fie stabilit, înainte de a putea oferi o explicaţie cu o singură cauză pentru valoare. În această privinţă, au adoptat un procedeu mai ştiinţific decât au făcut-o Jevons, Walras, Wieser şi ceilalţi care au atribuit tuturor mărfurilor o caracteristică esenţială, dar identică, fără a cerceta dacă acest lucru era sau nu sprijinit de fapte[30]. De fapt, ei au înlocuit, pur şi simplu, cu un concept mai clar, *utilitatea*, pe acela de *cerere* vagă al lui Aristotel: "Acum această unitate este cu adevărat cerere care acoperă toate aceste lucruri"[31]. Totuşi, Aristotel este vag aici, deoarece el a înţeles, probabil, dificultatea pe care a indicat-o într-un avertisment ulterior: "într-adevăr este imposibil ca lucruri atât de diferite să fie comensurabile, dar în ceea ce priveşte cererea ele devin astfel suficiente"[32]. Nu este de mirare că această

---

[29] Ethica Nicomachea, *1133 a-b.*

[30] *Walras, în special, (p. 97) este foarte onest când îşi recunoaşte libertatea luată: "Intensitatea absolută a utilităţii ne scapă... Foarte bine, atunci! Această dificultate este insurmontabilă. Să presupunem că această relaţie există..." (traducerea autorului).*

[31] Ethica Nicomachea, *1133 a.*

[32] *Ibid., 1133 b. Traducerea cuvântului* χρεια *prin* cerere, *atât aici, cât şi în fragmentul citat mai sus, nu este prea fericită, deoarece într-un context economic cererea poate sugera ceva complet diferit de* nevoie, dorinţă, folosinţă, *care constituie înţelesurile de bază ale cuvântului grecesc. Singurul comentator al lui Aristotel care leagă* χρεια *de "cerere şi nevoie", dar fără a*

Scanned with OKEN Scanner

afirmație îl desparte pe Marx (p. 68) de Aristotel. Așa fac, de altfel, fondatorii doctrinei utilității marginale. Este destul de interesant punctul de vedere că "dorințele noastre variază într-un mod greu de descris, [astfel că] o comensurabilitate a lor nu poate fi realizată cu adevărat niciodată" și că "prețurile exprimate în bani constituie un compromis și care ascund, mai degrabă, decât elimină, nefixitatea reală, relativitatea individuală a valorii" (Joseph, p. 111), care a fost deseori folosit la criticarea lui Marx, dar aproape niciodată la atacurile îndreptate împotriva teoriei moderne a utilității. Totuși, aceasta ar fi fost un lucru mai normal, deoarece o simplă reexaminare a lucrărilor apărute înainte de Jevons ar fi arătat că ele conțineau esența incomensurabilității termenului aristotelian χρεια.

Există suficiente motive să considerăm mijlocul secolului al XIX-lea ca acea perioadă în care gândirea economică s-a concentrat aproape exclusiv asupra găsirii unei teorii acceptabile a valorii. Și astfel, această problemă s-a aflat în centrul preocupărilor tuturora, inclusiv a celor mai mari minți dintre economiști. Din această cauză, lucrările apărute înainte de Jevons au o importanță evidentă pentru chestiunea abordată de noi.

Acolo aflăm că, înainte să se vorbească de utilitate, de valoare, de comportamentul individual, s-a vorbit de *nevoi, dorințe, întrebări* etc. Aceste ultime concepte sunt, este adevărat, departe de o definire precisă, *dar așa este utilitatea sau satisfacția*, dacă ne vom strădui să analizăm chestiunea. Lipsa unei definiții precise nu ar trebui, totuși, să ne afecteze în cadrul științelor morale, dar conceptele improprii, constituie prin atribuirea omului de facilități pe care nu le are, ar trebui. Iar utilitatea este un astfel de concept impropriu, sprijinit de alte concepte nedefinite cum ar fi dorințe, foloase etc.[33]. Dacă ultimele nu pot fi definite corespunzător, *a fortiori*, nici "utilitatea" sau "satisfacția" nu pot fi definite[34].

---

face din aceasta o problemă majoră, este H.H. Ioachim, Etica Nicomacheană: Comentariu *(Oxford, 1951), p. 150 n.*

[33] *De exemplu, Jevons (p. 45), Marshall (p. 92). De asemenea Platon,* Republica, *IV. 438 A: "Fiecare dorință în sine este numai de acel lucru având natura de a fi astfel.")*

[34] *Probabil că din cauza acestui impas, unii economiști consideră că modul de abordare oferit de teoria alegerii înseamnă un mare progres, care taie nodul*

Scanned with OKEN Scanner

Şi, astfel, putem aduce utilităţii aceeaşi obiecţie pe care Joseph a adus-o banilor: că eludează problema reală. După cum se va vedea clar în continuare, marea simplificare pe care conceptul de "utilitate" l-a introdus în teoria economică nu a fost în întregime gratuit, deoarece adoptarea sa generală a dus la multe controverse nefondate şi ne-a determinat să refuzăm unele fapte elementare pentru că nu se potriveau schemei teoretice.

Realitatea care determină comportamentul individului nu este alcătuită din utilitate sau ofelimitate, sau orice alt element singular, ci din dorinţele sau nevoile sale. Chiar şi acea literatură economică, care consideră teoria utilităţii atât de indiscutabilă şi de fondată încât respinge orice discutare a dorinţelor şi nevoilor ca superflue, nu poate oferi o prezentare independentă a utilităţii[35]. Acest lucru este şi mai clar în cazul principiului utilităţii marginale descrescătoare, fără de care utilitatea nu ar fi devenit atât de faimoasă. Totuşi, este imposibil să întâlneşti un singur economist al cărui argument în favoarea acestui principiu să nu conducă de fapt, la alte principii complet diferite. Oricum, toate argumentele pretind să dovedească că "utilitatea marginală descreşte".

---

gordian. Aceasta este numai o iluzie, deoarece, chiar dacă postulatele teoriei alegerii nu folosesc termenii "utilitate" sau "satisfacţie", discutarea şi acceptarea lor presupune traducerea lor în celălalt limbaj. Astfel, suntem obligaţi să admitem că postulatele nu au nici o explicaţie raţională şi nici o justificare experimentală. De exemplu, Hicks (2, p. 25). O ilustrare adecvată a celor de mai sus este oferită de ingenioasa teorie a consumatorului, elaborată de Samuelson. Postulatul III elaborat de el nu este deloc "perfect clar", în sensul că, dacă eşti lipsit de orice legătură cu alegerea clasică, nu este o caracteristică transparentă. *În sistemul său, definiţia pentru "ψ este ales pe ψ' " este dată în termeni de* echilibru *la ψ . În mod clar, aceasta nu înseamnă* alegere *în sensul clasic, adică independent de echilibrul pieţei, astfel ca între ψ şi ψ' să nu existe în mod necesar o alegere. Cf. Samuelson (3, p. 152).*

[35] Enciclopedia ştiinţelor sociale *este cel mai elocvent exemplu.*

Scanned with OKEN Scanner

IV. **Structura dorințelor**

Orice discuție despre dorințele omului poate fi întâmpinată, *ab initio*, cu obiecția că nu se lasă ușor clasificate, ca să nu mai vorbim de definirea lor. Alte concepte cuprinse în temele tratate de științele economice se află în aceeași situație; totuși aceasta nu ne împiedică să le teoretizăm cu succes și să le clasificăm în categorii mari cu scopul observării lor reale. Trebuie să menționăm ca aparținând acestei categorii asemenea concepte de bază cum ar fi cele de "bunuri", "capital", "muncă" etc. Dorințele pot fi tratate la fel[36], deși, uneori, ele sunt înlocuite cu "nevoi", din care ele au evoluat în general, sau cu "utilizări", la care ele conduc.

S-a observat de mult timp că nevoile și dorințele omului sunt ierarhizate[37]. De fapt, după cum se poate convinge cititorul căutând la întâmplare în literatură, această ierarhie este esența oricărui argument pentru explicarea principiului utilității marginale descrescătoare. Fie că argumentul se referă sau nu se referă la fermierul izolat pentru care întrebuințările porumbului sunt dispuse în bine cunoscuta ordine a importanței: hrană, semințe pentru perioada următoare, băuturi alcoolice, hrană pentru animale, creșterea papagalilor[38]; sau la necesarul de apă: potabilă, de gătit, de spălat, pentru udatul ierbii[39]; sau, pur și simplu, afirmă în termeni generali "că toate aceste unități succesive au pentru posesorul lor o utilitate care scade de la prima unitate, care răspunde celei mai presante nevoi, spre ultima, după care se instalează saţietatea"[40]; sau, într-un mod mai laconic, arată că există "o unitate care este luată în considerare pentru *cea mai importantă utilizare*" și una

---

[36] *Comparați, de exemplu, clasificarea bunurilor de către Marshall (p.54-59) cu clasificarea dorințelor de Hermann (Marshall, p. 91 n). Mai mult, se pare că nu există o definiție mai bună economică care să nu se refere la dorințe (Menger. p. 51 ff.).*

[37] *"Acum, cea mai importantă dintre nevoile noastre constă în asigurarea hranei pentru subzistență și viață. A doua se referă la locuință, iar a treia la îmbrăcăminte și la alte asemenea lucruri", Platon,* Republica, *II. 369D. De asemenea, Marshall (p. 86-91).*

[38] *Menger (p. 129).*

[39] *Menger (p. 133 ff); Jevons (p. 44); Wieser (p. 88).*

[40] *Walras (p. 98). Traducerea autorului.*

Scanned with OKEN Scanner

"*cea mai puțin importantă ocupație*"[41]; toate indică faptul că "satisfacerea în parte a nevoilor concrete are diferite grade de importanță pentru noi"[42]. Chiar Pareto, al cărui nume este identificat în general cu simplificarea teoriei consumatorului, până la negarea oricărui înțeles, chiar al utilității[43], nu a putut ignora faptele simple care scoteau în evidență ierarhia dorințelor și a introdus, în schimb, ierarhia mărfurilor (p. 281-282), o poziție mai puțin valabilă pentru o teorie satisfăcătoare a valorii. Pentru argumentul prezentat aici este important să observăm că acesta este singurul caz când Pareto nu a folosit o schemă carteziană pentru a-și prezenta ideile, ci a oferit, în schimb, un tip total diferit de grafic (p. 282), mult mai asemănător diagramei lui Hasse[44].

Studii mai aprofundate vor arăta că ceea ce poate fi descrisă în general ca ierarhie a dorințelor umane implică mai multe principii distincte.

Banfield, una din principalele surse de inspirație ale lui Jevons, remarca încă din 1844 (pp. 11-21): "Prima afirmație a teoriei consumului este că *satisfacerea fiecărei mici dorințe de pe scală creează o dorință mai mare*... Eliminarea unei dorințe primare trezește, de obicei, sentimentul a mai mult de o singură privare secundară: astfel, asigurarea completă cu hrana normală nu numai că trezește rafinamentul culinar, dar și atenția asupra îmbrăcămintei. Gradul cel mai înalt pe scara dorințelor, acela al plăcerii obținute de pe urma frumuseților naturii și artei, se limitează de obicei la oameni care sunt scutiți de toate privațiunile inferioare... Este constanța valorii relative din obiectivele plăcerii și ordinea fixă a succesiunii în care această valoare apare, care face din satisfacerea dorințelor noastre o problemă de calcul științific...".

La toate acestea, Jevons (p. 54) a făcut o singură obiecție; a preferat să spună că "satisfacerea unei dorințe inferioare... permite

---

[41] *Knight (2, p. 359). Inclusiv cursivele.*

[42] *Menger (p. 122).*

[43] *Descoperirea ca utilitate este un concept superfluu pentru logica legii cererii a fost, totuși, făcută de Irving Fisher (p. 14, 88), un fapt recunoscut în mod clar de Pareto (p. 159).*

[44] *Birkhoff (p. 6).*

Scanned with OKEN Scanner

numai să se manifeste însăși dorința superioară", ceea ce este o cale mai bună de descriere a *principiului subordonării dorințelor*[45].

În mod clar, acest principiu arată că toate dorințele noastre pot fi satisfăcute în final. Este adevărat că se poate vorbi de o îndestulare obținută după descreșterea continuă a "intensității" dorinței corespunzătoare, dar singurul lucru de care putem fi siguri în general este acela că îndestularea există. Este acea stare mentală în care orice adăugare a obiectivului dorinței anterioare nu mai este dorită. Indiferent de faptul că acceptăm sau nu ideea că dorințele au o "intensitate" sau o succesiune ordinală a stărilor, am ajuns la al doilea principiu, și anume *principiul dorințelor saturabile* al lui Gossen[46]. Acum, de regulă, nu numai că se dorește să se ajungă la o îndestulare înainte ca următoarea să se manifeste, dar se pare că există întotdeauna o *următoare* dorință. Numărul dorințelor se pare că nu cunoaște sfârșit. Acesta este *principiul creșterii dorințelor*[47], care este echivalent cu absența saturației absolute. Totuși, trebuie observat că natura acestui postulat este mai degrabă dinamică și, prin urmare, semnificația sa pentru o schemă statică poate fi pusă sub semnul întrebării.

Teoria utilității marginale a ignorat primul și ultimul dintre principiile de mai sus și și-a bazat întregul edificiu pe principiul dorințelor saturabile, care a fost rebotezat, cu această ocazie, *principiul utilității marginale descrescătoare*. Aparent, numai Marshall (p.93) nu a ezitat să recunoască deschis această trecere de la un punct de vedere la altul. Alți economiști neoclasici, inclusiv fondatorii teoriei utilității marginale, și-au prezentat argumentele într-o manieră care a escamotat trecerea de la o teorie a mai multor dorințe la aceea a unei dorințe unice, la care se puteau reduce toate celelalte. Pentru că aceasta este ceea ce reprezintă *utilitatea*; esența comună a tuturor dorințelor, dorința unică în care se pot comasa toate dorințele. Aceasta este ipoteza implicită că există o asemenea dorință comună care a făcut posibil să se realizeze o descriere a comportamentului individului prin folosirea unui singur postulat din totalul de trei prezentate mai sus. Ca o consecință a acestui

---

[45] *Vezi și Menger (p. 125).*

[46] Prelegerile *lui Banfield au apărut, totuși, înainte de lucrarea* Entwickelung *a lui Gossen.*

[47] *Menger (p. 82-83), Marshall (p. 86).*

Scanned with OKEN Scanner

procedeu, probleme foarte importante, cărora nu li s-a putut găsi răspuns decât în termenii principiilor ignorate, au fost transferate treptat în categoria întrebărilor fără rost.

Este adevărat că, în timp, teoria utilității a suferit mai multe schimbări care au transformat-o treptat în teoria alegerii, care evită orice referire la utilitate şi, prin urmare, la dorințe, nevoi sau foloase. Totuşi, modificările priveau, mai ales, relațiile dintre bunurile propriu-zise şi aspectele axiomatice ale formulării. Existența numitorului comun pentru toate dorințele nu a fost adus în discuție niciodată. Au fost introduşi noi termeni şi noi scheme, dar nu există nimic în comportamentul de piață care să poată fi explicat printr-o teorie şi nu prin alta. Asemenea teorii ale alegerii sunt numai forme axiomatice pentru teoriile utilității şi le revin toate consecințele pentru încrederea în reductibilitatea tuturor dorințelor.

Dar nu *toate* dorințele umane pot fi reduse la o bază comună. În contrast cu principiile deja menționate, *principiul ireductibilității dorințelor* pare să fi scăpat atenției economiştilor neoclasici. Literatura standard pentru acest subiect o menționează numai indirect. Ici şi colo întâlnim remarci care pot fi interpretate că autorul avea în minte ceva de felul acesta[48]. Un exemplu extrem de instructiv este oferit de Jevons (p. 24), care, după ce îl citează pe Paley care afirmă că "plăcerile nu diferă prin altceva decât prin continuitate şi intensitate", sfârşeşte prin a admite că "motivele şi semnificațiile sunt, în mod cert, de acelaşi tip în măsura în care noi putem să le comparăm unele cu altele; dar, "totuşi, ele sunt aproape incomparabile în ceea ce priveşte puterea şi autoritatea" (p. 26). Este greu de explicat cum a putut Jevons, după ce a ajuns la o asemenea concluzie, să continue cu o schemă în care toate dorințele să fie reduse la o singură bază comună - utilitatea.

În sprijinul ireductibilității dorințelor, ne putem referi la multe fapte comune: că pâinea nu poate salva pe nimeni de la sete, că traiul într-un palat luxos nu constituie un substitut pentru hrană etc. Dar există şi un alt argument important în favoarea ireductibilității. Dacă toate dorințele ar fi reductibile, nu am putea explica de ce în fiecare gospodărie

[48] *De exemplu, Pareto (p. 252, 256-258) şi, mai ales, Marshall (p. 14-28). Singura afirmație clară în această direcție pare aceea a filozofului britanic Joseph (p. 111). Problema este în mare parte identică cu aceea a diferenței dintre* dulce *şi* alb, *abordată de Aristotel,* De anima, *p. 426b-427a.*

americană apa se consumă pentru a satisface setea - şi, prin urmare, trebuie să aibă o "intensitate" zero a utilităţii în acel punct - în timp ce, atunci când apa nu se foloseşte până la îndestulare la stropitul gazonului, trebuie să aibă "un grad final de utilitate" pozitiv. Totuşi, nici unei gospodării nu îi va fi sete - oricât de puţin - încât să ude un vas cu flori. Cu alte cuvinte, dacă o marfă satisface mai multe nevoi, s-ar putea întâmpla ca "utilitatea sa marginală" privind anumite dorinţe să fie zero (deoarece aceste dorinţe sunt complet satisfăcute) şi, totuşi, "utilitatea" ultimei unităţi să nu fie nulă. Deoarece cantitatea acelei mărfi descreşte, numai unităţile alocate anterior pentru cea mai puţin importantă dorinţă va fi eliminată, şi nu cele care contribuie la satisfacerea celorlalte dorinţe[49]. Aceasta este valabilă pentru *bani-numerar.* Oricine cu un venit mediu poate garanta pentru faptul că cheltuielile ating nivelul de îndestulare în multe direcţii, adică are o utilitate managerială zero din aceste puncte de vedere şi, totuşi, în cazul multor altor întrebuinţări este încă departe de îndestulare. Cred că nimeni nu se poate îndoi că un *homo œconomicus* obişnuit, care câştigă cam 5000 dolari pe an, nu va obţine nici un folos din dolarii consideraţi ca buni numai pentru cartofi (să zicem)[50], deşi acelaşi *homo œconomicus* va fi încântat, cu siguranţă, de orice alt tip de dolari pe care i-ar putea cheltui pentru satisfacerea altor dorinţe. Prin urmare, se pare că analiza distribuirii unei manifestări (apă, bani etc.) între utilizări diferite, aşa cum arată Jevons (p.58-60) şi Marshall (p. 117-118), este aplicabilă numai acelor dorinţe care au o bază comună[51]. Această analiză nu clarifică întreaga poveste, care este neîndoios mult mai complicată.

---

[49] *Aşa procedează Menger cu al său Robinson Crusoe (p. 133 ff). Numai Jevons-Walras au înlocuit importanţa ordonată cu utilitatea descrescătoare. Astfel, deşi nu pentru motive identice, eu sunt de partea profesorului Stigler în ceea ce priveşte faptul că "teoria lui Menger era cu mult superioară celei lui Jevons". Vezi Menger (p. 11 n 3); de asemenea, Hayek (1,p. 400-401).*

[50] *Ipotezele statice şi interdicţia de comercializare fie a cartofilor, fie a dolarilor-cartofi reprezintă o parte a analizei de mai sus - ca şi a oricărei teorii similare a consumatorului.*

[51] *Existenţa unor asemenea dorinţe nu este negată de fel, mai ales dacă se află printre cele mai mari.*

Scanned with OKEN Scanner

Modelul dorinţelor noastre, aşa cum este reflectat de bunurile economice care le satisfac, pare foarte complex, deoarece nu există nici o corespondenţă de unu - la - unu între *dorinţe* şi *bunuri.* "De obicei, nu un singur bun, doar o *cantitate* de bunuri se opune nu unei singure nevoi concrete, ci unui *complex* de astfel de nevoi" (Menger, p. 129). Combustibilul este legat de adăpost şi hrană, în timp ce hrana are de asemenea nevoie de apă, grâu, carne. Cele mai multe alimente folosite ca hrană se folosesc şi în cazul dorinţei de relaţii şi de prestanţă socială. Clasificarea mărfurilor, o procedură necesară pentru orice teorie a preţului, ne va face, probabil, să crească dificultatea să înţelegem mozaicul dorinţelor.

Cu toate acestea şi în ciuda faptului că modelul dorinţelor diferă de la un individ la altul, cele mai multe dintre aceste modele au multe lucruri în comun. (1) *Ierarhia dorinţelor pare să fie identică pentru toţi oamenii până la un anumit nivel.* Putem fi aproape siguri că aceasta se referă cel puţin la: sete, foame, recreere, adăpost.(2) *Indivizii aparţinând aceleiaşi culturi au, probabil, în comun un număr mai mare de dorinţe la vârful sistemului ierarhic faţă de cele comune tuturor oamenilor.* Din aceste date putem *înţelege* dorinţele altor oameni, cu atât mai mult dorinţele acelora care aparţin aceluiaşi model cultural, în timp ce suntem totodată conştienţi de faptul că gusturile diferă între indivizi. Din această cauză afirmaţia că "utilitatea marginală a banilor este mai mare pentru săraci decât pentru bogaţi" capătă sens în unele cazuri, iar în altele nu. Cazurile diferite din acest punct de vedere au fost folosite de tabere opuse în controversa privind comparaţia interpersonală a utilităţii, ceea ce explică de ce ambele poziţii par juste.

Evaluarea făcută de noi în legătură cu plăcerile oamenilor prin "simpatie extinsă" (Edgeworth, p. 475) are o limită clară: nu are un suport valabil dincolo de acele dorinţe care nu sunt identic ordonate pentru grupul de oameni şi pentru observator. *Orice* observator înţelege de ce există simţul bunăstării sociale (fără să implice politici obligatorii) când sunt taxaţi oamenii care îşi petrec verile pe Riviera, pentru a-i ajuta pe cei înfometaţi; dar cei mai mulţi observatori vor pune sub semnul întrebării existenţa vreunui sens în impozitarea acelorași oameni ca să îi ajutăm pe ceilalţi să meargă la meciuri de fotbal în fiecare duminică.

Scanned with OKEN Scanner

Fără îndoială, modelele culturale se reflectă în tipul de dorințe care sunt ordonate identic pentru oameni aparținând aceleiași "comunități". Pentru că un spaniol îl compătimește pe cel care nu poate merge duminica la o luptă de tauri, dar nu pe cel care merge pe jos la locul de muncă; în timp ce un american va proceda invers. Este evident că asemenea cazuri care stau la baza contestării profesorului Robbins (1, p. VII) că "o comparație a diferitelor satisfacții ale unor indivizi diferiți implică mai degrabă judecăți de valoare și nu judecăți de fapte". Tocmai fiindcă utilitatea marginală descrescătoare nu dă sens intercomparației dorințelor, o operație a cărei importanță pentru viața economică este tot atât de importantă ca vânzarea și cumpărarea, nu rezultă că "ea nu își găsește locul în știința pură" (*ibid.*, p. 139), dacă nu vom fi clar de partea teoriei, mai degrabă decât a faptelor (*ibid.*, p. 141).

V. Dorințe și alegere

Alegerea are menirea de a satisface cel mai mare număr de dorințe, începând cu cele mai importante și coborând pe scara lor ierarhică. Prin urmare, alegerea este determinată de dorința cea mai importantă care ar putea fi realizată. De aceea, când întrebăm de motivul alegerii obținem răspunsuri care par stupide la *prima vedere*. Un individ ar putea menționa ca motiv al cumpărării unui anumit automobil "minunata culoare verde a bordului", altul ar spune că și-a cumpărat casa, deoarece "oferea un loc minunat pentru colivia păsărelelor". Dar ceea ce vor să spună ambii indivizi este că după compensarea tuturor mașinilor și a tuturor caselor disponibile din punctul de vedere al dorințelor mai importante ei au coborât la culoarea bordului și la colivie. Indiferent ce alegem, case, mașini sau combinații de mărfuri *C*, procedura este aceeași[52]. *Alegerea între două combinații este întotdeauna determinată de dorința cea mai puțin relevantă care se poate reflecta în cazul oricăreia dintre cele două combinații.*

[52] *Altfel, de ce cei care fac reclamă s-ar strădui să ne arate că marca A de brânză apare într-un ambalaj atractiv, că marca B economisește spațiu în frigider etc., etc.?*

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a ilustra acest mecanism al alegerii printr-o schemă foarte simplă şi de aceea, grosieră, să ne *imaginăm* un *homo œconomicus B* care ar avea cel puţin următoarele dorinţe - de hrană, de gust plăcut şi pentru compania prietenilor - şi care ar cunoaşte numai două mărfuri - X_1, margarină şi X_2, unt. Să mai presupunem, pentru simplificare, că "hrana" avută în vedere de *HOB* în orice combinaţie (x_1, x_2) este cantitatea corespunzătoare de calorii $k = x_1 + x_2$; se poate admite şi gustul dat numai de unt, $t = x_2$. Dacă nevoia de hrană este mai importantă decât un gust plăcut, până la o anume limită $k \leq K$ al lui *HOB* va simţi că hrana este mai importantă decât gustul şi va face alegerea pe baza mărimii valorii *k*. Numai dacă două combinaţii au aceeaşi valoare pentru *k*, el ar lua în considerare următoarea dorinţă şi ar alege acea combinaţie care ar conţine mai mult unt. Dacă, totuşi, $k > K$, importanţa primei dorinţe va deveni secundară, iar alegerea se va face pe baza celei mai mari valori *t*; dar dacă cele două valori sunt egale, a treia dorinţă va apărea şi va determina alegerea. Putem considera că a treia dorinţă se formează în funcţie de câţi prieteni are *HOB* care au nevoie numai de "hrană" sau care se pot bucura de "gust", şi este reflectată prin $e = ax_1 + bx_2$, în care $a, b > 0$.

De aceea, când face alegerea, *HOB*-ul nostru va prefera C' (x'_1, x'_2) în loc de C'' (x''_1, x''_2) conform următoarei scheme:

(A)

$$
\begin{aligned}
&1)\ k'' < k' < K,\\
&2)\ k'' = k' \leq K; t'' < t',\\
&3)\ k'' < K < k',\\
&4)\ K < k', k''; t'' < t',\\
&5)\ K < k', k''; t'' = t'; e'' < e'.
\end{aligned}
$$

[53]

Este clar acum că comportamentul *HOB*-ului nostru îndeplineşte postulatele (II, 1-6); prin urmare, el este un *HOA*, dar nu îndeplineşte postulatele (II.7). Am ajuns astfel la concluzia că există în mod cert cazuri care nu îndeplinesc ultimul postulat[54]. *Această concluzie nu*

---

[53] *Este de recunoscut ca aceste criterii se bazează pe produsul logic al unor mulţimi ordonate; vezi Brikhoff (p.9).*

[54] *Că ar putea fi cazuri în care postulatul ar putea fi totuşi îndeplinit nu constituie o posibilitate exclusă. Aceasta depinde de numărul de dorinţe şi de mărfuri.*

Scanned with OKEN Scanner

pentru că ar constitui o abordare mai convenabilă sau că ar conduce la o schemă mai simplă, ci pentru că oferă o interpretare mai adecvată a structurii dorinţelor noastre.

Acum se pot înlocui funcţiile *k*, *t*, *e*, din exemplul de mai sus cu alte funcţii mai generale care ar genera trei familii de curbe convexe; criteriul (A) va rămâne totuşi valabil. Un grafic care reprezintă mecanismul alegerii al unui asemenea *HOB* este prezentat în figura 3.1.

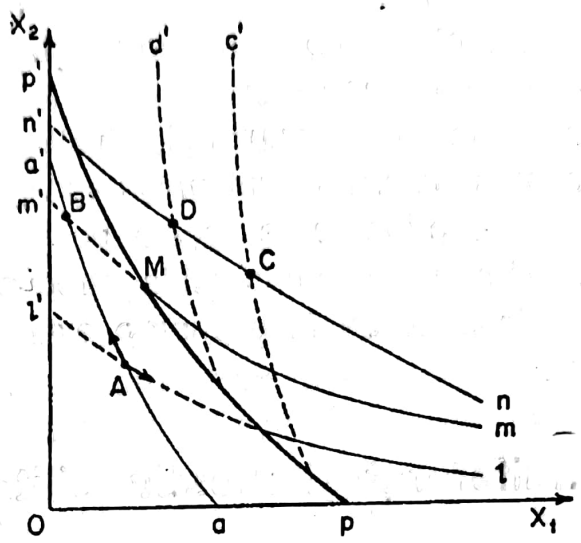

FIGURA 3.1

Aici, liniile *aa'*, *pp'* reprezintă curbele familiei (*k*)(*pp'* corespunde lui *k* = *K*), liniile *ll'*, *mm'*, *nn'* reprezintă curbele familiei (*t*), iar celelalte, *Dd'*, *Cc'* sunt curbe din familia (*e*)[55]. Orice punct deasupra curbei *aa'* este preferat oricărui punct de pe ea, care la rândul său este preferat tuturor punctelor sub *aa'*. Totuşi *B* este preferat lui *A*. Curbele *aa'* au mai multe în comun cu liniile de indiferenţă; am putea adopta pentru ele un termen potrivit introdus de Little (1), acela de *curbe ale comportamentului*. Pentru zona deasupra lui *pp'*, ele se formează prin familia *e*; *C* este

[55] *Faptul că x_2 este hrana mai gustoasă va face ca înclinaţia tangenţei la curba t să fie mai puţin înclinată decât curba k care trece prin acelaşi punct. Aceasta prezintă o surprinzătoare analogie cu definiţia lui Johnson pentru "x_2 mai urgent" (p. 498), ceea ce ne face să ne întrebăm dacă nu cumva a avut în minte mai degrabă o ierarhie a dorinţelor şi nu o complementaritate, când a introdus acest concept.*

preferat lui *D*, iar acesta este preferat lui *M*. Totuşi, *p'Mm* este şi o curbă a comportamentului[56].

Ordonarea alternativelor de către *HOB* este exact aceea a unui lanţ, adică ele sunt ordonate simplu[57]. Pentru o mai mare uşurinţă, ne putem referi la această proprietate a alternativelor ca la aceea de *comparabilitate*. În continuare putem folosi termenul de *măsurabilitate ordinală* pentru a denumi acea comparabilitate specifică care poate fi reprezentată fără ambiguitate printr-un lanţ de numere reale, adică *acolo unde fiecărui element i se poate atribui un număr real care îi va identifica în întregime ierarhizarea relativă.*

Faptul important este că, din cauza pluralităţii dorinţelor lui *HOB*, alternativele, deşi *comparabile*, nu sunt *măsurabile ordinal*[58]. Eroarea ordinaliştilor constă exact în ignorarea acestei posibilităţi[59]. Dar o dată stabilit acest punct, nici nu ne putem gândi la introducerea unei *măsuri cardinale* a alegerii, dacă nu se face, printr-o extindere deformată a sensului cuvintelor[60].

VI. **Indiferenţă şi substituibilitate**

Mai sunt şi alte câteva aspecte importante comune celor mai multe teorii moderne în legătură cu *homo œconomicus* care sunt profund afectate de teoria dorinţelor elaborată de Banfield-Menger.

În primul rând, noi nu mai suntem siguri că există indiferenţă. Aceasta este concluzia care va ridica probabil cele mai mari obiecţii împotriva teoriei. De ce, se va pune întrebarea, atunci când trecem de la

---

[56] *Acest lucru arată că nu există o necesitate logică pentru a presupune că curbele de comportament nu se întâlnesc, aceasta fiind o ipoteză importantă în argumentul lui Little. Cf. Georgescu-Roegen (3).*

[57] *Birkhoff (p.10). În literatura economică, acelaşi concept este frecvent denumit o mulţime ordonată* complet.

[58] *Aceasta decurge din teorema 2 sau ex. 6*, Birkhoff (p. 32).*

[59] *Credinţa atât de clar exprimată de Armstrong (3,p. 119) că "atunci când avem o singură dimensiune ... ordonarea completă este imposibilă" poate justifica această eroare. Cf. Armstrong, de asemenea (1, p. 456 n).*

[60] *Nu neg că uneori se procedează astfel pentru a salva "un punct", dar acesta este un câştig fără rost.*

Scanned with OKEN Scanner

categoria "respingerilor" la categoria "preferinţelor"[61], nu trecem prin categoria intemediară a "indiferenţei"? Acest mod de a privi problema are o atât de lungă tradiţie la noi, încât absenţa categoriei intermediare poate fi considerată absurdă *ab initio*. Deoarece, se va argumenta, negarea existenţei acestei categorii intermediare ar însemna, pur şi simplu, să mergi împotriva principiului continuităţii. Dar să luăm în considerare întrebarea: la ce se aplică aici continuitatea? În mod clar, continuitatea nu se aplică nici la "respingere" şi nici la "preferinţă" care sunt stări care nu pot fi descrise altfel. Şi deşi este adevărat că nu putem trece de la un număr negativ la unul pozitiv fără a trece prin zero, deoarece *numerele* au proprietatea de a varia continuu, nu este deloc necesar ca între două stări să existe mereu una intermediară. Pentru că, dacă acceptăm principiul că există una, ajungem în cea mai paradoxală situaţie. Care este, atunci, starea dintre preferinţă şi indiferenţă? Astfel este clar că principiul de mai sus - existenţa stării intermediare prin *necesitate* - trebuie respins.

Stările sunt de multe ori dependente de o variabilă continuă, dar acest lucru nu are influenţă asupra existenţei stărilor intermediare[62]. Astfel, viaţa şi moartea sunt două stări dependente de o variabilă continuă, timpul, şi nu există o stare intermediară. Aceleaşi lucru este valabil, de exemplu, pentru deciziile care depind de o variabilă continuă. Această decizie de a acţiona apărea fără a trece mai întâi printr-o stare intermediară de indecizie pură[63]. Dacă totuşi există indiferenţă, existenţa sa trebuie dovedită direct prin alte mijloace. O analiză mai atentă a

---

[61] *Ca în mulţimea preferenţială din Secţiunea II.*

[62] *Dacă stările intermediare nu au* ex hypothesi *o măsură ordinală continuă.*

[63] *Transmiterea nejustificată a proprietăţii de continuitate de la variabilă la stările determinate de variabilă este o greşeală foarte comună. "Este evident că utilitatea trece prin inutilitate [sic] înainte de a deveni neutilitate, aceste noţiuni fiind considerate +, 0, –." Jevons (p. 58). Un alt exemplu este argumentul oferit de Friedman - Savage (2, p. 468) în sprijinul postulatului lor P_2. Într-adevăr, dacă nici o variaţie mică a transferului nu afectează hotărârea noastră de a traversa strada, această hotărâre ar trebui să fie aceeaşi pentru toate intensităţile de trafic!*

Scanned with OKEN Scanner

dorinţelor ne conduce totuşi, la concluzia că indiferenţa poate exista, dar nu ca regulă[64].

De asemenea, trebuie să fim conştienţi de capcanele integrării, ca "stări indiferente", pe acelea pe care *omul* nu le poate ordona fără o mare ezitare sau fără o anume inadecvare. Aceste cazuri sunt simptomele imperfecţiunilor mecanismului alegerii cauzate de un prag psihologic, care este absent la *HOA*. Este adevărat că, în viaţa reală, chiar un individ înfometat va renunţa la o cantitate foarte mică de margarină în schimbul uneia de unt, dar aceasta s-ar putea datora faptului că el nu poate simţi în vreun fel lipsa unei *mici* cantităţi de hrană[65].

Şi dacă unii dintre noi încă ne împotrivim unei teorii care subminează asemenea concepte apreciate, cum ar fi "indiferenţa şi substitutibilitatea" s-ar putea arăta că însăşi această teorie oferă, în schimb, o clarificare a impasului teoretic, tot atât de vechi ca însăşi doctrina ordinalistă. Introspecţia pare să arate fără nici o îndoială că dacă C^1PC^2, C^2PC^3, se poate întotdeauna spune dacă C^2 este "mai aproape" de C^1 sau de C^3. Prin urmare, prin încercări şi erori, se poate găsi "punctul median" între C^1 şi C^3. În general, acest lucru a fost considerat ca o bază suficient de solidă pe care să se construiască o măsura cardinală a utilităţii[66]. Confruntându-se cu acest argument, ordinaliştii au adoptat două tactici complet diferite: (1) să nege că "distanţele" sunt

---

[64] *Este evident că aceasta afectează şi faimosul principiu al substituţiei, care se întâlneşte ca postulat în literatura neoclasică. Cf. Marshall (p. 341, 356), Pareto (p. 256,. 270-271), Frisch (1, p. 3-4), Hicks (2, p.20). De fapt, numai Marshall îl menţionează cu acest nume, adăugând pur şi simplu că "aplicaţiile sale se extind la aproape orice domeniu al cercetării economice".*

[65] *În cazul tipurilor pure de HOB, acest lucru nu mai este posibil. "Sufletul celor însetaţi, în măsura în care duc lipsa apei, nu doresc altceva decât să bea şi duc dorul acesteia, iar impulsul lui este către aceasta", Platon,* Republica, *IV. 439 A.*

[66] *Conform Pareto (p. 264), Edgeworth (p. 473), Bowley (p. 2), Lange (1 şi 2), Armstrong (1), Weldon. Samuelson, într-o lucrare foarte interesantă (3), a subliniat că compatibilitatea diferenţelor adiacente nu este suficientă pentru a realiza o măsură cardinală. În acelaşi timp, el dă, cred eu, pentru prima dată, o definiţie precisă a acestui tip de cardinalitate. Dar aici el comite de două ori eroarea ordinaliştilor; a doua oară, când admite că al său postulat 2 permite măsurabilitatea ordinală a diferenţelor.*

Scanned with OKEN Scanner

comparabile[67] sau (2) să adopte un punct de vedere metafizic care, dacă ar fi general acceptat, ar nega posibilitatea oricărei măsuri cardinale[68]. Totuşi, se poate introduce, ca ipoteză suplimentară, capacitatea lui *HOB* de a compara diferenţele adiacente (C^2, C^1), (C^3, C^2) fără a modifica deloc mecanismul alegerii sale descris în Secţiunea V. Deoarece *comparabilitatea* diferenţelor nu implică în mod necesar *măsurabilitatea lor ordinală*, această capacitate suplimentară nu ridică noi probleme pentru analiza raţională a lui *HOB*, care ar putea compara diferenţe fără ca scala preferinţelor sale să fie măsurabilă ordinal.

VII. **Alegere şi prag psihologic**

Descrierea comportamentului lui *HOB*, deşi bazându-se pe un argument introspectiv, a fost în final formulată astfel încât un tip behavioristic de experiment a putut fi folosit în mod convingător pentru verificarea tuturor ipotezelor, cu o singură excepţie foarte importantă. După cum s-a subliniat deja, chestiunea cuprinsă în postulatul (II.7) nu poate fi rezolvată în acest fel. Acest lucru ridică problema dacă indiferenţa nu ar putea fi definită în asemenea termeni încât să se evite toate referirile la introspecţie şi să ne bazăm definiţia numai pe factori observabili. Într-o lucrare anterioară[69], autorul a arătat că, din cauza pragului psihologic care trebuie să fie prezent în alegere, ca oriunde de altfel, alegerea între C^1 şi C^2 ar putea să nu indice întotdeauna aceeaşi preferinţă, astfel încât trebuie avut în vedere un nou *homo œconomicus*, *HOC*. Trebuie introduse noi concepte[70]:

1. Preferinţa observată: $C^1 \wp C^2$ dacă C^1PC^2 în toate cazurile.
2. Indiferenţa observată: $C^1 \Im C^2$ dacă C^1PC^2 apare cu probabilitatea $0<\pi<1$.
3. Indiferenţa definită: $C^1 = C^2$ dacă $\pi = \frac{1}{2}$.

---

[67] *De exemplu, Pareto (p. 264).*

[68] *"Faptul că eu pot găsi un punct B ... astfel încât deplasarea de la A la B să fie apreciată corect tot atât de mult cât* nu *mi se pare mie că deplasarea de la B la C este acelaşi lucru cu a spune că intervalul A-C este de* două *ori intervalul A-B," Robbins (2, p. 104). Conform Russell (p. 281-282).*

[69] *Georgescu-Roegen (1, Secţiunea VI).*

[70] *Ibid., p. 570, 575 [în acest volum, p. 37, 42].*

Scanned with OKEN Scanner

Apoi, între categoria "respingerii" ($\pi = 0$) şi categoria "preferinţei" ($\pi = 1$) există întotdeauna, într-o mulţime preferenţială, o categorie a "indiferenţelor" care nu este vidă. Aceasta duce la două tipuri de "curbe limitative", limitele categoriei "respingerii" şi ale categoriei "preferinţei" care cuprind între ele categoria "indiferenţei"[71]. Într-o asemenea schemă, indiferenţa însă nu mai este tranzitivă[72].

De aici se poate continua pe două linii diferite. Ne-am putea întreba ce s-ar întâmpla categoriei indiferenţelor dacă pragul psihologic ar coborî la zero şi "curbele limitative" ar deveni identice. Deoarece categoria indiferenţelor este reprezentată de fiecare dată de o mulţime deschisă (astfel încât nu se poate invoca teorema Borel-Heine)[73], nu putem ajunge la un răspuns numai pe baza acestui argument: limita categoriei indiferenţelor ar putea fi vidă.

O altă cale este de a analiza conceptul de indiferenţă definită pentru a vedea dacă nu ar putea înlocui conceptul de indiferenţă al ordinaliştilor. S-a descoperit curând că a verifica tranzitivitatea acestui "concept definit" - care nu are nici un înţeles transparent - înseamnă implicarea noastră în probleme insurmontabile, cum ar fi verificarea existenţei indiferenţei prin postulatul (II.7)[74]. Prin urmare, se pare că trebuie să revenim la introspecţie.

---

[71] *Ibid., p. 572 şi urm. [în acest volum, p. 39 şi urm.]. Aceste "curbe limitative" sunt o generalizare a liniilor de comportament inferior şi superior concepute de Little. Zona noastră de indiferenţă este zona lui de ignoranţă, Little (1, p. 94-95). Mai mult, se observă că conceptul de indiferenţă a fost definit până la urmă ca termen al alegerii, Little (2, p.25).*

[72] *Georgescu-Roegen (1, p. 579) [în acest volum, p. 45-46]. Faptul că pragul psihologic distruge tranzitivitatea indiferenţei constituie principalul element al lucrării lui Armstrong (1); foarte probabil, el trebuie să fi ignorat lucrarea autorului când argumentează mai departe că pragul implică utilitatea cardinală.*

[73] *R. Courant,* Calculul diferenţial şi integral *(New York, 1938), II, p. 99.*

[74] *În acest caz tranzitivitatea înseamnă că dacă Prob* $(C^1PC^2) = \frac{1}{2}$ *şi Prob* $(C^2PC^3) = \frac{1}{2}$, *atunci Prob* $(C^1PC^2) = \frac{1}{2}$. *Fără alte postulate foarte convingătoare (Georgescu-Roegen 2, p. 130) [în acest volum, p. 66f], suntem departe de aşa ceva. Pe baza postulatelor introduse până acum, Prob* (C^1PC^3) *poate avea absolut orice valoare de la 0 la 1.*

Scanned with OKEN Scanner

VIII. **Alegere şi risc**

Înainte de a examina rezultatele introducerii *riscului* şi a *incertitudinii* în alternativele cu care se confruntă individul, sunt necesare unele observaţii preliminare - nu atât de ample pe cât s-ar dori - legate de faptul că aceste concepte continuă să fie confuze, în ciuda argumentelor profesorului Knight (1) şi ale lordului Keynes (1 şi 2).

De multe ori suntem confruntaţi cu imposibilitatea prezicerii rezultatului unui fenomen. Dar cazurile în care se întâmplă aşa ţin de două categorii esenţial diferite. Prima cuprinde acele procese care constau în folosirea unui mecanism cunoscut în condiţii iniţiale variabile. Datul cu zarurile, învârtirea ruletei, extragerea unei bile dintr-o urnă sau orice alt mecanism izomorfic aparţin acestei categorii. Rezultatul efectului nu poate fi prevăzut, deşi mecanismul este cunoscut. Acesta este *riscul*. A doua categorie cuprinde cazurile în care efectul individual nu poate fi prevăzut, *şi* mecanismul nu este cunoscut în întregime. În general, ce aflăm de aici sunt rezultatele puţinelor observaţii din trecut. Un procedeu cunoscut a fi avut succes de zece ori şi de a fi dat greş de două ori este un exemplu simplu de *nesiguranţă*. În cele mai multe cazuri nu ştim nici măcar atât din cauză că procedeul de care suntem interesaţi este foarte nou; aşa că trebuie să ne bazăm pe observaţiile din trecut ale altui procedeu întrucâtva similar. În cazul riscului, dar nu în cazul incertitudinii, putem defini posibilitatea efectului[75]. Chestiunea riscului se poate defini astfel prin:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} C^1, C^2, \ldots, C^n \\ p_1, p_2, \ldots, p_n \end{pmatrix}, \qquad (\Sigma p_i = 1),$$

în care C^i este o alternativă *sigură*, iar p_i este probabilitatea efectului său[76].

---

[75] *Aceasta este o caracteristică fizică a mecanismului. Nu este indicat să discutăm aici, dacă aceasta poate fi estimată în practică prin procedeul Laplace-Poincaré sau prin acela propus de profesorul Mises. Factorul principal este că individul are o înţelegere deplină a ceea ce înseamnă probabilitatea* în realitate *pentru el, deoarece dorim să aflăm reacţiile* sale *faţă de risc.*

[76] *Luând în considerare un tip mai general de risc, implicând un număr infinit de alternative, nu va afecta argumentul din punctul de vedere al conţinutului.*

Scanned with OKEN Scanner

De asemenea, s-a admis implicit că propunerile de risc pot fi transformate conform postulatelor de bază ale probabilității. În privința aceasta au existat unele dispute[77]. Alegerea dintre propunerile de risc a fost explicată în termeni de substituire între expectativa matematică și alte momente majore, care ar reflecta dimensiuni diferite ale riscului[78]. Totuși, surpriza majoră a fost provocată nu atât de schema Morgenstern-Neumann, ci de unele consecințe ale axiomei independenței puternice[79]:

(VIII.1) Dacă C^1PC^2 și dacă $p'_1 > p_1$, atunci -

$$\begin{pmatrix} C^1, C^2, C^3, \ldots, C^n \\ p'_1, p'_2, p_3, \ldots, p_n \end{pmatrix} P \begin{pmatrix} C^1, C^2, C^3, \ldots, C^n \\ p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n \end{pmatrix}.$$

Sensul său este atât de transparent încât numai convingerea că în ea își are cardinalitatea rădăcinile ar putea explica analiza extensivă căreia i-a fost supusă prin compararea cu alte postulate[80].

În mâinile cardinaliștilor, această axiomă nu numai că a dus la cardinalitate, dar, în același timp, a eliminat multidimensionalitatea clasică a propunerilor de risc. Toate aspectele legate de risc sunt amestecate într-un singur criteriu, acela al "utilității preconizate"; și nimic altceva nu mai ține de individ. Acest rezultat ar fi trebuit să indice de la început inadmisibilitatea doctrinei. Deoarece, chiar dacă am admite că utilitatea combinațiilor sigure ar fi măsurabilă, faptele cotidiene arată fără îndoială că alte aspecte ale propunerilor de risc, pe lângă prima fază a funcției de utilitate, sunt luate în considerare. Fiindcă, pe de altă

---

[77] *Von Neumann și Morgenstern, Axiome (3:C), au introdus combinația de probabilități, ca ipoteză distinctă a schemei lor. Acest lucru este lăudabil pentru eleganța preciziunii (deși ei nu au menționat principiul de probabilități totale care este implicat în construcția lui U), ci i-a făcut pe unii economiști să facă speculații în sensul ca punctul slab al doctrinei cardinaliste s-ar afla aici. Alchian (p. 37) se pare că a avut în vedere această posibilitate.*

[78] *De exemplu, Hicks (1), Makower-Marschak, Tintner.*

[79] *După cum arată Marschak (1, p. 136), această axiomă este inclusă de Neumann-Morgenstern. Formularea explicită se datorează lui Friedman-Savage (1).*

[80] *Cf. Marschak (1, p. 120-121), Friedman-Savage (2, p. 468 ff). De asemenea, mai multe articole din* Econometrica, *octombrie 1952.*

Scanned with OKEN Scanner

parte, axioma independenţei puternice nu poate fi respinsă, înseamnă, pur şi simplu, că alt postulat este cauza acestei discrepanţe. Celălalt unic postulat care pare să constituie o provocare este (II. 7). Astfel, chiar dacă (II. 7) ar fi valabil pentru alternativele neriscante, nu ar trebui inclus într-o teorie a alegerilor de risc. Indiferent câte criterii distincte intervin într-o alegere lipsită de riscuri, riscul adaugă una cu totul distinctă: o alternativă sigură şi o propunere de risc, ca omogene, nu pot fi în nici un caz indiferente[81].

Observaţiile de mai sus nu pot priva teorema 1 a lui Marschak (1, p. 122) nici de frumuseţe şi nici de relevanţă. (Sunt înclinat să cred că ele chiar sporesc semnificaţia sa pentru teoria noastră.) Interpretând orice propunere de risc bazându-se pe C^1, C^2,C^3 ca punct într-un sistem triunghiular de coordonate $A^1A^2A^3$ (figura 3.2), este uşor de demonstrat că "liniile comportamentului" sunt linii drepte paralele, (*aa'*), date de ecuaţia:

$$u = p_1u_1 + p_2u_2 + p_3u_3 = const.$$ [82]

Astfel, dacă $u < u'$, atunci $\Gamma' P \Gamma$, dar dacă $u = u''$, Γ'' nu este în mod necesar indiferent faţă de Γ. În ultimul caz, alegerea între Γ şi Γ'' va fi determinată de criteriul următor, foarte probabil ca el să fie "varianta" propunerii de risc. Exact ca în mecanismul descris în Secţiunea V, o a doua familie de linii paralele (*bb'*), reprezentate de ecuaţia $p_1u_1^2 + p_2u_2^2 + p_3u_3^2 = const.$, determină alegerea între două propuneri de risc, ori de câte ori primul criteriul eşuează. Toate propunerile de risc formează un şir, dar nu sunt nici măcar măsurabile ordinal. Alte momente trebuie să intervină, dacă numărul de C^i este mai mare decât trei. Astfel, alegerea dintre propunerile de risc nu este independentă de alte elemente avute în vedere de primii adepţi ai lui Marschak. Dacă A^2B este linia de comportament care trece prin A^2 şi dacă A^2PB, atunci individului îi *displace* pericolul; direcţia dinspre B spre A^2 este o direcţie de preferinţă. Invers, este adevărată când individul *iubeşte* riscul[83].

---

[81] *Cf. Postulatul II al lui Marschak şi postulatul 3 al lui Friedman-Savage (1).*

[82] *Deşi această propoziţie se bazează pe un sistem mai slab de ipoteze, se pot face, destul de uşor, demonstraţii mai simple decât cele ale lui Marschak.*

[83] *Dacă iubeşte riscul, atunci, conform figurii 3.2, $\Gamma'' P \Gamma$.*

Scanned with OKEN Scanner

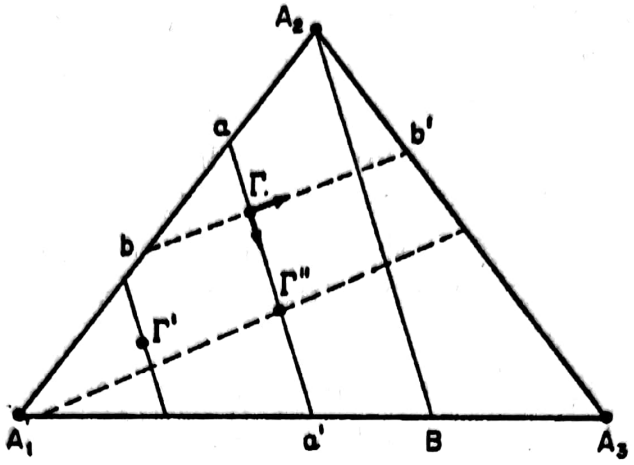

Figura 3.2

Astfel, chiar dacă alternativele sigure ar fi măsurabile, încât utilitatea pentru C^i să se măsoare prin u_i, u însuşi nu poate fi o măsură pentru întregul domeniu al alternativelor care includ şi propunerile de risc. Utilitatea nu poate fi considerată ca măsurabilă - fără a extinde sensul cuvintelor până acolo încât să se creeze confuzii riscante - chiar dacă adoptăm definiţia cardinalităţii dată de Friedman-Savage în ultima lor lucrare (2, Teorema, p. 468)[84].

Este foarte interesant de observat că aceşti autori au adoptat aici o atitudine mult mai rezervată decât în lucrarea anterioară, în care măsurabilitatea cardinală a fost prezentată ca un concept semnificativ din punct de vedere economic care ar putea fi folosit pentru probleme aşa de importánte, cum ar fi aceea a stabilirii unei definiţii econometrice a categoriilor socio-economice (1, p. 87 etc.). Analiza acestei ultime probleme este o *descoperire* extrem de interesantă şi ar trebui să ne simţim mulţumiţi că ea poate fi menţinută, chiar dacă cardinalitatea este eliminată. Atitudinea multor indivizi care se află între două categorii socio-economice poate fi descrisă perfect numai în termeni de linii de comportament. La nivelul intermediar aflat între două categorii socio-economice, cum ar fi recreerea sau relaxarea în liniştea familială, sau

[84] *De fapt, chiar aici, folosirea termenului "măsură" pentru etichetarea proprietăţii descrise în teorema 1, fără alte adăugiri relevatoare, nu pare prea fericită: "triangulabilitatea" ar fi, poate, o alegere mai bună în locul "măsurabilităţii cardinale".*

stima acordată de alţi prieteni, ajunge, deseori, în situaţia de *bunuri inferioare*. Drumul făcut (sau timpul consumat) de cineva pentru un pachet de "Camel" constituie o descriere mai realistă a ceea ce înseamnă aşa-numita utilitate marginală crescătoare a venitului decât aceea făcută pe baza utilităţii măsurabile.

IX. **Alegere şi incertitudine**

Proba reală acidă a oricărei teorii a comportamentului este dată de alegerea dintre incertitudini. De exemplu, bazându-se pe aceasta, Armstrong a încercat să demonstreze că "teoria preferinţei, aşa cum este ea formulată în prezent, nu reuşeşte deloc să ducă la o teorie a alegerii" (2, p. 10). El nu ne spune cum a ajuns la convingerea că teoria preferinţei acoperă numai alternativele sigure (p. 4). Totuşi, această limitare *ad-hoc* a teoriei preferinţei nu este suficientă să demonstreze că teoria utilităţii poate reuşi acolo unde prima a eşuat. Armstrong trebuie să admită în continuare că atât utilitatea, cât şi incertitudinea sunt măsurabile, mai precis, că incertitudinea este tratată ca probabilitate (p. 8)[85].

Este adevărat, Armstrong oferă un argument pentru măsurabilitatea incertitudinii. După ce admite că incertitudinea este simplu ordonată, el atribuie 0 şi respectiv 1 incertitudinii complete şi certitudinii complete, apoi $\frac{1}{2}$ incertitudinii "neutre" aflată între cele două poziţii de mai sus şi tot aşa, cu fiecare nou interval. Ştim acum (*supra*, Secţiunea VI) că acest argument are la bază o iluzie - comună erorii cardinaliştilor - şi anume că *există suficiente numere între 0 şi 1 pentru a marca câte unul diferit pentru fiecare incertitudine diferită*. A admite, cum o face Armstrong în mod implicit, că incertitudinea formează un şir de parametru înseamnă o poziţie nesigură[86].

---

[85] *Dacă se admite aceasta, nu mai este nevoie de alt argument decât acela deja existent în nota IX la* Principiile *lui Marshall, p. 843.*

[86] *Aceasta este o eroare comună majorităţii teoriilor "probabilităţii" subiective şi a fost indicată acum câţiva ani de către un "observator american" (încă neidentificat de autor) care detectase eroarea ordinalistă în "deducţii ştiinţifice" ale profesorului Jeffreys. Vezi Harold Jeffreys,* Teoria probabilităţii *(Oxford, 1939), p. 19.*

Scanned with OKEN Scanner

Alţii au încercat să dovedească că incertitudinea este cardinal măsurabilă prin identificarea ei cu cota pariului[87]. Această procedură nu este în nici un fel mai bună deoarece ea ignoră faptul că aceleiaşi cote a pariului îi pot corespunde mai multe incertitudini *distincte*; astfel, ultimele şi-ar pierde individualitatea din cauza felului în care a fost formulată întrebarea impusă individului. În acelaşi stil se poate demonstra că noi trăim într-o lume bidimensională, punând întrebări care cer ca răspunsul să includă numai latitudinea şi longitudinea localizării.

Aparent, cauza perseverării în ideea că incertitudinea şi probabilitatea sunt identice rezidă în faptul că ambele concepte sunt dependente de imposibilitatea unei predicţii exacte. Totuşi, ele reprezintă esenţe total diferite[88]. Probabilitatea este o caracteristică fizică a unui anume tip de mecanism, iar valoarea sa depinde de proprietăţile fizice ale acestuia: simetrie, numărul de sectoare, de suprafeţe etc. Probabilitatea aparţine aceluiaşi tip de concepte, cum ar fi masa, viteza, unghiul şi altele. Incertitudinea este cu totul altceva: este o *stare mentală*. Stările sunt, aproape fără excepţie, corelate cu mai mult decât o singură măsură fizică şi, chiar când formează un şir, ultima nu este în mod necesar o ordonare de parametru unic.

Schema cea mai simplă de ilustrare a precedentelor argumente precum şi a celor care urmează constă în aprecierea tuturor situaţiilor de incertitudine în raport cu urna lui Bernoullian[89]. Oricare dintre aceste incertitudini poate fi reprezentată fie prin $T(m,n)$, în care $N = m + n$ este numărul de observaţii anterioare, iar $m = p'N$, numărul bilelor albe observate, sau prin $t(p)$, în care p este proporţia reală a bilelor albe aflate în urnă. În acest caz, p' este măsura observată a măsurii reale p. Numărul N este clar un indice al *încrederii* noastre în măsurarea observată. Ajunge în punctul cel mai înalt când p este cunoscut, când

---

[87] *Cea mai ştiinţifică abordare a acestor linii pare să fie aceea a lui Ramsey (1, p. 176 şi urm.). Este interesant de notat că formularea lui Ramsey cuprinde prima indicaţie că măsurabilitatea utilităţii şi măsurabilitatea probabilităţii subiective împart aceeaşi soartă.*

[88] *Knight (1) l-a anticipat pe Keynes (1), atunci când a remarcat şi a analizat această diferenţă.*

[89] *Extrema simplitate a schemei folosite aici întăreşte ideea că incertitudinea raportată la situaţia reală este departe de a fi măsurabilă.*

Scanned with OKEN Scanner

incertitudinea este identică cu probabilitatea, iar în punctul cel mai de jos, când $N = 0$ şi p' este necunoscut, când incertitudinea se află în forma sa cea mai pură[90]. Incertitudinea se compune din două elemente distincte: măsura observată şi credibilitatea.

Presupunând că apariţia unei bile albe este ceea ce doreşte individul, nu s-ar putea aduce nici o obiecţie împotriva următoarei ordonări pentru $N \neq 0$:

(A) $t(p_1)Pt(p_2)$ pentru $p_1>p_2$ şi $T(m_1, n_1)\ PT(m_2, n_2)$ pentru $N_1=N_2$, $p'_1>p'_2$.

(B) $t(p)PT(m, n)$ sau $T(m, n)Pt(p)$ pentru $p=p' \geq$ sau $\leq \frac{1}{2}$.

(C) $T(m_1, n_1)PT(m_2, n_2)$ sau $T(m_2, n_2)\ (PT(m_1, n_1)$ pentru $N_1>N_2$ şi $p'_1=p'_2 \geq$ sau $\leq \frac{1}{2}$.

Numai aceasta nu face ca incertitudinea să devină un şir. T (0,0) ridică probleme dificile; se pare că nu este comparabil în mod real cu oricare altă incertitudine[91]. Chiar dacă eliminăm definitiv $T(0,0)$, ca situaţie singulară, incertitudinea nu formează, totuşi, un şir[92].

Mai multe "reguli ale succesiunii" au fost oferite ca răspuns la acest impas. În ultimă instanţă, toate echivalează cu introducerea substitutibilităţii între *probabilitatea observată* şi *credibilitate* împreună cu familia inerentă de curbe de indiferenţă. Astfel, pentru Prima regulă a lui Laplace[93], incertitudinile indiferente se determină prin familia de linii drepte:

---

[90] *Identificarea lui t(p) cu T(m,n), în care $N = \infty$, $p'=p$, constituie o problemă a cărei abordare nu constituie scopul acestei lucrări.*

[91] *Reprezintă aceasta punctul de mijloc între t(0) şi t(1)? Dacă se întâmplă aşa, care este poziţia relativă pentru $t\ (\frac{1}{2})$? Ar putea un individ a cărui viaţă ar depinde de extragerea unei bile albe să fie complet indiferent între T (0,0) şi $t(\frac{1}{2})$? Sunt aceste stări mentale identice în orişicare mod relevant? Este lipsa completă de cunoştinţe echivalentă cu oricare alte cunoştinţe complete sau incomplete? Aceste întrebări par să fie ignorate de cele mai multe abordări ultra simplificate ale incertitudinii.*

[92] *Se pare că primul a fost Keynes cel care a argumentat că incertitudinea nu numai că nu are măsură cardinală, dar nici nu este comparabilă (1, p. 34 şi următoarele).*

[93] *Generalizările au fost prezentate de profesorul Carnap (1, p. 568; 2, p. 30).*

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{m+1}{m+n+2} = const.$$

Dar atât Laplace, cât şi adepţii săi au ajuns la aceste rezultate pe baza ipotezei că individul are un tip de cunoştinţe pe care nu le mai posedă nimeni[94]: şi anume că el cunoaşte distribuţia cosmogonică din urne[95]. Mai mult, universul lor este în mare măsură diferit de acela în care trăim, deoarece ei admit că toate atributele sunt reprezentate printr-un număr finit de predicate independente[96]. Fără asemenea ipoteze artificiale este greu să găsim motivele care ar justifica existenţa unei substitutibilităţi între *p'* şi *N*. Acest argument apare mai clar dacă problema echivalentă este considerată pentru cazul în care variabila observată este, să zicem, I.Q. Există vreun motiv ca să existe o compensare între valoarea I.Q. şi numărul de teste care au stat la baza sa?

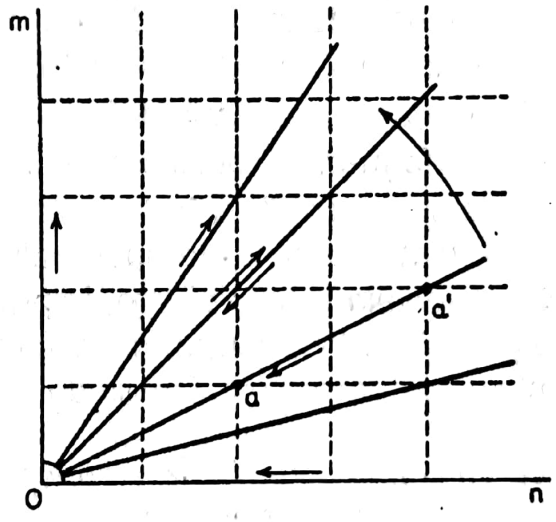

Figura 3.3

Soluţia cea mai acceptabilă pare să fie sugerată de cea de-a doua regulă a lui Laplace[97]. Locurile geometrice ale indiferenţei sunt liniile drepte (*aa'*), date de *m/n* = const. (figura 3.3). Cu alte cuvinte, incertitudinea este ordonată numai după un singur criteriu, probabilitatea observată. Din aceasta rezultă că:

---

[94] *Keynes (2, p. 222).*

[95] *Carnap (1, p. 262 şi urm.).*

[96] *Ibid., p. 58,73.*

[97] *Laplace (p. 280 şi urm.). Cunoscută şi sub numele de valoarea cea mai probabilă, de probabilitatea maximă a lui Fisher sau de regula dreaptă.*

Scanned with OKEN Scanner

(D) $t(p_1)Pt(p_2)$ pentru $p_1>p_2$, $T(m_1, n_1)\ PT(m_2, n_2)$ pentru $p'_1>p'_2$.

Deoarece credibilitatea trebuie să joace şi un rol de ordonare a incertitudinii, putem adăuga (B) şi (C) la preferinţa anterioară. Conform săgeţilor din figura 3.3, o ordonare cu *doi parametri* apare în cazul incertitudinii bernoulliene, cu o structură similară ordonării alternativelor sigure şi propunerilor de risc. Toate alternativele aparţinând de m/n = const. au aceeaşi "cotă de pariu", $p' = m/N$ şi, totuşi, nu sunt echivalente[98].

Dacă luăm în considerare acum alternativa de obţinere a lui C^1 cu incertitudinea T şi dacă C^1PC^2, atunci alegerea între (C^1,T) şi C^2, de exemplu, nu ar putea fi explicată în termenii maximizării aspiraţiilor morale, chiar dacă utilitatea alternativelor sigure ar fi măsurabilă.

X. **Observaţii finale**

După cum am arătat în cadrul analizei precedente, argumentul cardinalist se bazează pe două ipoteze nesigure. În primul rând, modelul ultrasimplificat al comportamentului uman ignoră ireductibilitatea dorinţelor. Această ipoteză a fost inclusă în argumentul ordinalist şi a făcut posibilă folosirea sistemului de numere reale pentru ordonarea tuturor alternativelor neechivalente[99]. În al doilea rând, credibilitatea este ignorată, ceea ce face ca acest context de rezultate imprevizibile să fie redus la probabilitate. Aceasta presupune că omul are cunoştinţe aproape demiurgice.

Eu cred că acestea sunt motive suficiente pentru a explica de ce doctrina cardinalistă, deşi adevărată din punct de vedere analitic, este falsă din punct de vedere sintetic, adică de ce nu poate fi crezută, chiar dacă este înţeleasă.

---

[98] *Se pare că numai până aici putem merge fără a ignora necesitatea explicaţiilor corespunzătoare.*

[99] *Această problemă este similară aceleia din faimoasa dispută a lui Pitagora ca urmare a descoperirii incomensurabilităţii. Această descoperire a arătat că edificiul numerelor naturale nu este suficient pentru o analiză completă a măsurii (adică a măsurii cantităţii) şi că ipoteza după care există numai o cantitate numărabilă de puncte pe o linie trebuie abandonată. Cf. John Burnet,* Filosofia greacă timpurie *(ediţia a IV-a, Londra, 1930) §50 şi urm.*

Scanned with OKEN Scanner

Totuşi este posibil să evităm acest conflict şi să avem o teorie corespunzătoare pentru alegerea consumatorului, ca aceea prezentată aici. Uneori, această teorie este la fel de valabilă pentru a explica nu numai alegerea consumatorului, ci alegerea *în general*. Astfel, ar putea asigura un fundament corespunzător pentru o teorie a deciziilor întreprinzătorilor bazată pe criterii multiple, unele dintre ele neavând o implicaţie pur economică, ar trebui clasificate ca factori sociali.

Totuşi, nu doresc să închei acest subiect fără unele observaţii finale privind un alt curs posibil al conflictului dintre teorie şi alegere în lumea reală. Majoritatea teoriilor, poate chiar toate, au în vedere numai alternativele de tipul folosit în secţiunile precedente, obţinute prin suprapunerea riscului şi a incertitudinii cu alternativele sigure $C(x_1, x_2,..., x_n)$.

În mod clar, aceasta este o simplificare excesivă. În lumea reală, omul se confruntă cu alternative α în care fiecare marfă nu este reprezentată prin cantitatea x_α, ci printr-o funcţie $f_\alpha(t)$ care înseamnă fluxul anticipat din acea marfă la timpul t, sau prin $F_\alpha(t)$, reprezentând venitul total α până în momentul t. Asemenea alternative nu pot fi reprezentate corespunzător prin schemele carteziene într-un spaţiu euclidian[100].

Este perfect adevărată iluzia că, alegerea consumatorului între un măr şi o portocală nu este complet nefondată.

Totuşi, alegerea reală este una între $[F_1(t)+1, F_2(t),..., F_n(t)]$ şi $[F_1(t), F_2(t)+1,..., F_n(t)]$, în care $[F_1(t), F_2(t),..., F_n(t)]$ este situaţia individului înainte de a fi rugat să aleagă între un alt măr (marfa 1) şi o portocală (marfa 2). Această observaţie atrage după sine încă o obiecţie privind semnificaţia multor experimente efectuate din când în când, pentru a ajunge fie la curbele de indiferenţă, fie la funcţia utilităţii. Valoarea ultimelor experimente este îndoielnică. Dacă un experiment făcut cu scopul determinării funcţiei de utilitate din cota pariului, primul pariu 50-50 a fost, să spunem, de 8 la 10, adică a fost o alegere între $F(t)$ şi 50 şi 50 şansă pentru $F(t) - 8$ sau $F(t) + 10$ etc., al doilea coeficient de pariere s-ar determina nu dintr-o situaţie reprezentată de $F(t)$, ci fie de $F(t) - 8$, fie de $F(t) + 10$ ca urmare a rezultatului primului pariu. Cota pariului ar putea să nu fie aceeaşi, dacă mizele nu ar fi foarte mici faţă de $F(t)$, dar atunci experimentul ar fi irelevant pentru alte motive.

---

[100] *De exemplu, argumentul lui Wold din* Econometrica *ar fi câştigat în claritate, dacă nu ar fi fost ilustrat cu o asemenea diagramă.*

Scanned with OKEN Scanner

În încheiere, și noi admitem că numărul de mărfuri este finit. Totuși, luând în considerare marea varietate de mărci, de metode de vânzare și de finanțare a lor, această ipoteză constituie o altă simplificare exagerată. Ar fi mai indicat să admitem că are puterea de continuum. Dar chiar dacă lăsăm α finit, puterea cardinală a alternativelor $C[F_\alpha(t)]$ este mai mare decât aceea de continuum. Această putere i-a derutat pe oamenii de știință din alte domenii[101]. Ca observator al "omului", constatăm că intuiția noastră eșuează complet să ne orienteze prin atât de *multe* alternative, dar, ca "om" *per se*, noi reușim cumva să ne găsim calea printre multe încercări, dar și mai multe erori. Pentru a explica esența acestui mecanism este perfect legitim să folosim un element de sprijin schematic pentru ideile noastre, exact cum unele argumente privind a patra dimensiune sunt redate prin grafice bidimensionale, cu condiția să nu omitem faptul că asemenea grafice nu numai că nu pot reprezenta toate caracteristicile ale căror imagine sunt, dar uneori prezintă și unele proprietăți străine ei.

Referințe

Alchian, Armen, A., "*The Meaning of Utility Measurement*", American Economic Review, XLIII (1953), 26-50.

Allen, R.G.D., and J.R. Hicks, "*A Reconsideration of the Theory of Value*", Economica, I (1934), 52-76, 196-219.

Armstrong, W.E. (1) "*The Determinateness of the Utility Function*", Economic Journal, XLIX (1939), 453-467.

- (2) "*Uncertainty and the Utility Function*", Economic Journal, LVIII (1948), 1-10.
- (3) "*A Note on the Theory of Consumer's Behavior*", Oxford Economic Papers, II (1950), 119-122.

Banfield, T.C., "*Four Lectures on the Organization of Industry*", London, 1845,

Birkhoff, Garrett, *Lattice Theory* (rev.edn.), New York, 1948.

Bowley, A.L., *The Mathematical Groundwork of Economics*, Oxford, 1924.

Carnap, Rudolf (1) *Logical Foundations of Probability*, Chicago, 1950.

[101] *De exemplu, în cazul probabilității. Vezi Paul Lévy*, Théorie de l'adition des variables aléatoires *(Paris, 1937), p. 25.*

Scanned with OKEN Scanner

- (2) *The Continuum of Inductive Methods*, Chicago, 1952.

Corlett, W.J., and P.K.Newman, "*A Note on Revealed Preference and the Transitivity Condition*", Review of Economic Studies, XX (1952-53), 156-158.

Edgeworth, F.Y., *Papers Relating to Political Economy*, vol.II, London, 1925.

Fisher, Irving, *Mathematical Investigations in the Theory of Value and Prices*, New Haven, 1925 reprint.

Friedman, Milton, and L.J.Savage(1) "*The Utility Analysis of Choices Involving Risk*", Readings in Price Theory (American Economic Association Series, vol. VI), pp.57-96, Homewood, Ill., 1952 (a revised version of a paper published in 1948).

- (2) "The *Expected-Utility Hypothesis and the Measurability of Utility*", Journal of Political Economy, LX (1952), 463-474.

Frisch, Ragnar (1) "*Sur un problème d'économie pure*", Norsk Matematisk Forening Skrifter, series 1, no.16, Oslo, 1926, pp.1-40.

- (2) "General *Choice-Field Theory*", Report of the Third Annual Research Conference on Economics and Statistics, Cowles Commission for Research in Economics, Colorado Springs, 1937, pp.64-69.

Georgescu-Roegen, Nicholas (1) "*The Pure Theory of Consumer's Behavior*", Quarterly Journal of Economics, L (1936), 545-593 [Essay 1 in the present book].

- (2) "*The Theory of Choice and the Constancy of Economic Laws*", Quarterly Journal of Economics, LXIV (1950), 125-138 [Essay 2 in the present book].

- (3) "*Choice and Revealed Preference*", Southern Economic Journal, XXI (1954), 119-130 [Essay 4 in the present book].

Hayek, F.A. (1) "*Carl Menger*", Economica, I (1934), 393-420.

- (2) *The Counter-Revolution of Science: Studies on the Abuse of Reason*, Glencoe, Ill, 1952.

Hicks, J.R. (1) "*The Theory of Unicertainty and Profit*", Economica, XI (1931), 170-189.

- (2) Value *and Capital* (2nd edn.), Oxford, 1948.

Scanned with OKEN Scanner

Jevons, W.Stanley, *The Theory of Political Economy* (4th edn.), London, 1924.

Johnson, W.E., "*The Pure Theory of Utility Curves*", Economic Journal, XXIII (1913), 483-513.

Joseph, H.B., *The Labour Theory of Value in Karl Marx*, London, 1923.

Keynes, John M. (1) *A Treatise on Probability*, London, 1921.
- (2) "*The General Theory of Employment*", Quarterly Journal of Economics, LI (1937), 209-223.

Knight, Frank (1) *Risk, Uncertainty, and Profit* (reissue), London, 1948.
- (2) "*Marginal Utility Economics*", Encyclopedia of the Social Eciences, V (1931), 357-363.

Laplace, P.S. de, *Oeuvres complètes*, vol.VII, Paris, 1886.

Lange, Oskar (1) "*The Determinateness of the Utility Function*", Review of Economic Studies, I (1933-34), 218-225.
- (2) "*Notes on the Determinateness of the Utility Function*", Review of Economic Studies, II (1934-35), 75-77.

Little, I.M.D. (1) "*A Reformulation of the Theory of Consumer's Behavior*", Oxford Economic Papers, I (1949), 90-99.
- (2) *A Critique of Welfare Economics* (corrected edn.), London, 1950.

Makower, H., and J. Marschak, "*Assets, Prices and Monetary Theory*", Economica, V (1938), 261-288.

Manne, Alan S., "*The Strong Independence Assumption - Gasoline Blends and Probability Mixture*", Econometrica, XX (1952), 665-668.

Marschak, Jacob (1) "*Rational Behavoir, Uncertain Prospects and Measurable Utility*", Econometrica, XVIII (1950), 111-141.
- (2) "*Why 'Should' Statisticians and Businessmen Maximize Moral Expectation*?" Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press, 1951, pp.493-506.

Marshall, Alfred, *Principles of Economics* (8th edn.), New York, 1949.

Marx, Karl, *Capital*, vol.I, Chicago: Kerr & Co., 1932.

Menger, Karl, *Principles of Economics*, Transl. and ed. by J.Dingwall and B.F. Hoselitz Glencoe, III, 1950.

Pareto, Vilfredo, *Manuel d'économie politique*, Paris, 1927.

Scanned with OKEN Scanner

Ramsey, Frank P., *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, New York, 1931.

Robbins, Lionel (1) *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science* (2nd edn.), London, 1935.

- (2) "Robertson *on Utility and Scope*", Economica, XX (1953), 99-111.

Russell, Bertrand, *Human Knowledge: Its Scope and Limits*, New York, 1948.

Samuelson, Paul A. (1) *"A Note on the Pure Theory of Consumer's Behavior"*, Economica, V (1938), 61-71 and 353-354.

- (2) "*The Numerical Representations of Ordered Classications and the Concept of Utility*", Review of Economic Studies, VI (1938-39), 65-70.
- (3) *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Mass, 1947.
- (4) "*Consumption Theory in Terms of Revealed Preference*", Economica, XV (1948), 243-253.
- (5) "*The Problem of Integrability in Unity Theory*", Economica, XVII (1950), 355-385.
- (6) "*Probability, Utility and the Independence Axiom*", Econometrica, XX (1952), 670-678.

Strotz, Robert., "*Cardinal Utility*", American Economic Review, XLIII (1953), 384-405.

Tintner, G., "*The Theory of Choice Under Subjective Risk and Uncertainty*", Econometrica, IX (1941), 298-304.

Von Neumann, John, and Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior* (2nd edn.), Princeton, 1947.

Walras, Léon, *Eléments d'économie politique pure* (3rd edn.), Paris, 1896.

Weldon, J.C., *"A Note on Measures of Utility"*, Canadian Journal of Economics and Political Science, XVI (1950), p. 227-233.

Wieser, F.von, *Social Economics*, New York, 1927.

World, H., "*Ordinal Preferences or Cardinal Utility*", Econometrica, XX (1952), 661-664.

Scanned with OKEN Scanner

4

Alegerea şi preferinţa revelată

1. Este imposibil de parcurs literatura cu contribuţiile moderne la teoria ordinalistă a comportamentului consumatorului fără să observăm că există două abordări care nu par să fie numai diferenţe, ci şi aproape opuse. Prima este Teoria alegerii, o desăvârşire a construcţiei "indiferenţă-preferinţă" elaborate de Fisher-Pareto. Bazele sale moderne au fost puse, totuşi, de profesorul Frisch în lucrarea sa din 1926 *Sur un problème d'économie pure*[1]. În teoria Fisher-Pareto, alegerea reflectă numai ofelimitatea; prin urmare, ofelimitatea este conceptul prim, iar alegerea cel secund[2]. O dată cu Frisch, alegerea devine elementul de bază al teoriei consumatorului; curbele de indiferenţă reprezintă un concept derivat introdus pentru a uşura raţionalizarea alegerii[3]. Al doilea mod de abordare este cel al profesorului Samuelson, pentru care a ales termenul de Teorie a preferinţei evidente. Nucleul său constituie una

---

Notă: Această lucrare s-a retipărit prin amabilitatea editorului de la Southern Economic Journal, XXI (1954), 119-130. La apariţie, am explicat, într-o notă de subsol, că lucrarea face parte dintr-un proiect de cercetare mai mare sponsorizat de Institutul de Cercetare şi Pregătire în Domeniul Ştiinţelor Sociale de la Universitatea Vanderbilt. Totodată mai scriam: Deşi autorul le este recunoscător domnului H. S. Houthakker şi profesorului Paul A. Samuelson pentru observaţiile pertinente făcute, numai el este răspunzător pentru erorile pe care le-ar conţine lucrarea".

[1] *Ragnar Frisch,* Sur un problème d'économie pure, *Norsk Matematisk Forening Skrifter, seria I, nr. 16 (1926), p. 1-40. Sunt încântat că pot să evidenţiez contribuţia lui Frisch care, ajungând la cunoştinţa mea numai după ce lucrarea mea,* Teoria pură a comportamentului consumatorului, *apăruse deja în* Quarterly Journal of Economics, *L (1936), p. 545-493, nu a fost menţionată acolo.*

[2] *Irving Fisher,* Cercetări matematice privind teoria valorii şi preţurilor *(New Haven, 1925, retipărire), p. 12, §2; Vilfredo Pareto,* Manuel d'économie politique *(Paris, 1927), cap.III,§ 55; Anexa, § 4,8.*

[3] *Frisch,* Sur un problème d'économie pure, *p. 5 şi urm.*

Scanned with OKEN Scanner

dintre contribuțiile majore la teoria generală a consumatorului, deşi a fost prima *lucrare din tinerețe* a lui Samuelson[4]. Recent ne-a spus că inspirația sa își are originea în discuțiile purtate cu profesorul Haberler şi în analiza curbelor de indiferență profesorului Leontief[5].

Totuşi, ideea de bază ne duce înapoi la Pareto care în *Manuel* [6] şi, mai ales, în articolul său *Economie Mathématique*[7], nu numai că ne spune că familia curbelor indiferență şi familia curbelor ofertei reprezintă două baze solide pentru o teorie a consumatorului, dar ne mai arată cum putem trece de la una la alta. Esența ideilor sale nu poate fi exprimată mai explicit decât prin următoarea afirmație: "Au point de vue exclusivement mathématique, il est indifférent, pour la détermination d'équilibre, de connaître les actions de l'individu au moyen des fonctions d'offre et de demande ou au moyen des fonction indices. Ce choix résulte de considerations d'opportunité expérimentale"[8].

Dezvoltând aceste idei, Pareto a întrevăzut două scheme prin care s-ar putea trece de la comportamentul de piață al unui individ la modelul său preferențial. În primul caz, cantitățile în echilibru la diferite prețuri se folosesc pentru a determina rata marginală de înlocuire în fiecare punct al zonei mărfurilor[9].

Aceasta duce la o ecuație diferențială totală:

$$\varphi_1 dx_1 + \varphi_2 dx_2 + \ldots + \varphi_n dx_n = 0 \qquad (1)$$

din care, a considerat cândva Pareto, potențialul de ofelimitate

$$\psi(\varphi) = \text{const.} \qquad (2)$$

---

[4] *Paul A. Samuelson,* Notă asupra teoriei pure a comportamentului consumatorului, Economica, *V(1938), p. 61-71, 353-354.*

[5] *Paul A. Samuelson,* Problema integrității în utilitate, Economica, *XVII (1950), 355-385. Probabil, el avea în vedere lucrarea lui Leontief* Mărfuri combinate şi problema indicilor, Econometrica, *IV (1936), 39-59, care, cred eu, reprezintă prima discuție care încerca să clarifice cât de revelatoare sunt indicii pentru domeniul preferințelor consumatorului.*

[6] *P. 184n; Anexa, § 42.*

[7] Encyclopédie des Sciences Mathématique, *tom 1, vol. 4, fasc. 4, p. 591-640.*

[8] *Ibid., p. 597. Vezi şi p. 595.*

[9] *Ibid., p. 593, 596.*

Scanned with OKEN Scanner

ar putea fi derivat[10].

Al doilea aspect al comportamentului de piaţă, pe baza căruia Pareto a crezut că poate fi construit un domeniu de preferinţă, constituie o afirmaţie mai generală în sensul că dacă se dau poziţia consumatorului, $X^0(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$ şi constelaţia de preţuri, $P(p_1=1, p_2, \ldots, p_n)$, atunci echilibrul $\overline{X}(\overline{x}_1, \overline{x}_2, \ldots, \overline{x}_n)$ este determinat în întregime. Cu alte cuvinte, s-ar putea scrie:

$$\overline{X} = F(X^0; P), \tag{3}$$

care este echivalentă cu sistemul de *n*-ecuaţii al lui Pareto[11]. Aici iar Pareto a comis o eroare matematică care l-a făcut să ajungă la concluzia că sistemul (3) şi ecuaţia (1) sunt echivalente. Ca aceasta să fie adevărată sunt necesare unele condiţii suplimentare; interpretarea lor economică este că echilibrul $\overline{X}$ nu depinde de poziţia iniţială X^0, ci depinde de "venit", adică o anume funcţie de preţuri şi de X^0, care conţine, ca pe un caz particular, definiţia uzuală a venitului. Prin urmare, dacă (3) îndeplineşte relaţia (1), atunci ea va avea forma[12]:

$$\overline{X} = F[I(X^0, P); P]. \tag{4}$$

Chiar dacă încercările lui Pareto de a clarifica relaţiile dintre cele patru tipare, (1)-(4), în care să poată fi modelată teoria consumatorului, nu au fost duse până la capăt[13], au apărut unele probleme extrem de interesante care au stârnit inteligenţa economiştilor.

---

[10] *Vito Volterra, la revizia în limba italiană pentru* Manuel, *i-a amintit lui Pareto că numai această ecuaţie nu asigură existenţa indicelui de ofelimitate. Cf.* Manuel, *p. 546. Astfel, cazul de nonintegrabilitate a apărut la economişti, dar nu a creat probleme mult timp după aceea. Pentru o istorie cu adevărat instructivă a cazului, vezi Samuelson,* Problema integrabilităţii, *citată mai sus.*

[11] Enciclpédie, p. 595.

[12] *Acest lucru a fost subliniat de autor în* Nota privind propunerea lui Pareto, Quarterly Journal of Economics, *XLIX (1935), p. 706-714.*

[13] *Pareto nu era conştient de diferenţa dintre (3) şi (4) şi a negat a cincea alternativă, care a fost reactivată recent de cardinalişti.*

Scanned with OKEN Scanner

Nici una dintre aceste probleme nu este simplă. Nu este surprinzător faptul că a durat atât ca să se facă unele progrese. Profesorul Allen, prin contribuția sa care, de obicei, este mai puțin apreciată decât merită, a deschis o nouă eră atunci când a arătat că pentru "stabilitatea" echilibrului consumatorului, ecuația (1) nu trebuie să fie integrabilă, dar nici nu poate fi absolut arbitrară[14]. Astfel, ecuației (1) i-a fost impusă o nouă restricție dictată de considerațiuni economice. (1) *Dar nici aceasta nu putea fi integrabilă*. Numai atunci, neintegrabilitatea relației (1) a devenit o problemă reală a teoriei consumatorului. Dacă principiul persistenței nonpreferenței este suficient pentru justificarea echilibrului consumatorului, de ce (în termeni economici) același principiu nu permite construcția zonei de preferință? Faptul că (1) a fost interpretată de obicei ca "element de indiferență locală", - adică X și $X+dX$ erau combinații indiferente numai dacă dX satisface relația (1) - a făcut ca răspunsul să fie și mai greu de dat[15]. Problema consta în explicarea în termeni economici a faptului că succesiunea deplasărilor indiferente infinitezimale nu puteau conduce la o varietate de indiferențe de vreun fel sau altul. Răspunsul era arătat să fie dat de absența tranzitivității[16].

---

[14] *R.G.D. Allen*, Fundamentale unei teorii matematice a schimbului, *Economica, XII (1932), p. 197-226. Formularea sa pentru principiul respectiv a fost mai degrabă "greu de tradus" (p. 219). În lucrarea deschizătoare de drumuri* Reconsiderarea teoriei valorii, *Economica, I (1934), 52-76, 196-219, profesorii Allen și J. R. Hicks au prezentat același principiu ca rata marginală descrescătoare a înlocuirii. În final, o prezentare în care numărul dimensiunilor nu conta a fost oferită de autor prin ceea ce poate fi numit principiul direcției de nonpreferință persistentă, Georgescu-Roegen,* Teoria pură a comportamentului consumatorului, Quarterly Journal of Economics, *L (1936), 553, 556 [în acest volum, p. 20, 23]. Vezi și J.R. Hicks,* Valoare și capital *(ediția a doua, Oxford, 1946), p. 25. Totuși, în această ultimă lucrare Hicks a admis complet integrabilitatea. Mai târziu, Hicks a prezentat-o ca legea "ultimei generalizări a cererii". Ibid., p. 51-52, 329.. Vezi și Paul A. Samuelson,* Fundamentele analizei economice *(Cambridge, Mass., 1947), p. 109.*

[15] *Nu există nici o îndoială că Pareto a adoptat această integrare în* Encyclopédie, *p. 609, deși în* Manuel *evită această eroare (de exemplu, p. 542, 547-548).*

[16] *Georgescu-Roegen,* Teoria pură, *p. 567-568 [în acest volum, p. 33-35] și Secțiunea IV.*

Scanned with OKEN Scanner

"Curbele integrale" în spirală aflate în jurul punctului de saturație *absolută* sau *relativă* au fost folosite pentru a demonstra două lucruri:

(a) "Curbele integrale" nu reprezintă în mod necesar varietățile de indiferență, dacă nu se admite tranzitivitatea. De aceea, integrabilitatea este o condiție necesară, dar nu și suficientă pentru o teorie a alegerii în sensul dat de Fisher-Pareto-Frisch, chiar dacă ar permite stabilirea unui indice *analitic* al ofelimității[17].

(b) Poziția de echilibru este un punct de saturație relativă[18].

În acel moment, am omis un punct important care, de atunci, a rămas neobservat. Dacă se neagă integrabilitatea pentru (1), atunci trebuie să respingem nu numai tranzitivitatea, ci și *alegerea în sens larg*. Alegerea în sensul dat de Fischer-Pareto-Frisch, adică între *oricare* două combinații de X^1 și X^2, nu mai există. În sensul respectiv, alegerea omului este similară aceleia a unei păsări care poate să aleagă între oricare două alternative îndepărtate. Explicația rațională dată de Fisher-Allen,[19] în care alegerea este posibilă numai între X^1 și $X^1 + dX^1$, prezintă alegerea omului ca fiind similară aceleia a unui vierme care în fiecare moment alege direcția călătoriei sale numai prin compararea situațiilor apropiate infinitezimale. În acest ultim caz, totuși, *principiul direcției nonpreferinței persistente nu mai poate explica echilibrul*. Într-adevăr, fără alte ipoteze este imposibil ca individul să se poată deplasa întotdeauna într-o direcție *preferată* și, totuși, *greșită*, adică departe de poziția de echilibru. Aceasta este ilustrată de calea *ABC... L* din figura 4.1 (a).[20]

2. Înainte de a continua, unele concepte familiare trebuiesc precizate.

O preferință, o antipreferință sau o direcție de indiferență, notată cu AB^+, AB^-, AB^0, înseamnă că, dacă individul s-ar afla în *A*, el ar favoriza, ar respinge sau ar considera indiferentă o deplasare către *B*. Vom folosi și AB^n pentru a nota o direcție de nonpreferință, adică fie AB^-, fie AB^0.

---

[17] *Ibid., p. 562, 565, 566 [în acest volum, p. 29, 32-33]. Faptul că "tranzitivitatea", în sensul preferinței revelate, necesită și integrabilitatea a fost subliniat recent de H.S. Houthakker,* Preferința revelată și funcția de utilitate, Economica, *1950 (XVII), 173-174.*

[18] *Georgescu-Roegen,* Teoria pură, *p. 563 [în acest volum, p. 30-31].*

[19] *Și Fisher a avut în vedere această posibilitate,* Investigații matematice, *p. 88.*

[20] *Aceasta reprezintă planul bugetului; S este poziția de echilibru.*

Scanned with OKEN Scanner

Ipotezele de bază ale teoriei consumatorului emise de Fischer-Allen pot fi acum prezentate astfel:

(A) *Direcția dX este una de preferință, de nonpreferință sau de antipreferință, dacă*

$$L \equiv \Sigma\varphi dx >, =, sau < 0^{21}. \qquad (5)$$

(B) *Funcțiile φ din (5) sunt continue.*

(C) *O direcție de antipreferință extinsă către un punct infinitezimal apropiat rămâne una de antipreferință, în timp ce o direcție limitativă devine una de nonpreferință.*

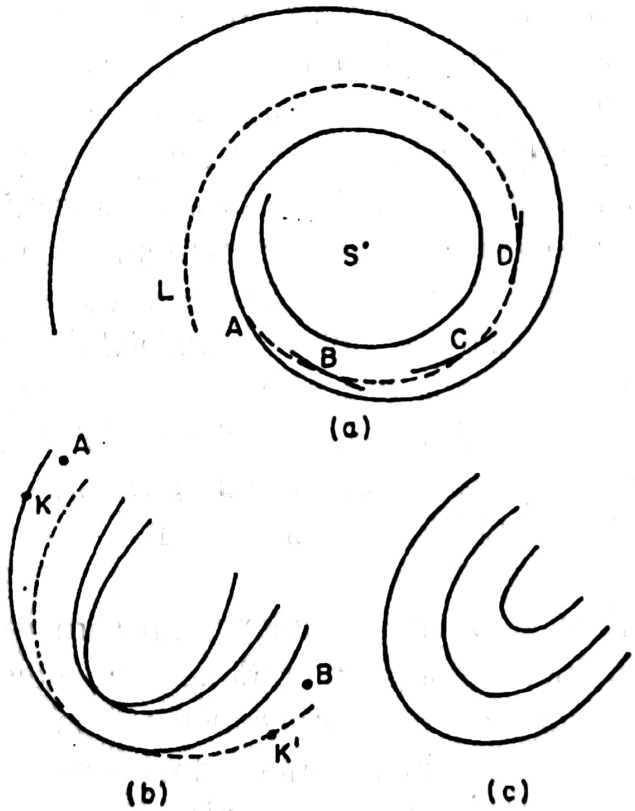

Figura 4.1

Cu alte cuvinte,

Dacă $\Sigma\varphi\Delta x = sau < 0$, atunci $\Sigma(\varphi + \Delta\varphi)\Delta x \leq sau < 0$.[22] (6)

---

[21] *Direcțiile pentru care L = 0 pot fi considerate direcții limitative notate cu AB^1. Prin definiție, dacă AB^0, atunci există M pe AB în așa fel ca MA^0.*

[22] *Postulatele de mai sus diferă puțin de condițiile folosite de mine în* Teoria pură, *p. 551-553, 556 [în acest volum, p. 18-21, 23].*

Scanned with OKEN Scanner

Din aceasta mai obținem

$$\text{Dacă } \Sigma\varphi\Delta x > 0, \text{ atunci } \Sigma(\varphi + \Delta\varphi) \quad \Delta x > 0, \tag{7}$$

cu condiția ca $|\Delta X|$ să fie suficient de mic.

Postulatul *C* reprezintă principiul nonpreferinței persistente; din aceasta putem demonstra ușor că:

(I) *Dacă* AB^-, *atunci* BA^+ *și dacă* AB^0, *atunci fie* BA^0 *sau* BA^+.[23]

Cu greu s-ar putea supralicita ideea că a afirma contrariul lui (I) etc., însemnând că BA^+ presupune fie AB^- sau AB^0, ar fi o eroare. Totuși,

(II) *Dacă* AB^+, *atunci* BA^- *cu condiția ca B să fie suficient de aproape de A.*

Prin urmare, pe orice linie dreaptă există cel mult un singur interval închis *AB*, astfel încât direcțiile care se îndepărtează din oricare punct de pe *AB* sunt de nonpreferință.

Deja am stabilit că dacă toate direcțiile care se îndepărtează de *S* sunt nonpreferate, atunci *S* este un punct de saturație absolută. Dacă toate direcțiile care se îndepărtează de *S* spre orice altă alternativă a unei mulțimi (*X*) - cum ar fi aceea determinată prin venitul fix și prețul constant - sunt nonpreferate, atunci *S* este un punct de saturație față de (*X*) și va satisface relația:

$$\Sigma\varphi^8\left(x^8 - x\right) \geq 0^{24} \tag{8}$$

sau, spus altfel, SX^n, pentru toate valorile *X* din (*X*). Conform (i), avem, de asemenea, fie XS^0, fie XS^+, deoarece

$$\Sigma\varphi\left(x - x^8\right) \leq 0.^{25} \tag{9}$$

În continuare, se poate demonstra că

(III) *Mulțimea formată prin alternativele existente în cazul unui venit fix și a unor prețuri constante conține un punct de saturație.*

---

[23] *Posibilitatea de a avea simultan* AB^- *și* BA^n *este astfel exclusă. Infra (10).*

[24] *Georgescu-Roegen,* Teoria pură, *p. 558 [în acest volum, p. 25]. După cum se arată acolo, punctele de saturație formează o mulțime convexă.*

[25] *Fisher,* Investigații matematice, *p. 74,88, și Allen,* Fundamentele, *p. 218-219, a raportat punctul de saturație la o proprietate similară.*

Scanned with OKEN Scanner

(IV) Orice mulțime convexă de alternative conține cel puțin un punct de saturație[26].

Rezultă că avem întotdeauna cel puțin un punct de saturație absolută. Este normal să presupunem că originea marfă - coordonate nu este un punct de saturație. Atunci (9) exprimă condiția obișnuită în care X^1 este preferat lui X^2 dacă toate $x^1 \geq x^2$ (dar nu toate $x^1 = x^2$)[27].

Pentru a oferi o explicație pentru echilibrul consumatorului, se poate introduce în acest punct postulatul suplimentar:

(D) *Dintr-o mulțime de alternative, consumatorul alege întotdeauna un punct de saturație relativă, dacă acesta există.*

Dar de ce să facă acest lucru, dacă alegerea lui este asimilată aceleia a unui vierme? A admite că el este atras într-un anumit fel de punctul de saturație ar însemna, pur și simplu, că el este dotat și cu un instinct de porumbel-călător. Chiar acesta este punctul care face ca abordarea lui Fisher-Allen să nu fie satisfăcătoare ca teorie a consumatorului. Acest lucru poate fi mai bine ilustrat de faptul că, și atunci când atracția lui *homo œconomicus* pe punctul de saturație este acceptată ca ipoteză suplimentară, s-ar putea ca el să nu poată întotdeauna să aleagă între oricare două combinații.

Rezultatul comparației dintre două combinații, *A* și *B*, poate duce numai la trei relații distincte:

(10)

(a) AB^+, BA^+ notate cu *A sn B*
(b) AB^0, BA^0 notate cu *A si B*
(c) AB^+, BA^n notate cu *A sp B*
(d) BA^+, AB^n notate cu *A sp B*

AspB înseamnă că *A* este "*s*-preferat" lui *B*, deoarece este un punct de saturație al lui *A* și *B*; dacă *AsiB*, alegerea între *A* și *B* este "*s*-indiferent"; dacă *AsnB*, nu există nici o alegere.

---

[26] *Vezi Nota matematică de la sfârșitul acestei lucrări.*

[27] *Conform lucrării mele* Teoria pură, *p. 557 n [în acest volum, 25 n 16]. De asemenea I.M.D. Little,* O critică a economiilor prospere *(Oxford, 1950), p. 33. Axioma I.*

Scanned with OKEN Scanner

Analiza precedentă plasează "cazul de nonintegrabilitate" într-o nouă perspectivă. În trecut, acest caz a fost văzut pe baza unor afinităţi personale[28]. Acum apare clar că există explicaţii solide să se vadă nonintegrabilitatea ca nesatisfăcătoare dacă nu ca neacceptabilă.

3. Teoria care plasează echilibrul în punctul de saturaţie are similitudini structurale perfecte cu preferinţa revelată a lui Samuelson. Într-adevăr, dacă punctele de saturaţie absolute se situează deasupra mijloacelor consumatorului, (9) este îndeplinită în mod evident, în timp ce (8) corespunde postulatului III al lui Samuelson[29], adică Axioma slabă[30]. Faptul că *X* "este revelat ca fiind preferat lui *Y*" sau că *XrY* presupune *XspY*. Adăugarea lui(D) la (10) face ca cele două scheme să fi echivalente. Prin urmare, oricâte capcane ar presupune cazul non-integrabilităţii, ele vor apărea şi la preferinţa revelată. Recent, Samuelson a admis că el a fost mereu conştient de imperfecţiunile teoriei sale[31] şi remarcă just contribuţia importantă a lui Houthakker sub forma Axiomei puternice[32].

Axioma Samuelson-Houthakker este:

---

[28] *Cf. Samuelson, Notă (nota mea 4, de mai sus), p.68; Hicks,* Valoare şi capital *(nota 14, de mai sus), p. 19n.*

[29] *Samuelson, "Notă", p. 65. Transparenţa acestui postulat prezentat ca ireversibilitatea preferinţei revelate nu pare să fie atât de directă pe cât pretinde Samuelson. În* Fundamentele analizei economice, *p. 110, el justifică postulatul pe baza imposibilităţii de inversare a inegalităţii numerice a ofelimităţii. Totuşi, acest lucru va lipsi preferinţa revelată de utilitatea sa ca instrument analitic* independent. *Întâmplător, poziţia luată în adenda la "Notă", prin care respinge, ca redutant, postulatul - echivalent cu (4) de mai sus - este incorect. (Vezi şi* Fundamentele, *p. 111), Dacă (4) nu este postulat, nu se poate folosi (1) fără a repeta a doua eroare a lui Pareto. Vezi* supra, *nota 12.*

[30] *Samuelson,* Problema integrabilităţii, *p. 370.*

[31] *Ibid. Există alte indicaţii pentru aceasta. În* Fundamente, *p. 109* et passim, *de exemplu, Samuelson se sprijină în acelaşi timp pe ofelimitate. Există şi observaţiile de la p. 151-152, care ajung chiar în inima problemei şi care, dacă sunt explicate în continuare, l-ar fi putut conduce la rezolvarea problemei. Totuşi, imposibilitatea de a explica de ce punctul de saturaţie nu a fost cu adevărat atins în cazul nonintegrabilităţii nu a fost subliniată.*

[32] *H.S. Houthakker,* Preferinţa revelată, *p. 163.*

Scanned with OKEN Scanner

Dacă $ArB, BrC, \ldots, MrN$, atunci $N\bar{r}A$[33] (11)

sau, în termenii principiului saturației:

Dacă $ApB, BpC, \ldots, MpN$, atunci $N\overline{sp}A$. (12)

Aici *p* prezintă "fie *sp*, fie *si*", dar nu de fiecare dată *si*.

După cum s-a arătat de către Samuelson[34] și a recunoscut Houthakker[35], aceste relații nu reprezintă o adevărată tranzitivitate. Dar în ultimă analiză, această construcție se reduce la un principiu foarte simplu care scoate la suprafață esența "ipotezei consistenței". Acest principiu este redat cu aceleași cuvinte ca și al treilea postulat inițial al lui Samuelson:

(E) *Dacă A este preferat lui B, B niciodată nu poate fi preferat lui A, adică dacă APB, atunci* $B\bar{P}A$.

În acest postulat, *P* = "preferat" se definește ca o succesiune de *p*-uri, ca în relația (12):

APB dacă *ApL*, *:pM*, ..., *NpB* (13)

sau, cu alte cuvinte, că se poate deplasa de la *A* la *B* urmând întotdeauna o direcție preferată sau de indiferență.

Este evident că

Dacă *APB*, *BpC*, atunci *APC*, (14)

ceea ce ne reîntoarce la tranzitivitatea *deplină*[36].

---

[33] *Samuelson,* Problema integrabilității, *p. 370. Aici* $\bar{r}$ *reprezintă negarea lui r. Acest lucru extinde șirul de combinații de la trei, în postulatul inițial al lui Samuelson, la orice număr finit.*

[34] *Samuelson,* Fundamentele , *p. 152.*

[35] *Houthakker,* Preferință revelată, *p. 163.*

[36] *Judecată superficial această condiție sună exact ca aceea introdusă de I.M.D. Little în lucrarea* O reformulare a teoriei comportamentului consumatorului, *Oxford Economic Papers, I (1949), 90-99, reprodusă cu corecturi în* O critică, *cap. II și în anexă. Deși foarte inspirată, analiza lui Little conține multe inadvertențe. Axioma sa II (*O critică, *p. 33) este incorectă, după cum sublinia-se mai înainte Samuelson,* Fundamentele, *p. 151 (74). Dacă Little ar fi ajuns la formularea corectă, ca aceea din spatele relației (14) propusă de noi, ar fi ajuns la soluționarea problemei preferinței revelate înaintea lui Houthakker. Faptul că analiza lui Little s-a limitat la două mărfuri nu ar fi constituit un*

Scanned with OKEN Scanner

Relaţia dintre construcţia de mai sus şi condiţia de integrabilitate s-a stabilit prea în pripă. De fapt, aşa cum s-a arătat deja[37], integrabilitatea nu este atât de importantă pentru teoria consumatorului, aşa cum este conceptul de potenţial[38]. Într-adevăr, construcţia precedentă conduce la ceva care înseamnă mai mult decât simpla integrabilitate, dar mai puţin decât existenţa unui potenţial.

4. Fie *L* şi *M* oricare două puncte astfel încât *LPK*, *MPK*. Pe segmentul *LM* există un punct de saturaţie relativă *S*. Pentru oricare punct *N* al segmentului *LS*, NL^n; pentru oricare punct *Q* al *MS*, QM^n. Prin urmare, oricare punct de pe *LM* este preferat lui *K*. Această simplă remarcă duce la un rezultat important şi anume că

(V) *Mulţimea (K) a tuturor combinaţiilor R, astfel încât RPK este convexă*[39] (figura 4.2).

Din cauza lui (*E*), limita lui (*K*), notată cu *b*(*K*), îl conţine pe *K*. Aceasta ilustrează cum funcţionează (*E*): *fără aceasta, întregul spaţiu se poate afla în relaţia lui P cu K*. Mai mult,

(VI) *Hiperplanul* $\pi_k, \Sigma\varphi^k\left(x^k - x\right) = 0$, *este un plan de sprijin al lui* (*K*)[40] (figura 4.2).

---

obstacol. După cum se argumentează în această lucrare, problema există şi în cazul celor două mărfuri. Importanţa contribuţiei lui Houthakker nu rezidă în ilustrarea sa tridimensională, ci în Axioma puternică.

Mai trebuie remarcat că axioma a III-a a lui Little nu poate fi valabilă pentru combinaţii care nu cuprind toate mărfurile. Deoarece acest tip de combinaţie este cel mai frecvent în realitate, nu putem ignora această obiecţie. Mai mult, Little pare să considere axioma slabă ca o simplă tautologie şi, în consecinţă, nu o prezintă explicit; totuşi, el o foloseşte în nota 2, pag. 36 din O critică. *În mod clar, în acea notă el nu demonstrează ceea ce are în vedere.*

[37] *Georgescu-Roegen,* Teoria pură, *Secţiunea III.*

[38] *Din această cauză nu pot fi de acord cu Samuelson şi Houthakker care - împreună cu Pareto,* Enciclopédie, *p. 559 - consideră cazul celor două măsuri lipsite de dificultăţi. Samuelson,* Problema integrabilităţii, *p. 360, 380; Houthakker,* Preferinţa revelată, *p. 172.*

[39] *Când (K) se compune numai din K, K este un punct de saturaţie.*

[40] *Un plan de sprijin al unei mulţimi convexe este un plan care are cel puţin un punct în comun cu mulţimea şi fără să conţină un punct interior al mulţimii. Este o generalizare a planului tangent.*

Scanned with OKEN Scanner

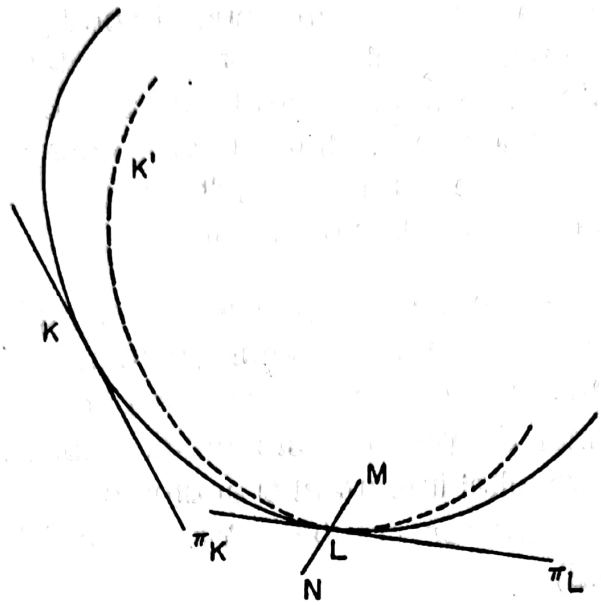

Figura 4.2

Alte proprietăți importante ale lui (*K*) pot fi ușor demonstrate.

- (VII) *Dacă L aparține de b(K), atunci* $\pi_L, \Sigma\varphi^1\left(x^1 - x\right) = 0$ *este un plan de sprijin pentru (K).*

Dacă (VII) nu ar fi adevărat, atunci ar exista un punct $M = L + dL$, interior lui (*K*), care nu aparține de π_L și astfel ca LM^-. Dar atunci, *LPK* (figura 4.2). Acum, dacă *N* de pe *ML* este suficient de apropiat de *L*, am avea *LN*+ și, prin urmare, *NPK*, ceea ce este imposibil[41].

Din aceasta rezultă că

(VIII) *b(K) sunt varietăți integrale pentru (I).*

Și mai departe,

(IX) *Dacă K′ este un punct interior al lui (K), atunci (K') ⊂ (K).*

Într-adevăr, (*K'*) nu poate conține un punct *K"* exterior lui (*K*), fiindcă din *K′PK′*, *K′PK* ar rezulta *K′PK*[42].

---

[41] *L însuși nu este în mod necesar preferat sau indiferent față de K. Acest aspect analitic al problemei a fost subliniat de Samuelson,* Fundamentele, *p. 152, dar Little a realizat modelul real; cf.* O reformulare.

[42] *Totuși, b(K) și b(K') pot avea puncte în comun, cum ar fi L din figura 4.2; dar acolo ar avea același plan "tangent".*

Scanned with OKEN Scanner

Relația dintre (K) și (K') nu mai este atât de simplă ca aceasta dacă K' nu aparține de (K). Este evident că atât (K') și (K) trebuie să conțină mulțimea de puncte saturate. Deoarece această mulțime nu este vidă, (IV), (K) și (K') nu sunt disjuncte. Dacă nici o mulțime nu o conține pe cealaltă, $b(K)$ și $b(K')$ trebuie să aibă câteva puncte comune în care aceste două varietăți trebuie să aibă același plan, "tangent". Vezi figura 4.1 (b).

Astfel, se pare că varietățile integrale $b(K)$, deși au multe proprietăți în comun cu varietățile de indiferență, nu pot fi eventual raportate la ultima într-un mod cu adevărat semnificativ. Există multe aspecte prin care structura din figura 4.1(b) diferă de aceea a varietăților de indiferență clasice. În primul rând, *nu toate combinațiile pot fi comparate una cu alta*. Acesta este cazul în A și B, din figura 4.1(b). Nu există nici o cale să le unească și care să se îndrepte întotdeauna într-o direcție nonpreferată. Scala preferințelor nu formează în mod necesar un șir; ar putea fi, pur și simplu, un *arbore*[43]. Totuși, și acesta nu este cel mai important fapt, o schemă ca aceea din figura 4.1(b) *oferă o explicație completă de ce consumatorul atinge punctul de echilibru, chiar dacă alegerea sa depinde numai de situațiile infinitezimal apropiate*. Pentru aceasta, avem nevoie mai mult decât de integrabilitate, dar mai puțin de existența unui potențial.

Structura ordinii în cazul alegerii consumatorului nu poate fi făcută mai simplă decât aceasta fără a introduce unele ipoteze suplimentare. Pentru a evita intersectarea varietăților integrale, de exemplu, trebuie să admitem că (1) nu are puncte singulare, altele decât acelea ale saturației absolute[44].

---

[43] *Cf. Garret Birkhoff,* Teoria rețelei *(ed. rev., New York, 1948), p. 31,47. De fapt, singura restricție care s-ar impune preferințelor, pe lângă faptul că formează o mulțime parțial ordonată, este aceea că ele posedă cel mai important element (ibid., p.7).*

[44] *Numai Little a subliniat necesitatea impunerii unor condiții analitice în cazul lui φ pentru a asigura neintersectarea varietăților integrale. Cf.* O critică, *p.35. Totuși, a admite că varietățile integrale nu se intersectează, fără a aduce dovezi, este o ispravă fără legătură cu realitatea. Într-o lucrare citită în ședința Societății econometrice, din septembrie 1953, am arătat că există motive serioase ca să se introducă ipoteza contrară: că varietățile integrale nu se întâlnesc. Această ipoteză nu este (cum ar părea la* prima vedere*) incompatibilă cu structura șirului de preferințe.*

Scanned with OKEN Scanner

Atunci

(X) *Dacă K' este un punct exterior față de (K), atunci* $(K) \subset (K')$,

cu urmarea că

(XI) *Dacă K' aparține de b(k), atunci* $(K) = (K')$.

(K') formează o succesiune de mulțimi grupate, ca în figura 4.1 (c).

Se poate elabora pe cale *analitică* un indice al comportamentului de piață, (K), astfel încât

$$\text{Dacă } \varphi(K) > \varphi(K'), \text{ atunci } KPK'. \qquad (15)$$

Totuși, acesta nu este un indice de ofelimitate, deoarece $\varphi(K)=\varphi(K')$ nu implică în mod necesar că acest K este indiferent față de K' *și nici că sunt comparabile*.

Aceasta nu numai completează demonstrarea mecanismului prin care Samuelson ajunge să creadă că domeniul preferințelor ar putea fi elaborat pe baza datelor pieței, dar și evidențiază implicațiile major ale argumentului. Descoperirea cea mai importantă - care merită subliniată - este că un comportament real de piață, contrar celor crezute, nu impune nici măcar ca toate alternativele să fie comparabile[45].

5. În încheiere, doresc să subliniez o cale diferită de a privi relația dintre teoria alegerii și aceea a preferinței revelate. În loc să lăsăm venitul să varieze, cum face Samuelson, putem considera venitul egal cu unitatea, prin scrierea oricărei ecuații a bugetului sub forma $xp_x+yp_y=1$. Alegerile individuale pot fi apoi descrise în raport cu mulțimea de prețuri (p_x, p_y), în loc de combinații (x,y). Astfel, problema va fi transferată în spațiul-preț, unde putem introduce axiomele uzuale, similare celor folosite în teoria alegerii. Trecerea de la o schemă la alta se realizează printr-o formă simplificată a lui (4), $\overline{X} = F[I = 1; P]$, *sau* $p_i = \varphi_i \,/\, \Sigma x\varphi$.[46]

Cele două reprezentări - teoria alegerii în spațiul-marfă și teoria preferinței revelate în spațiul-preț - sunt formularea dublă a aceleiași

---

[45] *Cf. Nicholas Georgescu-Roegen,* Alegere, expectative și măsurabilitate, Quarterly Journal of Economics, *LXVIII (1954), p. 503-504 [în acest volum, Eseul 3, p. 77-116].*

[46] *H.S. Houthakker, în* Modificări compensate ale cantităților și calităților consumate, Review of Economic Studies, *XIX (1952), p. 3, introduce termenul de utilitate "directă" și "indirectă" pentru denumirea respectiv a lui* φ *și* $F(I;P)$.

Scanned with OKEN Scanner

structuri. Prima privește curbele de indiferență, ca *locuri* geometrice ale unui punct în mișcare, a doua, ca o *înfășurătoare* a tangentelor sale. Această simetrie perfectă este indicată clar de legea generală a cererii elaborată de Hicks-Samuelson: $\Sigma \Delta p \Delta x < 0$.[47]

A decide care dintre cele două alternative să fie folosită ca reper al teoriei pare aproape o chestiune de gust personal. Deși teoria preferinței revelate nu a reușit încă să răspundă pretențiilor inițiatorului, și anume determinarea structurii preferinței din datele *reale* ale pieței, ea a dus la o cercetare fructuoasă care, în final, a arătat cât de *puțin* din explicația rațională din teoria clasică a alegerii se reflectă în comportamentul de piață. Teoria alegerii pare totuși mai transparentă și mai ușor de manipulat: este mai ușor de vorbit despre cerc în termeni de puncte decât de tangentele sale.

Notă matematică

Din principiul nonpreferinței persistente rezultă că orice simplex unidimensional, adică orice segment AB, are cel puțin un punct de saturație. Acum vom lua în considerare un simplex bidimensional, ABC. C_1 se află pe AB, B_1 pe AC, astfel încât B_1C_1 să fie paralelă cu BC. S este puctul de saturație al B_1C_1 și $[S]$ este mulțimea tuturor S, când B_1C_1 variază, rămânând paralelă cu BC. $[A]$ este mulțimea tuturor punctelor D aparținând lui ABC, astfel încât DA^n. Dacă $[S]$ și $b[A]$ au numai punctul A în comun, înseamnă că pentru punctele aparținând $[S]$, fie toate SA^+, fie toate SA^-. În primul caz A, în al doilea, un punct de saturație al BC este un punct de saturație al ABC. Dacă $[S]$ și $b[A]$ au alte puncte în comun, în afară de A, ele sunt puncte de saturație.

Trecerea la un simplex n-dimensional se poate face acum ușor, printr-o inducție completă.

În plus, principiul nonpreferinței persistente fiind menținut printr-o proiecție conică, putem proiecta ortantul închis pozitiv asupra unui simplex și astfel ajungem la rezultatul că există întotdeauna cel puți un punct de saturație absolută.

Demonstrația pentru (IV) se face ușor, aplicând rezultatul de mai sus la o triangulație din oricare mulțime convexă.

---

[47] *Samuelson*, Notă, *p. 68; Hicks*, Valoare și capital, *p. 329*.

Scanned with OKEN Scanner

5

Pragul alegerii şi teoria cererii[1]

1. Faptul că punctul de pornire într-o analiză modernă a fenomenului pieței nu este oferta, ci alegerea constituie o problemă care ar putea părea doar superfluă. În favoarea considerării cererii ca un concept fundamental al acestei analize se poate invoca faptul că cererea, spre deosebire de alegere, este dependentă de două coordonate de bază care constituie prima grijă a economistului. Chiar teoria consumatorului poate fi pusă, în întregime, numai în termenii cererii: teoria lui P. A. Samuelson privind preferința revelată are nevoie numai de o oarecare îmbunătățire pentru finalizarea acestei încercări. Este clar că nu ajută argumentul că teoria care decurge de aici se oprește înainte de explicarea acțiunilor consumatorului. Dacă am presupune că ştiințele economice ar oferi o asemenea explicație, teoria alegerii nu ar fi, nici ea, suficientă: ştiințele economice ar trebui să cuprindă fiziologia nevoilor noastre biologice şi culturale. De fapt, algoritmul cunoaşterii nu ar trebui să se termine niciodată, iar economia ar trebui să devină chiar *ştiință*.

Rațiunea de a fi a teoriei alegerii, ca un capitol al ştiințelor economice, înseamnă, înainte de toate, simplificarea pe care o aduce teoriei cererii.

Adevărat, atât zona care prezintă comportamentul consumatorului în termeni de alegere, cât şi aceea care descrie acelaşi lucru în termeni de cerere constau dintr-o familie de curbe cu unic parametru: pentru două mărfuri, de exemplu, teoria alegerii conduce la curbele $u(x_1, x_2) = k$, teoria cererii la $x_1 = D(r,I)$, în care r este raportul de schimb şi I este venitul măsurat în *numerar*. Totuşi zona de indiferență nu este mai simplă, ci cea mai simplă posibil: curbele nu se intersectează şi, mai mult, toate prezintă

Notă: Această lucrare s-a tipărit prin amabilitatea editorului de la Econometrica, *XXVI (1958), p. 157-168. Nota 1, de mai jos, împreună cu celelalte note de subsol, a apărut în cadrul articolului aşa cum au fost publicate acolo.*

[1] *Doresc să menționez aportul constructiv al criticii făcute de J. Marschak asupra variantei inițiale a acestei lucrări. Totuşi, prin aceasta nu doresc să spun că Marschak împarte răspunderea pentru erorile care ar putea exista în lucrare.*

Scanned with OKEN Scanner

aceeași uniformitate a formei. În contrast cu aceasta, forma curbelor cererii poate varia mult, iar curbele chiar se pot intersecta în zona în care X_1 este un bun inferior. Totuși, simplitatea este preocuparea tuturor disciplinelor științifice, nu numai din cauza faptului că un cadru mai simplu ajută la teoretizare, ci și că un astfel de cadru reduce numărul de observații necesare pentru determinarea oricărei structuri individuale. Astfel, din cauza structurii simple a zonei de indiferență, sunt necesare mai puține observații pentru a obține o imagine aproximativă a acestei zone pe calea experimentului decât ar fi necesare pentru zona tuturor curbelor cererii. De asemenea, este important de subliniat că tipurile de întrebări, puse consumatorului în cadrul celor două experimente, diferă fundamental. Pentru zona de indiferență, este suficient să aflăm rezultatul *alegerilor binare*, adică alegerile dintre oricare două puncte ale spațiului - marfă. În cadrul experimentului pentru determinarea curbelor cererii, întrebarea "Cât ați cumpăra la prețul p"? cere consumatorului să numească o cantitate, dacă nu dorim să mărim numărul de observații, întrebând, în schimb, "Ați cumpăra mai mult sau mai puțin decât x_1 la prețul p?".

Totuși, argumentul în favoarea teoriei alegerii nu rezistă, dacă direcțiile de indiferență nu sunt integrabile, sau dacă - fiind o situație strâns legată de aceasta - alegerea nu este tranzitivă. Nu rezistă, pur și simplu, pentru că zona de indiferență dispare. Nu este de mirare atunci că "explozia" cazului nonintegrabilității a dus la o asemenea agitație în rândul economiștilor. Adevărat, unii s-au gândit să apere vechea linie, eliminând autoritar nonintegrabilitatea ca pe ceva periculos, dar întrebarea a continuat să stârnească înțelepciunea economiștilor. Numai de puțin timp s-a încercat clarificarea problemei prin singurul procedeu valabil: teste reale. Un asemenea test a condus la concluzia că "cel mult, se poate argumenta că nu s-a produs nici o dovadă care să contrazică [din punct de vedere stocastic] ipoteza că sistemele preferințelor individuale satisfac axiomele tranzitivității[2].

2. Testarea reală a oricărei ipoteze privind Alegerea conține unele puncte comune tuturor verificărilor experimentale ale legilor formulate prin concepte ideale. Înainte de toate, trebuie să avem o imagine clară a

[2] *Andreas G. Papandreou*, Un test experimental al axiomei din teoria alegerii, Econometrica, *XXI (1953), p. 477.*

Scanned with OKEN Scanner

legilor erorii care afectează observaţiile. În cazul Alegerii, trebuie să începem cu o teorie a individului nu ca instrument perfect de alegere, ci ca unul stocastic. Ţinând seama de acestea, eu am propus cândva un model al comportamentului consumatorului care a introdus pragul în *alegerea binară*[3]. Printre alte rezultate, cum ar fi nontranzitivitatea "indiferenţei"[4], lucrarea conţinea următoarele:

R. *Zona de penumbră a cererii (adică o distribuţie stocastică a cantităţii cerute la fiecare preţ) se poate obţine din zona care prezintă alegerile binare, aşa cum zona alegerilor binare din modelul clasic conduce la schema cererii cu unică valoare*[5].

Conform acestui rezultat, a reieşit că, în ciuda introducerii pragului alegerii, nu va fi necesară nici o modificare esenţială a relaţiei dintre alegere şi cerere şi că, cel puţin pentru problemele teoretice, modelul clasic îşi va menţine valabilitatea pentru reprezentarea deciziei "tipice" a consumatorului faţă de cea "particulară". Similitudinea dintre unele rezultate obţinute de mine în legătură cu efectul pragului asupra ordinii şi tranzitivităţii şi cele prezentate recent de R. Duncan Luce[6] m-au determinat să-mi recitesc propria lucrare. Cu această ocazie, am constatat că rezultatul R care ţine de relaţia dintre zona alegerii binare şi zona de penumbră a cererii conţine o greşeală matematică, care timp de douăzeci de ani a scăpat neobservată. Probabil că rezultatul a fost apreciat drept banal pe considerentul că, în mod normal, ne putem aştepta ca majoritatea elementelor cu valoare unică dintr-un model rigid să fie înlocuite de distribuţiile stocastice, dacă structura stocastică este grefată pe un asemenea model. Eroarea din argumentul meu nu ar fi meritat menţionată numai pentru ea însăşi. Totuşi, întâmplarea face ca natura acelei erori să dezvăluie unele dificultăţi nebănuite privind relaţia dintre zona alegerii binare şi cerere. Şi fiindcă aceste dificultăţi ţin de esenţa actualelor baze behavioriste ale teoriei cererii, ele vor fi abordate aici.

---

[3] *Nicholas Georgescu-Roegen*, Teoria pură a comportamentului consumatorului, Quartely Journal of Economics, *L (1936), p. 568-584 [în acest volum, Eseul 1, p.13-60].*

[4] *Ibid., p. 578-580 [în acest volum, p. 45-47].*

[5] *Ibid., p. 580 şi urm. [în acest volum, p. 46 şi urm.]*

[6] *R.Duncan Luce*, Semiordine şi o teorie a discriminării utilităţii, Econometrica, *XXIV (1956), p. 178-191.*

Scanned with OKEN Scanner

3. Mai întâi să examinăm din nou principalele caracteristici ale modelului de prag[7].

AXIOMA I: *Rezultatul unei alegeri binare între două puncte* $A(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ *și* $B(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ *din spațiul-marfă* E_n *este A ori B.*

Această axiomă exclude cazul în care consumatorul nu poate face o alegere. De aceea, dacă $\omega(A,B)$ este probabilitatea ca să fie ales A, Axioma I afirmă pur și simplu că

$$\omega(A,B) + \omega(B,A) = 1. \qquad (1)$$

În acest moment, putem introduce o terminologie și notații convenabile:

Preferință puternică: $A \Pi B$ dacă $\omega(A, B) = 1$;

Preferință: APB dacă $\omega(A, B) > \frac{1}{2}$;

Preferință slabă: $A \pi B$ dacă $\omega(A, B) = p \geq \frac{1}{2}$;

Indiferență totală: AIB dacă $\omega(A, B) = \frac{1}{2}$;

Indiferență: AiB dacă $\omega(A, B) \neq 0, 1$.

AXIOMA II: *Dacă* $A \geq B$, *atunci* $A \Pi B$[8].

Axioma presupune măsurarea cantităților de mărfuri absolut necesare traiului, luând în considerare minimul necesar. Ea exclude și "saturarea", o condiție care ar putea fi îndeplinită numai având în vedere un domeniu specific din E_n. Dar implicațiile sale majore constau în faptul că estimarea cantităților din toate mărfurile nu se face numai de către consumator, ci este determinată de elemente externe. Pe baza cantităților determinate astfel, un individ rezonabil va alege întotdeauna

---

[7] *La Georgescu-Roegen,* Teoria pură, *proprietățile de bază ale modelului nu au fost prezentate ca axiome explicite, ci au fost introduse pe parcursul argumentației. Vezi, totuși, Georgescu-Roegen,* Teoria alegerii și constanța legilor economice, Quarterly Journal of Economics, *LXIV (1950), p. 129-130 [în acest volum, p. 65-67].*

[8] *Relația* $A \geq B$ *înseamnă că cel puțin o componentă a vectorului A este mai mare decât B și nici una nu este mai mică.*

Scanned with OKEN Scanner

A, dacă $A \geq B$, oricât de mică ar fi diferența $A-B$[9]. Aceasta înseamnă că, în cazul modelului avut în vedere, *pragul de alegere* este complet izolat de *pragul senzorial obișnuit*, adică de un fenomen nesemnificativ pentru comportamentul economic al consumatorului, într-o lume în care cantitățile schimbate sunt stabilite cu ajutorul unor instrumente fizice. Într-adevăr, dacă procesul alegerii între doi vectori *dați* nu presupune nici un prag, nu va apărea, în teoria consumatorului, altă problemă decât aceea a erorilor legate de observarea măsurătorii cantităților fizice de mărfuri[10].

AXIOMA III: *Funcția* $\omega(X, A)$ *este continuă în* X, *exceptând* $X = A$, *unde poate avea orice valoare în intervalul închis* $(0,1)$[11].

Ultima parte din această axiomă reflectă un fapt transparent dacă A și B sunt combinații *identice*, un consumator rezonabil poate alege A între A și B, cu *orice frecvență* oricând. Din punct de vedere analitic, se justifică prin faptul că în vecinătatea lui A,ω (X,A) primește orice valoare a intervalului închis $(0,1)$.

AXIOMA IV: *Dacă* $A \leq B$ *atunci* $\omega(A, C) \leq \omega(B, C)$, *semnul de egalitate menționându-se numai dacă* $\omega(A,C) = 1$ *sau* $\omega(B,C) = 0$[12].

Această axiomă se extinde la pragul de alegere, o caracteristică a pragului senzorial: individul răspunde la cea mai mică creștere a diferenței dintre doi stimuli, printr-o creștere a frecvenței aprecierilor corecte, exceptând cazul în care diferența este de asemenea natură

---

[9] *Cf.* Teoria pură, *p. 572 n [în acest volum, p. 39 n 24].*

[10] *În ceea ce privește observațiile de mai sus, se poate sublinia că modelul lui Luce (Luce,* Semiordine*) diferă esențial de acela al* Teoriei pure, *deoarece el vede pragul alegerii ca un prag senzorial al stabilirii unei variabile* cardinale: *utilitatea. O altă diferență importantă între cele două modele este aceea că Luce admite că, într-un anume punct, alegerea trece dintr-o stare fără nuanțe, "indiferența", în altă stare fără nuanțe, "preferința". Această discontinuitate nu este compatibilă cu ideea de prag, care este, în esență, un concept stocastic.*

[11] *Din cauza indeterminării* $\omega(A,A)$, *alte afirmații devin false, dacă punctelor respective li se permite să coincidă. Deoarece, și în acest caz, precizările sunt irelevante, vom admite, pentru a scurta expunerea, că punctele notate cu litere distincte rămân distincte ori de câte ori afirmația ar deveni, altfel, falsă.*

[12] Teoria pură, *p. 571 [în acest volum, p. 38].*

Scanned with OKEN Scanner

încât el apreciază corect întotdeauna[13]. În consecință, $\omega(X,C)$ crește monotonic, cu excepția domeniilor în care valoarea sa este egală cu zero sau cu unitatea.

AXIOMA V: *Dacă* $\omega(A,B) = \omega(B,C) = p \geq \frac{1}{2}$, *atunci* $\omega(A,C) \geq p$[14].

Această axiomă exprimă ceea ce ar putea fi numită o pseudo-tranzitivitate; după cum se va vedea, ea reprezintă, totuşi, baza altor caracteristici ale tranzitivității pentru model (Corolarele II-V)[15].

AXIOMA VI. Dacă $C = \lambda A + (1-\lambda)B$ *cu* $0 > \lambda > 1$, atunci $\omega(A,B) \leq \leq \omega(C,B)$.

Această axiomă afirmă că dacă *X* se deplasează pe o linie dreaptă, îndepărtându-se de *B*, valoarea $\omega(X, B)$ nu poate crește. Se observă uşor că această proprietate generalizează Principiul direcției nonpreferinței persistente[16]. În cazul unui model rigid $\omega(A,B)$, putem admite numai trei valori, 0, $\frac{1}{2}$, 1. Principiul direcției nonpreferinței persistente arată că dacă $\omega(C,B) = \frac{1}{2}$, atunci $\omega(A,B) \leq \frac{1}{2}$ pentru oricare *A*, astfel încât *C* să se afle între *A* şi *B*, şi dacă $\omega(C,B) = \frac{1}{2}$ atunci $\omega(A,B) \leq \frac{1}{2}$ pentru orişice *A*, în aşa fel că *C* se află între *A* şi *B*, iar dacă $\omega(C,B) = 0$ atunci, pentru aceeaşi situație, $\omega(A,B) = 0$.

---

[13] *Cf.* Teoria pură, *p. 569-570 [în acest volum, p. 36-37].*

[14] *Ibid., p. 572-574 [în acest volum, p. 39-42].*

[15] *Este greu de găsit o axiomă mai puternică. Acest lucru poate reieşi din următoarea:*
AXIOMA Va. Dacă $A \pi B$ *şi* $B \pi C$, *atunci* $\omega(A,C) \geq \max[\omega(A,B), \omega(B,C)]$.
Se poate observa uşor că aceasta nu se poate. Într-adevăr, dacă $A = B + \Delta B$, *cu* $\Delta B \geq 0$, *atunci* $\omega(A,B) = 1$, *iar axioma propusă conduce la* $\omega(A,C) = 1$, *chiar dacă* $\omega(B,C) < 1$. *Cu alte cuvinte, numai o mică creştere* ΔB *este întotdeauna suficientă ca să trecem de la preferința slabă la preferința puternică. Este clar că aceasta se află în contradicție chiar cu esența pragului. De fapt, după cum se va vedea (Corolarul VI), numai un* minim, *şi nu un* maxim, *se potriveşte, în partea dreaptă a relației din Axioma Va.*

[16] Teoria pură, *p. 556, 575-576 [în acest volum, p. 23, 42].*

Scanned with OKEN Scanner

4. Determinarea principalelor rezultate ale precedentului sistem de axiome prezintă puţină dificultate.

TEOREMA 1: *Mulţimea S (Y;p), cuprinde toate elementele X, astfel încât* $\omega(X,Y) \geq p$ *este închisă, iar limitele sale formează o varietate de dimensiune (n-1) în* E_n.

Datorită axiomei III, $S(Y;p)$ se închide. Prin axioma IV, dacă $X \in S(Y;p)$, atunci $X + dX \in S(Y;p)$ pentru oricare $dX \geq 0$. Prin urmare, $S(Y; p)$ formează un domeniu n-dimensional în E_n, iar limita sa este o varietate de dimensiune $(n-1)$.

TEOREMA 2: *Dacă* $\omega(A,B) > \omega(B,C) \geq \frac{1}{2}$, *atunci* $\omega(A,C) > \omega(B,C)$.

Demonstraţie: (1) $B \leq A$. Teorema este o aplicaţie directă a axiomei IV. (2) $B \not\leq A$. Să admitem funcţia $f(k) = \omega(kA, B)$ cu mărimea scalară $k \geq 0$. Deoarece şi $A \not\leq B$(altfel, $\omega(A,B)$ ar fi zero), nu există nici o valoare k pentru care $kA = B$. De aceea, conform axiomei III, $f(k)$ este continuă peste tot. În plus, $f(0) = 0$ şi $f(1) = \omega(A,B) = p'$. Conform axiomei IV, $f(k)$ creşte monotonic într-un interval $(k',1)$, $k'<1$. Prin urmare, există o valoare unică $K<1$, astfel încât $f(K) = p = \omega(B,C) < p'$. Fie $A^* = KA$. Este clar că $A^* \leq A$ şi $\omega(A^*, B) = p$. Conform axiomei V, $\omega(A^*, C) \geq p$, iar conform axiomei IV, $\omega(A,C) > \omega(A^*, C)$. De aceea, $\omega(A, C) > p = \omega(B,C)$.

TEOREMA 3: *Dacă* $\omega(B,C) > \omega(A,B) \geq \frac{1}{2}$, *atunci* $\omega(A,C) > \omega(A,B)$.

Demonstraţie: Ca la demonstraţia precedentă, dacă $C \not\leq B$, atunci există $B^* \leq B$, astfel încât $\omega(B^*, C) = p = \omega(A,B) < p' = \omega(B,C)$. Conform axiomei IV, $\omega(B,A) > \omega(B^*,A)$. Din axioma I, rezultă în continuare că $\omega(A,B^*) > \omega(A,B) = \omega(B^*, C)$. Prin urmare, conform teoremei 2, $\omega(A, C) > \omega(B^*,C)$, sau $\omega(A,C) > \omega(A,B)$.

COROLARUL I: *Dacă AIB şi BPC (sau CPB), atunci APC (sau CPA).* Aceasta constituie o aplicare directă a teoremelor 2 şi 3.

COROLARUL II: *Dacă AIB şi BIC, atunci AIC. Corolarul i exclude atât APC cât şi CPA.*

Scanned with OKEN Scanner

COROLARUL III: *Dacă APB și BPC, atunci APC. Aceasta constituie o aplicare directă a axiomei V și a teoremelor 2 și 3.*

COROLARUL IV: *Dacă $A\pi B$ și $B\pi C$, atunci $A\pi C$. Acesta decurge din corolarele I-III și simetria relației I.*

COROLARUL V: *Dacă $A \Pi B$ și $B \Pi C$, atunci $A \Pi C$. Prin axioma V.*

COROLARUL VI: *Dacă $A \pi B$ și $B \pi C$, atunci $\omega(A,C) \geq min\ [\omega(A,B), \omega(B,C)]$, cu semnul de egalitate care implică $\omega(A,B) = \omega(B,C)$.* Aceasta este o formă condensată a teoremelor 2 și 3 și a axiomei V.

TEOREMA 4: *$S(A; \frac{1}{2})$ este convex față de origine.*

Demonstrație: Fie $B, C \in S\ (A; \frac{1}{2})$ și o notație, astfel încât $B\pi C$. Prin axioma VI, $M\pi C$ pentru oricare $M = \lambda B + (1-\lambda)C$, $0<\lambda<1$. Prin corolarul iv, $M\pi A$; prin urmare, $M \in S(A; \frac{1}{2})$[17].

5. Rezultatele de mai sus ne permit să determinăm clasele de echivalență pe baza relației I (indiferență completă). Putem considera aceste clase de echivalență ca varietăți de "indiferență completă"[18]. Ele sunt varietăți convexe neintersectate, de dimensiune (n-1) în E_n[19], și au alte proprietăți similare varietăților clasice de indiferență.

Aceste proprietăți sunt:

TEOREMA 5: Există o corespondență de unu la unu între sistemul de numere reale (v) și varietățile indiferenței complete, [S], astfel încât, dacă $A \in S(v)$ și $B \in S(v')$, $v >, =, < v'$ să admită respectiv APB, AIB, BPA.

Demonstrație: Să presupunem baza kA a unui vector $A>0$, în care $k \geq 0$. Deoarece k_1A și k_2A nu pot aparține aceleiași clase de indiferență, dacă $k_1 \neq k_2$, putem epuiza toate numerele reale pozitive, scriind $S(k)$ pentru clasa de echivalență care conține kA. Putem demonstra că

---

[17] *Din axioma VI, rezultă nemijlocit că $S(A;p)$ este semiconvexă la A, luat ca pol, ceea ce înseamnă că, dacă $B \in S\ (A; p)$ și $C = \lambda B + (1- \lambda)\ A$, $0<\lambda<1$, atunci, $C \in S\ (A; p)$.*

[18] Teoria pură, *p. 580 [în acest volum, p. 46 și urm.].*

[19] *Aceste proprietăți decurg nemijlocit din teorema 4, corolarul II și respectiv teorema 1.*

oricare clasă de echivalență conține un punct de forma kA. Într-adevăr, dacă $\dot{S}$ este oricare dintre clasele de echivalență și dacă $A' \in S$, astfel încât $A' \neq kA$ pentru toate valorile k. Se poate determina k', astfel încât $k'A > A'$. Fie $f(\frac{1}{k}) = \omega(kA, A')$. Avem $f(0) = 0$, $f(k') = 1$; prin urmare, există un $k = K$, astfel încât $f(K) = \frac{1}{2}$. Punctul KA aparține mulțimii S. Mulțimea $[S(k)]$, pentru $k \leq 0$, cuprinde, așadar, toate clasele de echivalență. Se poate observa ușor că corespondența $S(k)$ satisface toate celelalte proprietăți ale teoremei 5.

TEOREMA 6: *Fie [Q} intersecția unei varietăți de indiferență completă cu unul dintre planurile sale de sprijin, [L]. Dacă $A \in [Q]$, $B \in [L]$ și $B \notin [Q]$, atunci APB. Invers, dacă $A \in [L]$ și $A \pi B$ pentru oricare $B \in [L]$, atunci $A \in [Q]$.*

Demonstrație: Pentru prima parte observăm că, din cauza convexității varietăților de indiferență completă, $B \notin S(A; \frac{1}{2})$. De aceea, $\omega(B,A) < \frac{1}{2}$ sau, conform (1), APB. În a doua parte, dacă A nu ar fi în $[Q]$, atunci A nu ar fi preferat tuturor punctelor din $[L]$, și anume celor aparținând lui $[Q]$.

TEOREMA 7: *Oricare triplet A,B,C satisface inegalitățile:*

$$1 \leq \omega(A,B) + \omega(B,C) + \omega(C,A) \leq 2. \qquad (2)$$

Demonstrație: Datorită (1), inversând ordonarea ciclică a punctelor A,B,C, nu se modifică relația care trebuie demonstrată. Prin urmare, o putem alege pe oricare dintre cele două ordini ciclice. După stabilirea modului în care diferitele perechi de puncte sunt dispuse față de π, fie să alegem notația astfel încât $A\pi B$, $B\pi C$, $A\pi C$. Fie, de asemenea, $\omega(A, B) = p$ și $\omega(B,C) = q$. Conform corolarului VI și (1), $\omega(C,A) \leq 1 - \min.(p, q)$. De aceea,

$$1 \leq p + q \leq \omega(A,B) + \omega(B,A) + \omega(C,A) \leq 1 + p + q - min(p,q) \leq 2.$$

COROLARUL VII: *Multiplu n de $A_1, A_2, \ldots, A_n$ satisface inegalitățile:*

$$1 \leq \omega(A_1,A_1) + \omega(A_2,A_3) + \ldots + \omega(A_{n-1},A_n) + \omega(A_n,A_1) \leq n - 1$$

Scanned with OKEN Scanner

6. Consistența sistemului de axiome I-VI este dovedită de un model particular cu două mărfuri, folosit în *Teoria pură*. Acest model își are originea dintr-o familie de ecuații diferențiale cu parametru unic din planul $X(x_1, x_2)$,

$$\varphi_1(X;p)dx_1 + \varphi_2(X;p)dx_2 = 0. \tag{3}$$

Se admite că coeficienții φ_1, φ_2 satisfac condițiile clasice ale direcțiilor de indiferență (convexitate) și că, în plus,

$$0 < \frac{\varphi_1(X;p)}{\varphi_2(X;p)} < \frac{\varphi_1(X;p')}{\varphi_2(X;p')} < \infty \tag{4}$$

pentru $0<p<p'<1$. Fie $H(X;p) = C$ integrala generală de la (3). O zonă a alegerilor binare poate fi descrisă în întregime în termenii acestei familii de curbe cu doi parametri. Să selectăm

$$H\left(X;\frac{1}{2}\right) = C \tag{5}$$

drept curbe de indiferență completă;acest lucru determină, implicit, perechile pentru care $\omega(X,Y) = \frac{1}{2}$. Admițând că semnele sunt alese astfel încât $H(X';p)<H(X;p)$ pentru $X<X'$, celelalte valori pentru $\omega(X,A)$ sunt definite conform următoarelor reguli:

pentru $p \neq 0$, $\omega(X;A) = p$, dacă $H(X;p) = H(A;p)$, sau

$$H(X;1-p) = H(A;1-p), \text{ și } H\left(X;\frac{1}{2}\right) \gtrless H\left(A;\frac{1}{2}\right) \text{ acordat de } p \gtrless \frac{1}{2}; \tag{6}$$

$\omega(X,A) = 1$, dacă $H(X;1) \geq H(A;1)$, $H(X;0) \geq H(A;0)$ și

$$H\left(X;\frac{1}{2}\right) > H\left(A;\frac{1}{2}\right); \tag{7}$$

$\omega(X,A) = 0$, dacă $H(X;1) \leq H(A;1)$, $H(X;0) \leq H(A;0)$ și

$$H\left(X;\frac{1}{2}\right) < H\left(A;\frac{1}{2}\right). \tag{8}$$

Se poate observa ușor că modelul tocmai descris satisface axiomele I-VI.

Scanned with OKEN Scanner

În figura 5.1, curbele $A_p\,AA_p'$ reprezintă $\omega(X,A) = p$. Există o asemenea curbă, care trece prin A, pentru fiecare valoare p, $0 \leq p \leq 1$. Acest lucru este adevărat pentru oricare punct din planul mărfurilor. Zona pragului de alegere în raport cu A este dată de mulțimea tuturor X, pentru care

$$[H(X;1) - H(A;1)][H(X;0) - H(A;0)] < 0. \qquad (9)$$

În figura 5.1, aceasta este reprezentată de zona haşurată dintre $A_1\,AA'_1$ şi A_0AA_0'. Dacă B se află în această zonă, atunci BiA şi, fiindcă i este o relație simetrică, rezultă că AiB, adică A se află în regiunea pragului lui B.

Totuşi, "indiferența", în acest sens, adică negarea alegerii tranşante, *nu este tranzitivă*. Conform figurii 5.1, CiB şi BiA, dar $C\Pi A$[20].

O altă caracteristică a modelului este aceea că pragul, față de oricare punct, se extinde pe măsură ce ne îndepărtăm de acel punct. Aceasta reflectă un fapt clar: vom găsi două alternative "îndepărtate", (adică modificări radicale ale consumului) mult mai greu de cumpărat decât unele "apropiate" (cum ar fi modificările consumului datorate numai unor mici variații ale prețurilor sau venitului).

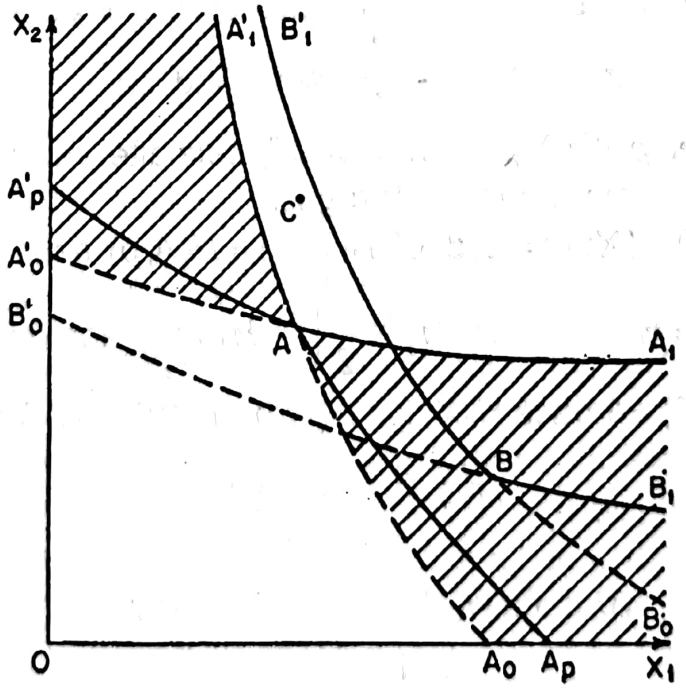

Figura 5.1

[20] Teoria pură, *p. 578-579 [în acest volum, p. 45-46].*

7. Să ne întoarcem acum la relația dintre zona alegerii binare și cerere și, pentru a nu escamota elementul principal al argumentului prin detalii irelevante, să ne referim la cazul cu numai două mărfuri. În toate situațiile, echilibrul bugetului presupune o alegere nu între două alternative, ci, teoretic cel puțin, între infinit de multe alternative. Și, așa cum subliniază K.O. May în jurnalul său[21], nu există nici o relație *a priori* între primul tip de alegere, *alegerea binară*, și a doua, *alegerea multiplă*. Totuși, în cazul modelului rigid, cele două alegeri sunt în legătură una cu alta: punctul N de pe linia bugetului, care este, în mare măsură, preferat oricărei alte alocări din buget, M, în cazul alegerii binare (N,M), este alocarea aleasă, dacă toate alternativele sunt luate împreună[22]. Deoarece, din N, putem stabili un punct pe una dintre curbele cererii, alegerea binară din modelul binar conduce automat la harta schemelor de alegere.

Când apare pragul, echilibrul bugetului presupune o distribuție a probabilităților: probabilitatea $\omega(A|\mathfrak{B})$ de alegere a oricărei alocări A dintr-o mulțime $\mathfrak{B}$ a tuturor alternativelor sau, dacă se admite divizibilitatea perfectă, probabilitatea elementară $\varphi(A)ds$ ca alternativa aleasă să se afle între A și $A+dA$. Din această distribuție putem deduce zona de *penumbră a cererii*, adică probabilitatea $\varphi_1(x)dx$ ca acea cantitate cerută la prețul presupus să se afle între x și $x + dx$. Soarta argumentului că alegerea binară asigură o bază mai simplă pentru teoria consumatorului decât teoria cererii depinde, prin urmare, de posibilitatea de a stabili $\omega(A|\mathfrak{B})$ sau $\varphi(M)$ prin aflarea lui $\omega(X,Y)$.

Demonstrația mea că acest lucru este posibil a considerat valabil faptul că

$$\omega(A,C,B) = \omega(A,C) - \omega(B,C) \qquad (10)$$

ori de câte ori APB[23], în care $\omega(A_1\ A_2,\ldots,\ A_n)$ este probabilitatea ca ordonarea preferințelor consumatorului să fie $A_1, A_2,\ldots, A_n$. De fapt, (10)

---

[21] *Kenneth O. May*, Tranzitivitate, utilitate și agregare în modelul preferințelor, Econometrica, *XXII (1954), p. 2-3.*

[22] *Pentru simplificare, presupun aici că N este unic, ceea ce înseamnă că liniile de indiferență sunt strict convexe.*

[23] Teoria pură, *p. 573 [în acest volum, p. 40].*

Scanned with OKEN Scanner

nu poate fi justificată, dacă nu avem $A\Pi B$[24]. Sunt necesare ipoteze suplimentare pentru a lămuri acest punct și pentru a pune într-o perspectivă mai bună problemele de raportare a alegerii multiplă la cea binară.

8. Două axiome sunt revelate pe baze intuitive elementare:
Axioma A: *Pentru oricare* $A_1, A_2,\ldots,A_n$

$$\omega(A_2, A_3, \ldots, A_n) \equiv \omega(A_1, A_2, \ldots, A_n) + \omega(A_2, A_1 A_3, \ldots, A_n) + \ldots + \omega(A_2, A_3, \ldots, A_1, A_n) + \omega(A_2, A_3, \ldots, A_n A_1).^{25} \quad (11)$$

Axioma B: *Dacă* α *este mulțimea* $[A_1, A_2, \ldots, A_n]$, *atunci*

$$\omega(A_1|\alpha) \equiv \Sigma\omega(A_1, A_{i2}, A_{i3}, \ldots, A_{in}), \quad (12)$$

în care suma se extinde la toate permutările $(i_2, i_3, \ldots, i_n)$ *de* $(2, 3, \ldots, n)$.

O aplicare iterativă a relației (11) duce la:

$$\omega(A_1, A_2) \equiv \Sigma\omega(A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{in}), \quad (13)$$

în care suma se extinde la toate permutările $(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ de $(1,2 ,\ldots, n)$, astfel încât, dacă $1 = i_k$, $2 = i_l$ atunci $k<l$. Trebuie doar să recurgem la axioma I pentru a obține din (13)

$$\Sigma\omega(A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{in}) \equiv 1, \quad (14)$$

în care suma se extinde la toate permutările $(i_1, i_2,\ldots,i_n)$ de $(1,2, \ldots, n)$. Iar din (12) și (14) rezultă că

---

[24] *Infra, nota 27.*

[25] *Am auzit că s-a exprimat, uneori, părerea că ordonarea preferențială, spre deosebire de alegerea binară, nu este un concept operațional, deoarece consumatorul nu ar putea să ierarhizeze alternativele date, fie că s-ar putea să nu înțeleagă ce înseamnă ordonarea preferențială. Părerea că consumatorul nu ar putea să ierarhizeze întotdeauna, să zicem, trei puncte din spațiul-marfă este, fără îndoială, legitimă, dar nu mai mult decât afirmarea existenței perechilor incomparabile de puncte. De fapt, din cauza acestei ultime alternative avem nevoie de axioma I. În ceea ce privește testele reale, sunt disponibile mai multe alternative cu rolul de instrucțiuni specifice pentru problema în cauză. Individului i se poate cere, de exemplu, să pună pe A,B,C în relație cu numerele 1,2,3 și i se poate spune că va avea o combinație de 1, dacă zarul real indică mai mult decât "trei", combinația de 2, dacă zarul indică "trei" sau "doi" și combinația de 3 dacă zarul indică "unu".*

Scanned with OKEN Scanner

$$\Sigma_i \omega(A_i|\alpha) \equiv 1. \tag{15}$$

Următoarele relații sunt directe pentru trei alternative:

$$\omega(A,C,B) - \omega(B,C,A) \equiv \omega(A,C) - \omega(B,C) \tag{16}$$

$$1 \leq \omega(A,B) + \omega(B,C) + \omega(C,A) \leq 2.^{26} \tag{17}$$

Totuși, faptul important este că din cunoașterea tuturor $\omega(A_i, A_j)$ nu se poate spune, totuși, foarte mult în general despre $\omega(A_1|\alpha)$. În primul rând, putem demonstra

TEOREMA 8: *O relație generală între* $\omega(A_1|\alpha)$ *și* $\omega(A_i, A_j)$ *este incompatibilă cu axiomele* A *și* B.

Demonstrație. Din cauza liniarității *identităților* (12) și (13), relația nu poate fi sub forma :

$$\omega(A_1|\alpha) \equiv \Sigma l(i,j)\omega(A_i, A_j), \tag{18}$$

în care suma se extinde la $1 \leq i, j \leq n$, $i \neq j$, iar *l*-urile sunt constante numerice. Din (13) obținem:

$$\omega(A_1|\alpha) \equiv \Sigma L(i_1, i_2, \ldots, i_n)\omega(A_{i1}, A_{i2}, \ldots, A_{in}), \tag{19}$$

unde

$$L(i_1, i_2, \ldots, i_n) = \Sigma l(i_a, i_b) \text{ pentru toți } 1 \leq a < b \leq n. \tag{20}$$

Din (19) și (12) obținem:

$$L(i_1, i_2, \ldots, i_n) = \begin{cases} 1 \text{ dacă } i_1 = 1, \\ 0 \text{ dacă } i_1 \neq 1. \end{cases} \tag{21}$$

Prin urmare

$$\begin{aligned} L(1, i_2, \ldots, i_{n-2}, i_{n-1}, i_n) &= L(1, i_2, \ldots, i_{n-2}, i_n, i_{n-1}) = 1, \\ L(i_1, i_2, \ldots, i_{n-2}, i_{n-1}, 1) &= L(i_1, i_2, \ldots, i_{n-2}, 1, i_{n-1}) = 0. \end{aligned} \tag{22}$$

Dacă îl înlocuim pe *L* cu (20), din relațiile (22) rezultă

---

[26] *Aceasta este identică cu teorema 7. Dar trebuie observat că (17) se obține numai din axioma I și axioma A, în timp ce (2) se obține din axiomele I-VI. Acest lucru poate fi luat drept indicație - totuși insuficientă - că axioma A nu contrazice sistemul format din axiomele I-VI.*

Scanned with OKEN Scanner

$$I(i, j) = I(j, i) \text{ pentru toate } i \neq j. \tag{23}$$

Prin urmare, (18) devine

$$\omega(A_1|\alpha) \equiv \Sigma I(i, j), \tag{24}$$

suma extinzându-se la oricare $i<j \leq n$. Dar (24) arată că $\omega(A_1|\alpha)$ este o constantă numerică sau, cu alte cuvinte, că toate A_i se aleg cu aceeaşi probabilitate independentă de α. Această absurditate verifică teorema.

9. Observaţia că, dacă $\omega(A_1A_2) = 0$, toţi termenii din partea dreaptă de la (13) sunt zero, conduce, datorită relaţiei (12), la

TEOREMA 9: *Dacă* $\omega(A_1A_2) = 0$, *atunci* $\omega(A_1|\alpha) = 0$.[27]

Dacă α conţine unele alternative care, în mod sigur, nu vor fi alese în cazul unei alegeri multiple, teorema 9 asigură o regulă convenabilă pentru eliminarea acelor alternative numai pe baza rezultatelor dintr-o alegere binară[28]. Spre deosebire de această regulă, nimic în general nu poate fi dedus, în ceea ce priveşte $\omega(A_1|\alpha)$, din cunoaşterea faptului că $\omega(A_1, A_2) = 1$. De fapt, $\omega(A_1|\alpha)$ poate fi chiar zero, aşa cum este bine ilustrat de situaţia în care $A_1 \Pi A_2$ şi $A_3 \Pi A_1$. Studierea, în continuare, a relaţiilor de inegalitate posibile între $\omega(A_i|\alpha)$ şi $\omega(A_i, A_j)$ se face, de la început, contra semnului descurajator care apare în următorul exemplu:

$$\begin{aligned} \omega(A,B,C) &= \frac{1}{6} - a, \\ \omega(A,C,B) &= \frac{1}{6} - b - c, \\ \omega(B,C,A) &= \frac{1}{6} - b - c - d - e, \end{aligned} \tag{25}$$

[27] *Aceeaşi observaţie arată că, dacă* $A \Pi B$, *atunci* $\omega(B,C,A) = 0$. *Aceasta arată că, dacă* $A \Pi B$, *relaţia (10) decurge din (16).*

[28] *Astfel, segmentul TS din fig.9,* Teoria pură, *p. 581 [în acest volum, fig. 1.9], reprezintă singurele alternative care, probabil, vor fi alese dintre toate alocările de la buget.*

Scanned with OKEN Scanner

$$\omega(B,A,C) = \frac{1}{6} + a + 2b + c + d + e,$$

$$\omega(C,A,B) = \frac{1}{6} + a + 2b + c + d,$$

$$\omega(C,B,A) = \frac{1}{6} - a - 2b - d,$$

în care $a,b,c,d,e>0$, $b+c+d+e < \frac{1}{6}$, $a+2b+d < \frac{1}{6}$. Determinat ω astfel, îndeplineşte condiţia (14); din aceasta rezultă şi:

$$\omega(A,B) = \frac{1}{2} + b + d \qquad \omega(B,C) = \frac{1}{2} + b,$$
$$\omega(A,C) = \frac{1}{2} + b + d + e \tag{26a}$$

şi, notând cu $\Im$ mulţimea (A,B,C),

$$\omega(A,I\Im) = \frac{1}{3} - a - b - c, \qquad \omega(B,I\Im) = \frac{1}{3} + a + b,$$
$$\omega(C,I\Im) = \frac{1}{3} + c. \tag{26b}$$

În acest exemplu, APB, APC şi, mai mult, $\omega(A,B)$, $\omega(A,C) > \omega(B,C) > \frac{1}{2}$, totuşi $\omega(A|\Im) < \omega(B|\Im)$, $\omega(C|\Im)$. Cu alte cuvinte, deşi alegerea binară arată că A este alternativa cea mai des aleasă, A este cea mai puţin aleasă în cazul alegerii multiple. Deoarece (26a) satisface corolarul VI, care este caracteristica nonmetrică de bază a sistemului format din axiomele I-VI, exemplul (25) îşi menţine importanţa pentru sistemul obţinut prin adăugarea axiomelor *A*-*B*[29].

[29] *Aceasta este un punct important, fiindcă se ştie că proprietăţile nonmetrice ale axiomelor A şi B nu impun prioritatea nonmetrică exprimată de corolarul VI. Un exemplu, care satisface axiomele I şi A, dar care nu satisface tranzitivitatea lui* π, *este menţionat de J. Marschak*, Norme şi obiceiuri pentru luarea deciziilor în condiţii de certitudine, *în* Modele matematice ale comportamentului uman, *Dunlap şi asociaţii (Stamford, Conn., 1955), p. 50.*

Scanned with OKEN Scanner

În special, exemplul de mai sus *arată că, deşi N, ca punct de tangenţă între planul bugetului şi varietăţile de indiferenţă completă, este singura alternativă puternic preferată oricărei alte alocări, N poate fi alternativa "cea mai puţin preferată" în cazul alegerii multiple dintre toate alocările de la buget*. În consecinţă, argumentul din lucrarea mea iniţială este incorect[30], zona varietăţilor de indiferenţă completă nu oferă nici o bază de determinare a "cererii tipice". Strict vorbind, având în vedere situaţia în care se află această chestiune acum, nu se poate stabili nicj o relaţie între zona alegerii binare şi zona de penumbră a cererii. Cu alte cuvinte, alegerea binară nu poate fi privită ca bază a teoriei cererii, dacă acceptăm opinia că individul nu este un instrument perfect de alegere. Alte ipoteze în afara celor analizate în această lucrare pot modifica concluzia noastră, dar, până acestea vor fi formulate, singura cale prin care putem ajunge la o determinare behavioristă a cererii "medii" este luarea în considerare a cantităţilor cerute, şi nu a rezultatelor alegerilor binare.

Prin urmare, două probleme primordiale stau în faţa specialiştilor din domeniul econometriei şi cel al comportamentului:

I. *Care axiome sunt logic necesare şi justificate din punct de vedere experimental pentru a face legătura între probabilitatea alegerii multiple şi aceea a alegerii binare?*

II. *Date fiind aceste axiome, care este reflectarea cererii "medii" în zona alegerii binare?*

Totuşi, teorema 8 arată că, dacă prima problemă constă în obţinerea unei soluţii, noi trebuie să abandonăm axioma *A* ori axioma *B*, oricât de transparente ar fi ele.

[30] *Cf.* supra, *Secţiunea 2.*

Scanned with OKEN Scanner

6

Natura expectativei și a incertitudinii

Cinetica fenomenelor sociale nu poate fi abordată corespunzător fără înțelegerea naturii *acelei* incertitudini care apare în majoritatea deciziilor importante din viața unui individ sau a unei comunități. Majoritatea oamenilor de știință din domeniul social și a teoreticienilor deciziei au în vedere ipoteza că o asemenea incertitudine poate fi reprezentată printr-un anume tip de probabilitate numerică. Avertismentele periodice împotriva inutilității, ba chiar împotriva pericolului, de a trata toate deciziile ca și cum ar fi "un joc de noroc cu șansă matematică cunoscută"[1] au avut slabe efecte. Teoreticienii probabilității și-au canalizat, și ei, eforturile către justificarea acestei opinii. Totuși, cu mult timp în urmă, von Kreis a arătat că relația dintre evenimentele incerte, fiind numai una "mai mult sau mai puțin probabilă", nu poate fi întotdeauna exprimată numeric[2]. Câteva decenii mai târziu, Keynes s-a situat pe o poziție și mai fermă, aceea că expectativele nu pot fi comparate întotdeauna: "În unele ocazii, nici una dintre aceste alternative [<<egală>>, <<mai mult>>,<<mai puțin>>] nu rezistă și ar fi ceva arbitrar să decidem în favoarea unei umbrele sau împotriva ei"[3]. Chiar Fréchet, remarcabilul reprezentant al

---

Notă: Această lucrare s-a tipărit prin amabilitatea editorului lucrării Expectations, Uncertainty and Business Behavior, *ed. Mary Jean Bowman, o publicație a Consiliului de Cercetări în Domeniul Științelor Sociale (New York, 1958), p. 11-29.*

[1] *Frank H. Knight,* Risc, incertitudine și profit *(republicată, Londra, 1948), p. XIV și capitolul VII.*

[2] *J. von Kreis,* Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung *(Freiburg, 1886), p. 26 și urm.*

[3] *John Maynard Keynes,* Tratat asupra probabilității *(Londra, 1921), p. 30. Mai recent, B.O. Koopman, într-o serie de articole remarcabile, vizibil inspirate din părerile lui Keynes, a arătat că mulțimea cea mai bogată în postulate*

Scanned with OKEN Scanner

Şcolii lui Laplace, a recunoscut recent că nu toate expectativele pot fi "măsurate" şi a reamintit specialiştilor din domeniul econometriei să nu pornească de la premisa că toate pisicile sunt gri[4]. Totuşi, majoritatea studenţilor au preferat să avanseze pe calea mai puţin spinoasă a incertitudinii măsurabile - o cale cu mai multe rezultate analitice - şi nu să se confrunte cu delicata problemă a complexităţii expectativei şi să se mulţumească să facă paşi mai mici, dar mai semnificativi. Să reţinem reacţia lui Jeffreys la opiniile lui Keynes: "Keynes creează numai probleme, iar postulatul [său] este ... una dintre acele încercări de generalizare care, în practică, duc numai la imprecizie"[5]. Şi Savage presupune că ideea de noncomparabilitate a expectativelor "se dovedeşte modalitatea oarbă care pierde mult din forţa ei şi avansează puţin, dacă o face, pe calea realismului"[6].

Controversa asupra structurii expectativei este, în multe privinţe, similară aceleia din timpul lui Pitagora, privind structura lungimii. După cum ne amintim, adepţii lui Pitagora credeau că lungimea unei linii este proporţională cu "numărul de puncte" de pe ea şi, prin urmare, orice lungime poate fi exprimată printr-un număr raţional. Nici un argument nu a putut să clintească această doctrină, care, totuşi, nu a putut supravieţui primului exemplu concret de linie cu lungime iraţională (diagonala unui pătrat). Sper ca exemplele concrete din Secţiunea VI privind Harta expectativelor să demonstreze clar că sistemul de numere reale nu este suficient pentru reprezentarea tuturor expectativelor şi că acele expectative care pot fi puse într-o relaţie semnificativă cu un număr real

---

transparente nu face ca toate probabilităţile să fie măsurabile numeric: B.O Koopman, Axiomele şi algebra probabilităţii intuitive, Analele matematicii *XLI (1940), p. 269-292;* Probabilitatea intuitivă şi succesiunile, *ibid., XLII (1941), p. 169-187;* Bazele probabilităţii, Buletinul Societăţii Matematice Americane, *XLVI (1940), p. 763-774.*

4 *Maurice Fréchet,* Sur l'importance en économétrie de la distinction entre les probabilités rationnelles et irrationnelles, Econometrica, *XXII (1955), p. 303-306.*

5 *H. Jeffreys,* Deducţia ştiinţifică *(New York, 1931), p. 223-224. O altă lucrare ulterioară a lui Jeffreys,* Teoria probabilităţii *(Oxford, 1939) conţine numai o observaţie nesemnificativă asupra opinilor lui Keynes, într-o notă de subsol (p. 25).*

6 *L.J. Savage,* Fundamentele statisticii *(New York, 1954), p.21.*

Scanned with OKEN Scanner

formează numai o clasă specială[7]. O categorie mai mare dar, totuși limitată poate fi reprezentată prin numere complexe. Totuși, cu cât ne apropiem de incertitudinea pură, nici un sistem numeric nu pare să se potrivească. Iar o scurtă analiză a principalelor școli de gândire va arăta că două expectative rezultate prin același număr, conform diferitelor reguli propuse, nu sunt, în mod necesar, echivalente.

I. Principalele aspecte ale expectativei

1. Multe controverse inutile, privind natura expectativei, nu au putut fi evitate prin recunoașterea de la început că acțiunile conștiente ale omului constituie reflectarea convingerilor sale și nimic altceva. Acest lucru este adevărat, independent de faptul că el dorește să aleagă calea cea mai scurtă dintre două puncte de pe hartă sau să ghicească culoarea bilei care va fi extrasă din urnă. Faptul că, într-un caz, geometria oferă un răspuns indubitabil, în timp ce, în celălalt caz, nu există nici un răspuns, nu afectează argumentul. În ambele cazuri, decizia luată de individ depinde în întregime de starea sa mentală în momentul luării deciziei. De aceea, eu propun să definim expectativa, parafrazând definiția probabilității elaborată de De Morgan: expectativa este "starea mentală [a unui individ dat] raportată la o afirmație, la un eveniment pe cale să se producă sau la oricare altă problemă, în cazul cărora nu este implicată, în mod necesar, cunoașterea absolută"[8]. Prin această definiție, falsele proprietăți care ar putea fi ușor ascunse prin termeni, cum ar fi "gradul de convingere", "gradul de îndoială" sau "gradul de surpriză potențială", nu pot deveni parte a conceptului de expectativă *ab ovo*.

---

[7] *Primul exemplu important a fost prezentat în lucrarea mea* Utilitate, expectative, măsurabilitate și predicție, *Institutul de Cercetare și Pregătire în Domeniul Științelor Sociale, Universitatea Vanderbilt, 1953, citită în 1953 la Kingston la o ședință a Societății Econometrice. Exemplele concrete date de Ernst Nagel,* Principiile Teoriei probabilității, Enciclopedia Internațională a Științei Unificate, *vol. I, nr. 6 (Chicago, 1939), p. 68-69, prezintă numai dificultatea stabilirii unui număr semnificativ pentru gradul de confirmare a ipotezei științifice în cazul unor situații tipice, deja menționate de Keynes,* Tratat, *p.29-30. Ele nu dovedesc că un asemenea număr nu ar putea fi găsit.*

[8] *Augustus De Morgan,* Logica formală *(Londra, 1847), p. 173.*

Scanned with OKEN Scanner

Expectativa, definită mai sus, nu reflectă toate aspectele stării mentale produse de o afirmaţie, aşa cum ar fi plăcerea, o perspectivă sumbră sau reacţia în plan etic cauzată de anticiparea unui eveniment viitor. Aceste aspecte au contingenţă cu deciziile, deoarece, fără anticiparea viitorului, chiar dacă nu toate deciziile nu ar putea fi nici măcar imaginate. Dar, menţinând expectativa şi motivul că două elemente separate, se elimină multe cauze ale unor confuzii ulterioare care s-ar produce în cadrul argumentaţiei. Conceptul de expectativă poate fi exprimat formal acum, în termenii elementelor sale obiective, prin notaţia $\varepsilon(I,E,P)$, în care I se identifică cu individul, E reprezintă "evidenţa" care îi este accesibilă şi P este "predicţia"[9]. Totuşi, în profunzimea sa, există o dificultate care ar trebui menţionată în această fază.

Deşi variabilele I şi P nu pot crea complicaţii, acelaşi lucru este valabil şi pentru E. Deoarece nu există nici o cale de a spune *a priori* care parte din cunoştinţa individului nu are contingenţă cu o expectativă dată, E trebuie să reprezinte *toate cunoştinţele individului* din acel moment. Acest Principiu al cunoaşterii totale diferă, în multe privinţe, de Necesitatea evidenţei totale, care a fost mereu subliniată în mod continuu în literatură de pe vremea lui Bernoulli şi care arată că nici o evidenţă reală nu trebuie omisă din E, dacă ea există[10]. În primul rând, Principiul cunoaşterii totale nu presupune că E trebuie să conţină toată cunoştinţa obţinută prin gruparea împreună a cunoştinţei tuturor indivizilor, aşa cum a fost interpretată de obicei Necesitatea evidenţei totale[11]. Dimpotrivă, ea admite ca E să cuprindă chiar acele opinii care sunt cunoscute sau ar putea, până la urmă, să se dovedească greşite[12]. Este inutil să spunem că E poate conţine mai multe opinii, care cu greu ar putea fi tratate ca şi: "miercuri este ziua mea norocoasă".

---

[9] *"Predicţia", cu sensul dat aici, nu înseamnă în mod necesar o afirmaţie legată numai de evenimente viitoare, ci şi afirmaţii de felul: "Roma a fost fondată de Romulus".*

[10] *Cf.Rudolf Carnap,* Bazele logice ale probabilităţii *(Chicago, 1950), p. 211-213.*

[11] *Ibid., p. 212.*

[12] *Pentru a arăta inutilitatea încercării de a elimina din E asemenea opinii, trebuie să ne amintim, de exemplu, că toţi matematicienii susţineau cândva că o funcţie, continuă peste tot într-un interval închis, are o derivată oriunde, iar medicii, că apendicele nu are nici o funcţie utilă în corpul uman.*

Scanned with OKEN Scanner

Acum se pune întrebarea dacă definiția pentru *E* este operațională. Răspunsul la această întrebare nu poate fi decât negativ, deoarece, fără îndoială, nici un individ nu poate să facă o listă a *întregii* sale cunoașteri în termeni expliciți, mult mai mult decât ar putea, într-un anume moment, să enumere *toate* bunurile sale materiale (ceea ce este, de departe, o sarcină mai ușoară). Răspunsul negativ pune mai bine în lumină speranța, deseori nutrită, că deciziile care au la bază expectative, indiferent de ce fel, ar putea deveni într-o zi o problemă de calcule numerice, oricât de complicat ar părea. Deoarece cunoașterea individuală, și cu atât mai mult cunoașterea umană, efectiv nu poate fi prezentată sub formă de listă pentru a ajunge la o decizie, în cazul în care unele expectative vor rămâne apanajul celui mai primitiv creier electronic, mintea omului. Și fiindcă orice decizie se bazează *numai* pe acea parte din *E* al individului, pe care el o poate pune într-o lumină puternică la un moment dat, rapiditatea cu care un individ dat poate aduna și analiza elementele de cunoaștere cele mai relevante pentru *P* constituie o coordonată majoră care reflectă diferența dintre judecata corectă și cea eronată. Discutarea acestui incert dar, totuși, capital concept de "judecată" va fi amânată până la secțiunea finală a acestei lucrări.

2. Expectativa are mai multe fațete care ne pot atrage atenția; aceste fațete se reflectă în diferitele moduri de abordare a probabilității. Dar, să începem cu examinarea problemei structurii expectativelor. Aceasta presupune două întrebări distincte încă fără legătură între ele: (1) Sunt expectativele *comparabile*? și (2) Dacă sunt *comparabile*, sunt și *măsurabile ordinal*?[13]

3. Expectativele sunt *comparabile*, dacă pot fi comparate corespunzător, după criterii pertinente. În termeni mai exacți, aceasta înseamnă că: (1) date fiind două expectative $\varepsilon(I,E_1, P_1)$, $\varepsilon(I,E_2, P_2)$, individul *I* poate spune dacă ele sunt "egale", iar dacă nu sunt, care este "mai mare", și (2) dacă $\varepsilon(I,E_1, P_1)\geq\varepsilon(I,E_2, P_2,)$, $\varepsilon(I,E_2, P_2) \geq\varepsilon (I,E_3, P_3)$, atunci $\varepsilon(I,E_1, P_1)\geq\varepsilon(I,E_3,$

[13] *Termenii de mai sus au fost introduși în lucrarea mea* Alegere, expectative și măsurabilitate, Quarterly Journal of Economics, *LXVIII (1954), p. 520 [în acest volum, p. 98], pentru a înlocui terminologia matematică cu una mai familiară economistului. Pentru terminologia matematică, vezi G. Brikhoff,* Teoria rețelei *(New York, 1948), p. 10.*

P_3)[14]. Un criteriu semnificativ pentru comparabilitate apare disponibil imediat. Individului *I* i se cere să aleagă între efectele P_1 şi P_2, răsplata pentru alegerea corectă fiind aceeaşi în fiecare caz, fără nici o penalizare în cazul unei alegeri eronate. Dacă alege P_1, atunci $\varepsilon(I,E_1, P_1)>\varepsilon(I,E_2, P_2)$. Restul decurge "în mod raţional". Dar o privire mai atentă asupra deciziilor noastre arată unele puncte problematice ale acestei construcţii. De câte ori nu auzim în jurul nostru că "aceasta este o decizie greu de luat"? Desigur, această dificultate s-ar putea să nu reflecte în mod obligatoriu imposibilitatea comparării celor două expectative *per se*; ar putea să reflecte incomparabilitatea situaţiilor alternative. Ca să fie sigur, în ultimă instanţă, individul ajunge la o decizie - ia sau nu ia umbrela - dar, uneori, aceasta ar putea fi rezultatul intuiţiei, dacă nu al impulsului, nici una dintre ele neavând de-a face cu elementele obiective din ε. Prin urmare, problema comparabilităţii este departe de a fi clarificată, numai dacă nu găsim o altă justificare pentru comparabilitate decât faptul că nici un om nu va muri ca măgarul lui Buridan.

4. Să vedem acum ce înseamnă a doua întrebare, aceea a măsurabilităţii ordinale. Deşi lucrurile pot fi ordonate, ar fi imposibil să se indice rangul fiecărui element printr-un număr real; ar putea să nu existe suficiente numere pentru această operaţie. Cele douăzeci de trepte ale unei scări, deşi ordonate, nu pot primi toate un rang numeric, dacă sunt disponibile, să zicem numai zece numere. Ceva de felul acesta se poate întâmpla şi când încercăm să dăm numere de ordine unei mulţimi comparabile care conţine o infinitate de elemente; numai contradicţia nu este atât de intuitivă. Toate punctele din zona continentală a Statelor Unite, de exemplu, pot fi făcute comparabile pe baza următorului criteriu: (1) dintre două puncte de pe acelaşi meridian, cel situat la nord faţă de celălalt este de rang superior, (2) dintre două puncte nesituate pe acelaşi meridian, cel situat la est faţă de celălalt este de rang superior. Totuşi, nu putem da fiecărui punct de pe hartă un număr de ordine unic[15].

Cei care scriu despre probabilitate sau utilitate au ignorat mult timp diferenţele esenţiale dintre comparabilitate şi măsurabilitate

[14] *Ultima este celebra condiţie a tranzitivităţii. Trebuie adăugat că egalitatea nu poate prevala în ultima relaţie, dacă nu este prezentă în celelalte două.*

[15] *Demonstraţia matematică a celor menţionate decurge direct din teorema 2 sau ex. 6*, în Brikhoff,* Teoria reţelei, *p. 32.*

Scanned with OKEN Scanner

ordinală, chiar şi după ce "un observator american" (a cărui identitate nu am putut s-o aflu) a ridicat problema discutării *Deducţiei ştiinţifice* a lui Jeffreys[16]. Tipic pentru această eroare ("eroarea ordinaliştilor") este argumentul adus de De Finetti, care afirmă că îndoiala "este susceptibilă de comparaţie şi, prin urmare, de gradare". El pare că nu bănuieşte efectul şocant al următoarei sale afirmaţii: "în acest fel, deşi pornim de la un sistem de axiome pur calitative, ajungem la o măsură cantitativă a probabilităţii[17]. Distincţia dintre comparabilitate, exclusiv, şi măsurabilitatea ordinală a fost considerată, în general, ca o scrupulozitate logică fără relevanţă. De exemplu, Jeffreys, în a sa *Teorie a probabilităţii* (publicată după critica adusă de "observatorul american"), şi-a corectat scăparea apărută în sistemul său axiomatic numai prin adăugarea unui postulat explicit, echivalent celui al măsurabilităţii ordinale, dar nu şi-a dat silinţa să ofere cea mai slabă justificare pentru aceasta.

II. Expectativa şi lumea materială

1. O categorie importantă de expectative, cele care se referă la rezultatul produs de un mecanism aleatoriu, poate fi uşor ordonată după o coordonată specifică a mecanismului: coeficientul de probabilitate. Mult mai simplă decât alte tipuri de expectative, expectativa de probabilitate a fost prima care a atras atenţia teoreticienilor. Neîncetata sa influenţă asupra cursului gândirii privind expectativele este, totuşi, răspunzătoare de tendinţa, manifestată de majoritatea teoreticienilor, de a reduce toate expectativele la probabilitatea numerică.

Potrivit Şcolii lui Laplace sau celei clasice, probabilitatea se măsoară prin frecvenţa relativă a cazurilor favorabile faţă de toate cazurile posibile, cu condiţia ca *ele să fie posibile în mod egal*. Potrivit

---

[16] *Vezi Jeffreys*, Teoria probabilităţii, *p. 19. "Observatorul american" şi-a sprijinit obiecţia nu pe un exemplu din domeniul probabilităţii, ci pe o ordonare lexicografică, ca aceea folosită mai sus pentru punctele de pe hartă.*

[17] *Bruno De Finetti*, La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives, Annales de l'Institut Henri Poincaré, *vol. 8, fasc. 1 (1937), p. 4-5. De Morgan a gândit şi el astfel: "Ori de câte ori se pot aplica termenii mai mare şi mai mic, se poate imagina că înseamnă de două ori, de trei ori etc., deşi nu sunt, probabil, măsuraţi de noi" (citat de Keynes*, Tratat, *p. 21 n).*

Scanned with OKEN Scanner

Şcolii frecvenţei[18], probabilitatea se măsoară prin limita frecvenţei cazurilor favorabile dintre toate cazurile favorabile într-o succesiune infinită de observaţii, cu *condiţia ca limita să existe şi succesiunea să satisfacă condiţia aleatoriului*. Intensitatea cunoscutei controverse dintre cele două şcoli este un indiciu parţial, dar impresionant al dificultăţilor cauzate de conceptul general de expectativă[19]. La suprafaţă, controversa s-a purtat asupra definiţiei probabilităţii, dar o examinare mai atentă arată că ea a rezultat din două chestiuni: (1) relaţia dintre coeficientul de probabilitate şi raportul de frecvenţă observat şi (2) definiţia aleatoriului.

2. Încă de la început, clasicii au făcut legătura între probabilitatea lui Laplace şi frecvenţa observată[20], dar mult timp nu au reuşit să înţeleagă că această relaţie duce la o problemă în plus şi au raţionat printr-o interpretare bivalentă a Legii numerelor mari. Confuzia l-a făcut pe un scriitor să observe că "experimentatorii cred că ea [Legea numerelor mari] este o teoremă a matematicienilor, iar matematicienii,

---

[18] *John Venn*, Logica şansei *(Londra, 1866) a marcat maturizarea Teoriei frecvenţei. Totuşi, Richard von Mises a fost cel care i-a adus faimă prin lucrarea sa fundamentală*, Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit *(Viena, 1928) din care* Probabilitate, statistică şi adevăr *(New York, 1939) este o traducere extinsă, în limba engleză. De fapt, o primă încercare de definire a frecvenţei s-a făcut simţită în remarcabila lucrare a lui S.D. Poisson*, Recherches sur la probabilité des jugements *(Paris, 1837): "Ele [frecvenţele] le reproduc pe acestea [probabilităţile] exact ca şi cum ar fi posibil să facem serii de observaţii cu o lungime infinită".*

[19] *Un exemplu de dispute virulente între adepţii celor două şcoli este oferit de articolele scrise de Fréchet şi Mises în* Les fondements du Calcul des Probabilités, *vol. II, din* Colloque consacré à la Théorie des Probabilités, *8 volume (Paris. 1938-1939), şi rezultatele discuţiilor rezumate de B. de Finetti în* Compte rendu critique du Colloque de Genève sur la Théorie des Probabilités, *care este vol. VIII din* Colloque.

[20] *Buffon a avut răbdarea să arunce o monedă de 4.040 de ori pentru "a verifica" probabilitatea teoretică pentru "cap". Cf. De Morgan*, Logica formală, *p. 185. Laplace s-a gândit la obţinerea unei valori empirice dintr-un mare număr de observaţii făcute de Buffon în legătură cu "problema acului" (P.S. de Laplace*, Oeuvres Complètes, *Paris, 1836, VII, p. 366).*

Scanned with OKEN Scanner

un act experimental"[21]. Mai târziu, sub focul concentrat al adepţilor frecvenţei[22], clasicii au răspuns că coeficientul lui Laplace este o valoare teoretică în care frecvenţa este o estimare empirică[23]. Aceasta presupune - şi pare corect - ca estimarea empirică şi probabilitatea fizică să formeze un complex indisolubil pentru integrarea fenomenologică. Singura dintre cele două concepte este aceea că probabilitatea permite o tratare analitică mai simplă.

Pentru clasici, aleatoriu este un tip special de relaţie cauzală. După cum sublinia Poincaré[24], această relaţie cauzală caracterizează mecanismele ale căror rezultate pot fi complet inversate prin variaţii imperceptibile ale condiţiilor iniţiale. Şi, într-adevăr, nu există nici un alt sens al aleatoriului.[25] Concret, la aleatoriu se poate ajunge numai prin mecanisme aleatorii. Iată de ce "numerele aleatorii" nu au fost stabilite după o regulă abstractă, ci printr-un "mecanism aleatoriu". Şi de ce jocul chinezesc cu "degete potrivite" ridică unele probleme extrem de subtile, străine de jocul nostru cu "monede potrivite". De fapt, Borel ne-a avertizat cu mult timp în urmă că mintea omului este incapabilă să imite "aleatoriul"[26].

---

[21] *Menţionată de H. Poincaré,* Calcul des Probabilités *(ediţia a II-a, Paris, 1912), p. 171. Persoana citată a fost indicată ca fiind numai "Lippmann".*

[22] *Marele merit îi revine lui Mises care a arătat foarte clar lacunele din gândirea clasicilor. Vezi Mises,* Probabilitate, statistică şi adevăr, *p. 156 şi urm.*

[23] *Cf. M. Fréchet şi M. Halbwachs,* Le Calcul des Probabilités à la portée de tous *(Paris, 1924), p.9, şi M. Fréchet,* Recherches théoriques modèrnes sur la Théorie des Probabilités *(Paris, 1937), I, p. 4-10.*

[24] *Poincaré,* Calcul des Probabilités, *p. 5-6.*

[25] *În plus faţă de adepţii frecvenţei, alţii au încercat să ajungă la o definiţie logică, adică neintuitivă, a aleatoriului. Sunt demne de remarcat contribuţiile lui Alonzo Church. Totuşi, contrar afirmaţiei lui H.Reichenbach* (Teoria probabilităţii, *Berkeley, 1949, p. 149), problema este departe de a fi rezolvată. De fapt, Church, în lucrarea* Despre conceptul de succesiune aleatorie, Buletinul Societăţii Matematice Americane, *XLVI (1940), p. 130-135, subliniază faptul că o definiţie formală satisfăcătoare a aleatoriului nu numai că duce la dificultăţi insurmontabile, dar este confruntată,* ab initio, *cu o dilemă logică.*

[26] *M. Fréchet,* Exposé et discussion de quelque recherches récentes sur les fondements du Calcul des Probabilités, Colloque, *II, p. 36.*

Scanned with OKEN Scanner

3. Adepții Frecvenței au început cu criticarea caracterului vag al "cazurilor posibil egale"[27] și au sfârșit cu pretenția că propria lor definiție a probabilității este "lipsită de contradicții și neclarități de orice fel" și nu are nevoie de "ideea destul de vagă de relație între probabilitate și succesiuni de evenimente [așa cum cere] așa-numita teorie clasică modernizată [a lui] Fréchet"[28]. După Mises, o succesiune de observații colective, adică infinit numărabilă, îndeplinește condiția aleatorului, dacă limita frecvenței rămâne aceeași în oricare subansamblu "format pe baza celei originare printr-o alegere arbitrară a locului"[29]. Această definiție s-a dovedit, curând, inutilă, deoarece nici un ansamblu nu poate îndeplini condiția, dacă nu sunt identice toate elementele sale[30]. Impasul a fost evitat printr-o nouă definiție, aceea a "aleatoriului restrâns", care cere ca limita frecvenței să fie invariabilă numai față de o infinitate numărabilă de alegeri ale locului. Dar prin această restricție, conținutul a ceea ce se înțelege, în general, prin "aleatoriu" se reduce considerabil, în timp ce transparența intuitivă a definiției originare se pierde complet.

Dar ce au mutilat adepții Frecvenței, cu adevărat, în cazul aleatoriului este definiția coeficientului de probabilitate ca "valoare limitativă" a frecvenței observate dintr-un ansamblu. "Valoarea limitativă" a adepților Frecvenței[31] nu este identică cu "limita" definită de matematică. În matematică, o succesiune infinit numărabilă are o limită, dacă pentru orice arbitrar pozitiv ε, putem *numi cu adevărat* un rang *N*, dincolo de care toți termenii diferă de limită cu mai puțin decât ε. În cazul "valorii limitative", rangul *N* nu poate fi numit; noi nu putem decât

---

[27] *Cf. Mises,* Probabilitate, statistică și adevăr, *p. 117-120; Nagel,* Principii *(nota7, de mai sus), p. 45.*

[28] *R.von Mises,* Despre bazele posibilității și statisticii, Anale de statistică matematică, *XII (1941), p. 192, 196-197.*

[29] *Mises,* Probabilitate, statistică și adevăr, *p. 87-88. Vezi și lucrarea sa* Quelques remarques sur les fondaments du Calcul des Probabilités, *Colloque, II, p. 57.*

[30] *A. Wald,* Die Widerspruchsfreiheit des Kollectivbergriffes, Colloque, *II, p. 81, și Jean Ville,* Etude critique de la notion de collectif *(Paris, 1939), p. 40.*

[31] *Mises,* Despre bazele probabilității și statisticii, *p. 192; și Reichenbach,* Teoria probabilității, *p. 69-70.*

Scanned with OKEN Scanner

să *afirmăm existenţa* sa. Adepţii Frecvenţei pretind că aceasta este tot ce contează[32].

Proprietatea fundamentală a ansamblului este formulată, de obicei, astfel:

(α) Dând un număr pozitiv arbitrar ε, *există* un *N*, astfel încât toate frecvenţele f_n, $n>N$, să satisfacă relaţia $|f_n - p| < \varepsilon$, în care *p* este probabilitatea atributului *A*[33].

Dar din aceasta, folosind o algebră simplă, putem deduce următoarea proprietate:

(β) Dând un pozitiv arbitrar ε mai mic decât *p* şi 1-*p*, *există* un *N* astfel încât pentru toţi $n > N$, (1) dacă $f_n \geq p$, observaţia *n* - să nu poată fi urmată imediat de o serie de *A*-uri mai mare decât

$$n(p+\varepsilon-f_n) / (1-\varepsilon-p),$$

şi (2) dacă $f_n \leq p$, observaţia *n* nu poate fi urmată direct de o secvenţă de non-*A*-uri mai mare decât $n(f_n - p+\varepsilon) / (p-\varepsilon)$[34].

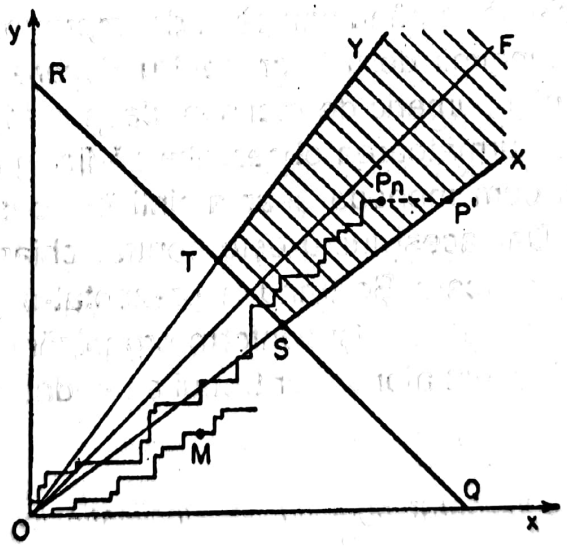

Figura 6.1

---

[32] *Vezi, de exemplu, Nagel,* Principii, *p. 52 şi urm., şi Reichenbach,* Teoria probabilităţii, *p. 338 şi urm.*

[33] *Cf. Nagel,* Principii, *p.52.*

[34] *Este uşor de observat cum trebuie modificată formularea de la (β), dacă p = 0 sau p = 1.*

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta poate fi ilustrată printr-un simplu grafic. În fig. 6.1, x şi y sunt frecvenţele absolute pentru A şi non-A respectiv în cazul primelor n observaţii ($x+y = n$). O succesiune de observaţii este reprezentată de o cale în zigzag, cum ar fi OM. Frecvenţa observată în cazul lui A în oricare moment, M, este reprezentată prin $1/(1+m)$, în care m este înclinaţia OM. Admiţând că A este "capul" monedei aruncate cu $p = \frac{1}{2}$, să spunem că f_n nu diferă de p cu mai mult decât $\varepsilon\left(<\frac{1}{2}\right)$ înseamnă că P_n se află în interiorul unghiului XOY, în care OX şi OY sunt egal înclinate faţă de OF şi depind de ε[35]. Propoziţia (α) arată că există o limită $ST(x+y = N)$, astfel încât, dincolo de ea, P_n trebuie să rămână în zonă haşurată $XSTY$. Atunci, (β. 1) arată că, dincolo de P_n, derularea de "capete" nu poate fi mai mare decât P_nP'. De exemplu, dacă $N = 100$ pentru $\varepsilon = .03$ şi, să zicem, $f_{110} = .518$, atunci următoarele două observaţii *trebuie* să conţină cel puţin o "pajură".

Acum este clar că, deoarece (α) şi (β) au aceeaşi valoare asertorică, ele trebuie să rămână sau să cadă împreună. Dar (β) impune o restricţie asupra lungimii derulărilor pentru *fiecare* rang superior lui N[36]. Astfel, în exemplul numeric de mai sus, dacă a 111-a observaţie se întâmplă să fie cap", următoarea observaţie să fie în mod obligatoriu o "pajură". Este ca şi cum moneda şi-ar aminti în acest punct că a dat suficiente "capete". Dar acest lucru este contrar chiar esenţei fenomenelor probabilistice, pe care Bertrand a prezentat-o printr-un aforism: "moneda nu are memorie". Totuşi conform organizării analitice propuse de adepţii frecvenţei, acest aforism ar trebui amendat şi continuat astfel:

---

[35] *Deoarece p este considerat egal cu ½, înclinaţia lui OF este egală cu unitatea.*

[36] *Au fost formulate critici privind problema limitei din teoria frecvenţei de către mai mulţi scriitori (de exemplu, T.C.Fry,* Probabilitatea şi aplicarea ei în inginerie, *New York, 1928, p. 90; R.B. Lindsay şi H. Margenau,* Bazele fizicii, *New York, 1936, p. 165-167). Totuşi argumentele lor aveau în vedere un loc precis în succesiunea de observaţii şi, din această cauză, au fost uşor respinse de teoreticienii frecvenţei (de exemplu, Nagel,* Principii, *p. 36-37; Reichenbach,* Teoria probabilităţii, *p. 346-347.*

Scanned with OKEN Scanner

"dar moneda îşi va crea o memorie dacă va fi aruncată suficient de mult." Aceasta conţine puternice reminiscenţe ale părerilor exprimate de Azaïs în legătură cu compensarea numărului de apariţii[37], sau ale acelora exprimate de Marbe despre uniformitatea lumii, păreri care au fost ferm respinse de toate şcolile[38].

Dar Teoria Frecvenţei conţine şi o contradicţie internă majoră. Conform chiar teoremelor acestei teorii, toate succesiunile distincte de *n* aruncări ale unei monede reale sunt la fel de probabile (probabilitate $\frac{1}{2}^n$)[39]. Este la fel de probabil ca să apară şi toate succesiunile infinite. În consecinţă, orice monedă simetrică poate produce o succesiune cu o limită de frecvenţă diferită de $\frac{1}{2}$. Dar aceasta înseamnă că coeficientul de probabilitate nu mai este o caracteristică invariantă a unui mecanism dat.

Eu întrevăd o posibilă obiecţie împotriva argumentului precedent: că ansamblul cuprinde *toate poziţiile posibile* finale ale mecanismului[40]. Este clar că orice succesiune infinită de aruncări ale monedei va fi o selectare a locului din ansamblu şi, din cauza "aleatoriului", succesiunea nu va putea duce eventual la o limită de frecvenţă diferită de $\frac{1}{2}$. Dar, după cum am văzut, condiţia modificată a "aleatoriului" nu indică şi nu poate indica faptul că *toate* selectările de loc trebuie să aibă aceeaşi limită de frecvenţă. Mai mult, un ansamblu nu poate conţine toate aruncările de monedă, pentru că, evident, toate traiectoriile distincte posibile formează un continuum.

4. Acest continuum, cunoscut ca *spaţiul fazei* unui mecanism, constituie baza unei noi definiţii a coeficientului de probabilitate[41]. Definiţia, care stă la baza teoriei măsurii, este dată prin formula:

---

[37] *Pierre Hyacinthe Azaïs*, Des compensations dans les destinées humaines *(ediţia a III-a, Paris, 1818).*

[38] *Mises*, Probabilitate, statistică şi adevăr, *p. 198 şi urm. acordă o întreagă secţiune denunţării filosofiei lui Karl Marbe.*

[39] *Mises*, Probabilitate, statistică şi adevăr, *passim, în special p. 134.*

[40] *Ipoteza că un ansamblu conţine* toate *cazurile* posibile *nu pare să fi fost prezentată explicit de Mises, dar apare în alte scrieri care adoptă o abordare de frecvenţă, de exemplu, R.A. Fisher*, Despre bazele matematice ale probabilităţii, *Probleme filosofice, seriile A, CCXXII (1922), p. 312.*

[41] *Cel mai remarcabil studiu asupra legăturii dintre spaţiul fazei şi probabilitate este acela elaborat de E. Hopf*, Despre cauzalitate, statistică şi probabilitate,

Scanned with OKEN Scanner

$$\text{Probabilitate de } A = \frac{\text{Măsura lui } \Omega_A}{\text{Măsura lui } \Omega} \qquad (1)$$

în care Ω este spaţiul fazei, iar Ω_A este submulţimea formată din fazele în care apare A. Aceasta nu rezolvă problema care ţine de modul în care se stabileşte dacă toate fazele sunt la fel de probabile, deoarece răspunsul depinde de distribuţia reală a condiţiilor din sistem când acesta funcţionează. Totuşi, Poincaré a arătat că, în condiţii foarte clare, distribuţia acţiunilor crupierului nu influenţează rezultatul distribuirii cărţilor ruletei[42]. Aceasta este probabil, adevărată în cazul altor mecanisme aleatorii. Oricum ar fi ea, formula (1) evită două piedici majore din Teoria frecvenţei: în primul rând, ea nu face ca valoarea coeficientului de probabilitate să depindă de ordinea observaţiilor, aşa cum face ansamblul[43], şi, în al doilea rând, permite o limită de frecvenţă diferită de coeficientul de probabilitate definit pentru Ω.

III. Certitudine şi cvasicertitudine

1. Este clar deci că coeficientul de probabilitate poate fi definit, în mod unic, ca raport de frecvenţă numai în întregul spaţiu-fază. O succesiune de observaţii, fie ea infinită, reprezintă numai o simplă mostră din acest spaţiu. Aceasta nu înseamnă că ne putem dispensa de ea. După cum arată Borel, infinitatea numărabilă este numai infinitatea cunoscută nouă intuitiv şi, prin urmare, singura cale de acces spre infinităţi superioare[44]. În cazul nostru, succesiunea infinită de observaţii constituie singura legătură dintre baza empirică a cunoaşterii noastre - numărul finit de observaţii - şi proprietăţile invariante ale continuumului Ω,

---

Jurnal de Matematică şi Fizică, *XIII (1934), p. 51-102, care conţine o analiză detaliată a spaţiului fazei unei monede şi a cutiei cu zaruri. O idee similară a fost sugerată de Paul Lévy,* Théorie de l'addition des variables aléatories *(Paris, 1937), p.7, care a prezentat coeficientul de probabilitate al unui mecanism ca invariantă integrală particulară, ceva similar momentului inerţiei.*

[42] *Poincaré,* Calcul des Probabilités, *p. 148-150, 301-312.*

[43] *Această lipsă a definiţiei date de adepţii frecvenţei a fost subliniată de Fréchet,* Exposé et discussion, *p. 27.*

[44] *Emile Borel,* Leçons sur la théorie des functions *(ediţia a II-a, Paris, 1914), p. 182-183.*

Scanned with OKEN Scanner

care ele însele înseamnă cunoaştere. Dar ne putem încrede în legătura intermediară, cunoscând că o succesiune de observaţii poate conduce la orice limită de frecvenţă sau chiar la nici una?[45] Din fericire, succesiunile infinite care au o limită de frecvenţă egală cu raportul frecvenţelor în Ω depăşeşte, ca număr, pe celelalte. În terminologia teoriei măsurii, aceasta se exprimă prin aceea că celelalte succesiuni formează o mulţime de măsură zero; dar nu înseamnă că ele nu s-ar încrucişa deloc cu calea noastră[46]. Şi clasicizanţii au înţeles aceasta când, în limbaj propriu, spuneau că "noi nu putem afirma că pe termen lung un eveniment va apărea cu frecvenţă proporţională cu probabilitatea sa; dar putem afirma că există o mai mare probabilitate să apară cu aceasta decât cu oricare alt grad de frecvenţă"[47]. Neoclasicizanţii exprimă acelaşi lucru într-un mod puţin diferit: suntem *cvasisiguri* că raportul de frecvenţă dintr-o succesiune infinită a observaţiei va fi egal cu coeficientul de probabilitate[48].

---

[45] *Cu privire la fig. 6.1, imaginea schematică a unei succesiuni de aruncări ale monedei poate sfârşi sau nu prin a rămâne în interiorul unghiului XOY. Ultima alternativă conţine căile care sfârşesc prin a rămâne fie în interiorul unui alt asemenea unghi corespunzător unei alte valori pentru p, fie în nici un alt asemenea unghi.*

[46] *Relaţia dintre limita frecvenţei unei succesiuni de observaţii şi raportul frecvenţelor al aceluiaşi atribut în Ω este admirabil analizată de J. L. Doob,* Probabilitatea ca mărime, Anale de Statistică Matematică, *XII (1941), p. 206-214. Este interesant că, în cazul discutării lucrării lui Doob, Mises pare mai puţin categoric decât de obicei în privinţa invariantei limitei de frecvenţă, deoarece el admite că propriul său "concept este mai simplu de aplicat şi mai aproape de realitate, în timp ce modelul [lui Doob] poate fi considerat mai satisfăcător din punct de vedere logic, deoarece evită dificultăţile produse de conceptul referitor la toate «selectările de loc» ". J.L. Doob şi R. von Mises,* Discuţie asupra teoriei probabilităţii, *ibid., p. 216.*

[47] *G. Boole,* Studii de logică şi de probabilitate *(Londra, 1952), p. 422.*

[48] *Este surprinzător, totuşi, să constatăm că Mises, în* Probabilitate, statistică şi adevăr, *p. 43, afirmă, conform teoriei lui Laplace că "valoarea 1 a probabilităţii înseamnă că evenimentul corespunzător va avea loc cu certitudine". Teoria lui Mises nu neagă că un eveniment poate avea o probabilitate egală cu 1 şi totuşi să nu fie sigură, aşa cum s-ar întâmpla dacă majoritatea elementelor, dintr-un ansamblu, dar nu toate, ar fi identice. Mises se deosebeşte de clasicizanţi când afirmă că acest lucru nu poate fi adevărat în cazul unui ansamblu de ansambluri.*

Scanned with OKEN Scanner

Cvasicertitudinea este, prin urmare, starea mentală creată de un rezultat a cărui mărime de probabilitate este unitatea, dar a cărui apariție nu este presupusă logic de *E*. Pe de altă parte, certitudinea este starea mentală care corespunde unui rezultat a cărui apariție este o necesitate logică a lui *E*. Dacă o "urnă" conține un număr infinit de elemente - cum ar fi mulțimea tuturor succesiunilor infinite de aruncări ale monedei - mărimea probabilității de a extrage un anume tip de element se obține printr-un proces de limită. S-ar putea întâmpla - ca, de exemplu, în cazul succesiunilor infinite a căror limită de frecvență este egală cu probabilitatea teoretică - ca limita să fie unitatea fără ca "urna" să conțină numai acel tip de element specific. Astfel, observăm că, chiar dacă am încerca să ne limităm analiza la probabilitatea luată ca o constantă fizică, vom înțelege totuși că două stări mentale complet diferite sunt reprezentate de același număr real, unitatea[49]. Aceasta este prima fisură în doctrina măsurabilității ordinale a expectativelor.

2. Unii scriitori au considerat distincția dintre certitudine și cvasi-certitudine ca o despicare a firului de păr. Argumentul obișnuit este că o cvasiimposibilitate poate fi descrisă ca șansa alegerii unui punct dintr-o mulțime de măsură zero de pe o linie; se observă atunci că o mulțime de măsură zero există numai în teorie, deoarece, în practică, chiar și un singur punct este înlocuit de o reprezentare grafică cu o anumită lățime[50]. Este adevărat că în viața reală nu putem determina exact poziția unui punct. De fapt, fizicianul poate exprima toate măsurătorile efective numai prin numere întregi, dar aceasta nu înseamnă că fizica poate renunța la numerele iraționale pentru a evita pedanteria. Mai mult, contestarea distincției dintre certitudine și cvasicertitudine, aducând ca argument măsurătorile reale, este tot atât de inutilă ca și încercarea de a rezolva controversa lui Pitagora prin compararea măsurării diagonalei unui pătrat, aflate pe cale experimentală, cu aceea a laturii sale.

Negarea distincției dintre certitudine și cvasicertitudine înseamnă negarea probabilității propriu-zise. Aceasta pentru că dacă negăm această distincție, noi acceptăm implicit efectul compensator menționat

---

[49] *Trebuie remarcat că aceasta este valabilă nu numai în cazul valorilor extreme, 0 și 1. Un eveniment cvasiimposibil poate fi adăugat oricărui alt eveniment fără a modifica probabilitatea celui din urmă.*

[50] *Savage*, Bazele statisticii *(nota mea 6 de mai sus), p. 39.*

Scanned with OKEN Scanner

de Azaïs-Marbe şi deci, ar trebui să ne alăturăm acelor jucători care, crezând în acest efect, folosesc tot felul de scheme ca să câştige la ruletă. Să mai presupunem că cineva este rugat să ghicească dacă un triunghi dintr-o construcţie geometrică complicată este echilateral. Măsura probabilităţii unui triunghi echilateral este zero şi rămâne zero chiar şi după ce aflăm că un unghi are 60°. Totuşi, "relaţia logică" dintre *E* şi *P*, sporind prin această informaţie suplimentară, trebuie ca şi starea mentală iniţială să fie afectată de aceasta. În situaţii reale, noi putem, aşadar, să facem distincţie chiar şi între două cvasiimposibilităţi.

IV. Expectativă şi logică pură

1. Situaţii ca aceea deja menţionată i-a făcut pe teoreticieni să studieze o altă faţetă a expectativei: legătura logică a unor perechi (*E*,*P*). Cazurile clare, cele în care *E* fie îl determină pe *P*, fie că îl contrazic, corespund certitudinii şi imposibilităţii. Există totuşi cazuri în care *E* nu îl determină pe *P*, deşi conţine unele dintre condiţiile necesare pentru ca *P* să fie adevărat, şi astfel creează un motiv de a crede previziunea. Dacă previziunea este "*P* = *ABCD* este un pătrat", expectativa se deplasează în direcţia certitudinii pe măsură ce trecem de la una din următoarele evidenţe la altele:
e_0 = "*ABCD* este un trapez", e_1 = "*ABCD* este un paralelogram", e_2 = "*ABCD* este un dreptunghi"[51].

De fapt, numai un singur pas mai este necesar pentru a afla că dimensiunile dreptunghiului sunt egale ca să ajungem la certitudine. Această ordonare i-a făcut pe unii teoreticieni să definească probabilitatea ca măsură a legăturii logice dintre *E* şi *P* sau, după cum spune Keynes, ca grad de certitudine pentru ε[52]. Această idee poate fi întâlnită la De Morgan[53], dar primele formulări convingătoare se datorează lui Jeffreys[54] şi, în special, lui Keynes. Totuşi nici una nu pune relaţia de

---

[51] *Vom folosi notaţia e pentru a indica acea parte din E care se schimbă de la un caz la altul.*

[52] *Keynes,* Tratat asupra probabilităţii, *p. 15.*

[53] *De Morgan,* Logica formală, *p.v.*

[54] *D. Wrinch şi H. Jeffreys,* Despre unele aspecte ale teoriei probabilităţii, Revista de filozofie, *seria a VI-a, XXXVII (1919), p. 715-731. Ideile lui Jeffreys au fost dezvoltate în cele două cărţi ale sale deja citate.*

Scanned with OKEN Scanner

probabilitate pe baze pur obiective. Aceasta este clar exprimată de Keynes: "*O definiție* a probabilității nu este posibilă, dacă nu ne mulțumim numai cu definirea gradelor din relația de probabilitate prin luarea în considerare a gradelor de convingere rațională"[55]. Numai apelând la această convingere rațională putem să comparăm majoritatea relațiilor de probabilitate care cuprind fie același *P* (ca în exemplul de mai sus), fie același *E*. Dar avem nevoie de o ipoteză mai convingătoare pentru a face comparabile oricare două relații de probabilitate[56]. Pe bază pur logică, pare imposibil de comparat cele două expectative:

ε^1 :e_1 = ABCD este un dreptunghi; P_1 = ABCD este un pătrat.

ε^2 : e_2 = ABC are un unghi de 60°; P_2 = ABC este echilateral.

2. Într-o teorie care, pe bună dreptate, a fost legată de numele său, Carnap a încercat să ajungă la o mărime numerică obiectivă a oricărei relații de probabilitate, independent de orice cunoaștere faptică[57]. Punctul forte al acestei teorii este definirea relației de probabilitate ca proporția din *domeniul* acoperit de evidență conținută în aceea a previziunii[58].

Câteva exemple ne pot ajuta să prezentăm caracterul general al problemelor care ar intra în domeniul acoperit de teoria lui Carnap, fără îndoială, cea mai ambițioasă dintre toate teoriile asupra probabilității. Primul exemplu este ales să sublinieze absența oricărei legături între adevărul faptic și relațiile de probabilitate: afirmația "câinele meu este pătrat" justifică afirmația "Cezar era pasăre", cu o probabilitate de $2/11$.

Aici, numărul $2/11$ exprimă gradul de relație logică între premisă și concluzie, și nimic altceva. Dar, noi putem aplica relația de probabilitate la o premisă faptic adevărată, cum ar fi: "Pe baza informațiilor date de analistul meu pentru probleme de afaceri, există o probabilitate de $1/10$ ca vânzările de televizoare color în 1957 să ajungă la un milion".

---

[55] *Keynes*, Tratat, *p. 8; vezi și cap. II. O concepție aproape similară se întâlnește la Jeffreys*, Teoria probabilității, *p. 332-333.*

[56] *Keynes*, Tratat, *p. 67, 112.*

[57] *În această privință, vezi și Secțiunea VI, 2, în continuare.*

[58] *Carnap*, Bazele logicii *(citată în nota 10 de mai sus), p.297. Deși în termeni mai puțin exacți, aceeași idee mai fusese exprimată de diverși autori, în sensul că relația de probabilitate măsoară gradul de "adevăr" din P conținut în E. Cf. Keynes*, Tratat, *p.15n.*

Scanned with OKEN Scanner

În ziua în care teoria probabilităţii va putea să pună expectativele pe o bază obiectivă aşa de solidă, multe dintre problemele, care încă ne creează probleme, vor fi rezolvate. Rolul întreprinzătorului, de exemplu, va fi preluat atunci de o secţie independentă a întreprinderii - Biroul pentru relaţiile de probabilitate - care va lua automat deciziile "corecte" - inclusiv pe aceea care stabileşte ce fonduri să fie alocate pentru propriul buget. Dar această zi apare încă foarte departe; deoarece aşa cum vom vedea aici, pe lângă meritele sale incontestabile, lucrarea lui Carnap a avut ca efect şi scoaterea clară la suprafaţă a problemelor insurmontabile care există într-o asemenea încercare.

3. Deşi teoria lui Carnap abordează un limbaj bazat pe o infinitate numărabilă de "indivizi" şi pe un număr finit de "predicate" logic independente[59], esenţa sa va fi mai bine reliefată, totuşi nealterată, pe fundalul unei structuri mai simple. Să admitem, atunci, că există numai doi "indivizi", i_1, i_2, şi numai două predicate P_1 = "pătrat" şi P_2 = "alb". Cu ajutorul acestor două predicate, putem exprima numai patru proprietăţi:

Q_1 = "pătrat şi alb",
Q_2 = "pătrat şi nonalb",
Q_3 = "nonpătrat şi alb".
Q_4 = "nonpătrat şi nonalb".

Aceste proprietăţi sunt necontradictorii, deoarece "pătrat" şi "alb" sunt (în limba engleză) logic independente.

Tabelul 1

Afirmaţii într-un limbaj, cu două predicate şi doi indivizi

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}	S_{16}
i_1	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1	Q_2	Q_1	Q_3	Q_1	Q_4	Q_2	Q_3	Q_2	Q_4	Q_3	Q_4
i_2	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_2	Q_1	Q_3	Q_1	Q_4	Q_1	Q_3	Q_2	Q_4	Q_2	Q_4	Q_3
m^*	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$
m^+	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

Toate afirmaţiile posibile despre toţi indivizii sunt date în tabelul 1. Astfel, S_3 înseamnă că "i_1 este Q_3 şi i_2 este Q_3", iar S_9, că "i_1 este Q_1 şi i_2 este Q_4". Afirmaţiile S_i sunt numite de Carnap "descrieri ale stării". Toate

[59] *Carnap*, Bazele logicii, *p. 58, 73.*

descrierile izomorfe, cum ar fi S_5 şi S_6, constituie o *structură*. Structura lui S_5 şi S_6 este că "un individ este Q_1 şi un individ este Q_2."

Pasul crucial din argumentul lui Carnap este introducerea *funcţiei de măsură regulată*, m^*, care se distribuie conform următoarelor reguli: (1) măsura pentru toate descrierile de stare este una; (2) toate structurile au aceeaşi măsură; (3) toate descrierile de stare izomorfe au aceeaşi măsură [60]. Fiecăreia dintre cele 10 structuri din tabelul 1 i se atribuie o măsură 1/10, care apoi se împarte în mod egal la toate descrierile de stare izomorfe. Relaţia de probabilitate dintre o previziune P şi o evidenţă E se măsoară prin

$$C^*(P,E) = \frac{m^*(P,E)}{m^*(E)} \qquad (2)$$

unde $m^*(P, E)$ este mărimea tuturor descrierilor de stare în care atât P cât şi E sunt adevărate, iar $m^*(E)$ este măsura tuturor descrierilor de stare în care E este adevărată. Dacă, de exemplu, P = "i_2 este pătrat", E = "i_1 este alb", descrierile de stare, în care E este adevărată, sunt cele în care i_1 este fie Q_1, fie Q_3: S_1, S_3, S_5, S_7, S_8, S_9, S_{12}, S_{15}. Măsura lor este 1/2. Descrierile de stare, în care atât P cât şi E sunt adevărate, sunt cele în care i_1 este fie Q_1, fie Q_3 şi i_2 este fie Q_1, fie Q_2. Acestea sunt S_1, S_5, S_8 S_{12}, măsura lor este 1/4. Prin urmare, în acest caz, C^* =1/2. În acelaşi fel, constatăm, dacă P este înlocuit mai sus cu "i_2 este alb", atunci C^* = 3/5. În general, relaţia de probabilitate dintre P = "i_{n+1} este W" şi E = "m din $i_1, i_2, \ldots, i_n$ sunt W" este dată de formula:

$$C^* = \frac{m+w}{n+k} \qquad (3)$$

în care w este numărul de Q pentru care W este adevărat, iar k este numărul tuturor Q[61].

4. Acum putem examina problemele care sunt foarte clar prezentate în teoria lui Carnap. Mai întâi există restricţia prin care numărul de "predicate" devine finit. Dacă ele ar forma o infinitate numărabilă, formula (2) ar da rezultate diferite pentru "proprietăţile" exprimate printr-un număr

[60] *Ibid., p. 294, 563.*

[61] *Ibid., p. 568. Formula (3) generalizează prima regulă a succesiunii a lui Laplace.*

Scanned with OKEN Scanner

infinit de "predicate", în funcție de metoda lexicografică folosită pentru ordonarea predicatelor[62]. Dacă "predicatele" ar forma un continuum, ca în oricare limbaj care conține toate numerele reale, dificultatea ar deveni pur și simplu copleșitoare. A doua restricție, că "predicatele" trebuie să fie logic independente, este mult mai serioasă. Nici un limbaj real nu ar putea eventual să o satisfacă, chiar și în mare. Totuși aceasta nu înseamnă totul. "Omul Aristotel este muritor" rămâne în aceeași relație logică cu "Toți oamenii sunt muritori" fie că oamenii sunt împărțiți în "înalți" sau "scunzi", fie că nu sunt. Aceasta nu este valabilă nici în cazul logicii inductive a lui Carnap. Să presupunem că dorim să aflăm gradul de confirmare pentru "i_2 este ființă umană" pe baza evidenței că "i_1 este ființă umană". Dacă numai celălalt predicat este "valabil", atunci, conform formulei (3), obținem C^*=3/5. Îndată ce vom introduce un nou predicat, să zicem "înalt" - vocabularul nostru fiind astfel amendat continuu - gradul de confirmare a aceleiași previziuni, pe baza *aceleiași* evidențe, în *același* univers de indivizi descrește la 5/9.

Este evident că, dorind să aflăm o mărime a relației de probabilitate, noi ne confruntăm cu banala dificultate care afectează formula Bayes. De fapt, definiția lui Carnap, pentru gradul de confirmare nu este altceva decât o transliterare a formulei, în timp ce a sa "funcție de mărime regulată" sau "gradul de confirmare prin *evidență nulă*"[63], nu este altceva decât vechea noastră cunoștință, probabilitatea *a priori*. De asemenea, este foarte clar că regulile sale de determinare a mărimii regulate aveau în vedere Principiul rațiunii insuficiente. Abordarea acestor reguli va arăta, pentru a *n*-a oară, elementele incerte ale principiului. Carnap a ajuns la concluzia că nu există nici un motiv ca să tratăm o *structură* diferită de alta și nici un motiv ca să tratăm *descrierile stării ale aceleiași* structuri de pe *aceeași* poziție. Dar, după cum remarca el[64], ținând seama de Principiul rațiunii insuficiente, există aceeași justificare pentru a pune *toate* descrierile de stare pe aceeași bază, în care caz vom obține o măsură regulată diferită, m^+ (tabelul 1). Pe baza acestei noi măsuri, relația de probabilitate dintre previziunea "i_2

---

[62] *Aceasta ține de imposibilitatea definirii frecvenței (sau probabilității) într-o infinitate numărabilă fără a presupune o ordonare dată.*

[63] *Ibid., p. 289-290, 557-559.*

[64] *Ibid., p. 564.*

este pătrat" şi evidenţa "i_1 este pătrat" este egală cu aceea dintre *aceeaşi* previziune şi evidenţa *contrară* "i_1 nu este pătrat" (şi anume cu 1/2), care mai este şi o probabilitate *a priori* a aceleiaşi previziuni[65]. Carnap observă just că acest rezultat înseamnă tot una cu a nega că un om poate învăţa din *experienţă*. Din această cauză, Carnap respinge mărimea *m+*. Desigur, el admite că motivul nu este prea puternic. Totuşi, deoarece conceptul său de relaţie de probabilitate este conceput ca unul pur logic, fără nici o legătură cu lumea reală, modul în care cunoaştem această lume nu are nimic de-a face cu problema discutată. Din acest punct de vedere obiecţiile împotriva *m** par mult mai eficiente, deoarece ele rămân în domeniul logicii pure[66].

V. Expectativa şi convingerea subiectivă

1. Majoritatea expectativelor răspândite din viaţa reală nu corespund, nici măcar vag, vreunuia dintre modelele discutate până acum. Gândiţi-vă la ce se aşteaptă o firmă care cheltuieşte mari sume pentru cercetare, cu speranţa că va descoperi noi produse chimice. În mod cert, evidenţa cuprinde cazuri din trecut, în care cercetarea a fost încununată de succes. Dar cum se poate calcula aici raportul de frecvenţă a succesului ? Expectativa implică şi o anume legătură logică între *E* şi *P*, deoarece noul produs nu poate contrazice logic toate *E*. Dar cine poate determina relaţia de probabilitate a acestei legături logice? Şi totuşi, conducerea firmei acţionează pe baza unor asemenea expectative. Această observaţie a dus la un alt mod de abordare a probabilităţii, acela al Şcolii subiectiviste[67].

2. După doctrina subiectivistă, probabilitatea este un coeficient numeric care măsoară gradul de subiectivitate al încrederii în *P*.

---

[65] *Acest rezultat este general. Ibid., p. 565.*

[66] *Nu doresc ca prin aceasta să sprijin adoptarea m+ în locul m*, ci numai să subliniez arbitrariul existent în construcţia unei măsuri obiective a gradului de conexiune logică.*

[67] *Deşi unele elemente se întâlnesc în unele scrieri ale clasicizanţilor, ideea subiectivistă a ieşit la lumină numai o dată cu lucrările lui F.P. Ramsey, adunate sub titlul* Bazele matematicii şi alte scrieri asupra logicii *(New York, 1950), şi De Finetti,* La prévision *(citată în nota 17 de mai sus).*

Scanned with OKEN Scanner

Această doctrină este prima care a înţeles că ε presupune şi parametrul *I*. Într-adevăr, subiectiviştii subliniază faptul că probabilităţile numerice pentru ε(*I*, *E*, *P*) şi ε(*I'*, *E*, *P*) nu sunt în mod necesar aceleaşi deşi atât *I* cât şi *I'* sunt "indivizi raţionali"[68]. Dar aducându-l pe *I* în prim plan, subiectiviştii au aşezat un văl peste celelalte aspecte legate de expectative. Deoarece ei susţin că coeficientul numeric pe care o persoană îl atribuie gradului său de încredere în *P* este, în mare măsură, o chestiune de evaluare subiectivă, fără să aducă în mod necesar în sprijinul ei un argument decisiv[69]. El poate avea orice valoare cu condiţia ca ea să-i corespundă "unei opinii coerente, unei opinii legitime per se; fiecare individ este liber să adopte acea opinie [coerentă] pe care o preferă ..., pe care o *simte*"[70]. Singura restricţie este ca aceste convingeri ale individului să aibă o compatibilitate internă care se reduce la adăugarea de probabilităţi ale evenimentelor care se exclud reciproc şi la multiplicarea probabilităţilor evenimentelor independente[71].

Apropierea de esenţa teoriei lui De Finetti se poate face printr-un exemplu simplu. Un individ ştie că într-o urnă se află numai bile albe, roşii şi negre. Dacă el *simte* că probabilitatea extragerii unei bile albe, *p*, este mai mare decât aceea a extragerii unei bile roşii, *g*, dar egală cu aceea a extragerii unei bile negre, *r*, gradele de încredere în oricare dintre aceste alternative pot fi reprezentate prin orice numere, cu condiţia ca ele să satisfacă relaţiile $p = r > q$, $p + q + r = 1$. Motivele care l-au determinat pe individ să aleagă aceste numere nu trebuie legate în mod obligatoriu de conţinutul urnei sau de evidenţa extragerilor anterioare şi astfel, nu are nevoie de vreo justificare faţă de altcineva. Dar, odată alese aceste numere, individul (dacă este raţional) trebuie să atribuie probabilitatea $p+q$ unei extrageri a unei bile nonnegre, iar probabilitatea $2qr$ "uneia roşii şi uneia negre" pentru două extrageri independente. Dacă toate evenimentele incerte din lumea acelui individ ar fi extrageri combinate din aceeaşi urnă, cele trei numere (*p*, *q*, *r*) ar descrie complet structura specifică a încrederilor sale în probabilitate. În

---

[68] *Savage*, Bazele statisticii, *p. 3.*

[69] *Ibid., p. 65.*

[70] *De Finetti*, La prévision, *p.4, Vezi şi Savage*, Bazele, *p. 57.*

[71] *Faptul că logica trebuie să fie folosită la aplicarea acestor principii este, desigur, bine înţeles aici, ca în orice teoretizare despre "omul raţional":*

termeni mai generali, dacă *toate* evenimentele ar putea fi exprimate sub formă de polinoame booliene ale unor evenimente simple care trebuie numai să se excludă reciproc, structura convingerilor oricărui individ ar fi complet caracterizate de modul în care el ar distribui probabilitățile de producere a acestor evenimente simple. Această distribuție a probabilităților este, altfel, arbitrară și nu trebuie să reflecte vreun aspect stocastic al lumii materiale. Susținând că o asemenea teorie este pe deplin valabilă pentru abordarea acțiunilor raționale în ciuda incertitudinii, subiectivistul este axat ca un geometru care ar pretinde că orice geometrie echivalentă din punct de vedere al topologiei cu aceea a lumii materiale ar fi tot ceea ce ne trebuie pentru a explica modul în care noi înțelegem și folosim proprietățile spațiului. Deoarece, în mod cert, o teorie a probabilității nu poate prin ea însăși avea în vedere numai stabilitatea internă a actelor unui individ, așa cum susținea Savage[72]. Logica obișnuită ar fi suficientă pentru aceasta. Raționalitatea deciziilor individului implică și întrebarea dacă scala convingerilor sale reflectă proprietățile fenomenelor aleatorii. Chiar De Finetti a pus această întrebare: "Într-o infinitate de scale perfect acceptabile per se, există vreuna anume care să poată fi considerată *obiectiv corectă*, deși într-un sens încă necunoscut?"[73] Controversele dintre diferitele școli se axează exact pe ceea ce este un coeficient *obiectiv corect*, o problemă care nu poate fi rezolvată în mod subiectiv de către individul "care își pune întrebări"[74]. Legătura dintre realitatea fizică și lumea subiectivă impune un postulat suplimentar sau un principiu anume. Savage consideră că Principiul rațiunii insuficiente servește parțial acestui scop[75]. Dar dacă teoria subiectivistă ar conține acest principiu, cu greu ar fi deosebită de doctrina clasică[76].

---

[72] *Savage*, Bazele, *p. 56-57. "Fiindcă această teorie [a probabilității personale] este un cod de compatibilitate pentru persoana care o aplică*, nu un sistem de previziuni asupra lumii care îl înconjoară" *(ibid., p.59, inclusiv cursivele).*

[73] *De Finetti*, La prévision, *p.16.*

[74] *Savage*, Bazele, *p.51.*

[75] *Ibid., p.63 și urm.*

[76] *Punctul de vedere al subiectiviștilor apare în cele mai multe lucrări ale clasicizanților. A se vedea utilizarea probabilității în celebrul argument al lui Pascal privind avantajul credinței în Dumnezeu (Cugetările lui Pascal),*

Scanned with OKEN Scanner

A doua afirmaţie a lui Savage, că teoria subiectivistă este susceptibilă de adaptare ca să conţină orice "criterii acceptabile pentru a deveni mai accesibilă ... care au fost, poate, trecute cu vederea"[77], este fie neştiinţifică, fie extrem de categorică. Pentru că, dacă ea urmează să fie interpretată altfel decât în sensul că teoria trebuie modificată datorită unei noi dovezi, afirmaţia arată ca o judecată definitivă pe baza celor două axiome de bază ale probabilităţii.

3. Într-o recentă teorie, care poate fi considerată ultrasubiectivistă, Shackle renunţă, aproape în întregime, la consistenţa internă a convingerilor[78]. Dar cea mai importantă inovaţie a lui Shackle este înlocuirea "convingerii" cu "surpriza". Nu este greu de observat că această noutate îndepărtează de fapt analiza de problema principală. Într-adevăr, până la urmă, surpriza potenţială nu este altceva decât o completare trunchiată a convingerii.

Surpriza, aşa cum este înţeleasă de orice om şi cum este descrisă de Shackle, nu este decât starea mentală creată prin cunoaşterea rezultatului real al unui experiment. Dar această stare mentală *ex post* este condiţionată de gradul de convingere *ex ante*. Cu cât este mai mare încrederea în rezultat, cu atât mai mică va fi surpriza, dacă rezultatul se produce în fapt, şi invers[79]. Cu o singură excepţie (care va fi prezentată mai târziu), nu există surpriză fără un grad de convingere *ex ante*. Deoarece surpriza faţă de un rezultat variază invers în raport cu gradul de convingere în acelaşi rezultat, nimic nu ne împiedică să considerăm 1-p ca mărime ordinală a surprizei (în care p este probabilitatea subiectivă a aceluiaşi rezultat). Acum o mărime ordinală a *surprizei potenţiale* poate fi obţinută numai ţinând seama de definiţia lui Shackle a acestui concept: ea este egală cu $s = (1 - p) - (1 - \pi) = \pi - p$, în care π este cel mai mare dintre toate gradele de convingere corespunzătoare diferitelor rezultate care se exclud reciproc după care

---

traducere de H.F.Stewart, Londra. 1950, p. 119-120). Vezi şi analiza diferitelor opinii ale clasicizanţilor făcută de Keynes, Tratat, *p. 282 şi urm.*

[77] *Savage*, Bazele, *p.67; vezi şi p.59-60*

[78] *G.L.S. Shackle*, Expectativa în ştiinţele economice *(Cambridge, Eng., 1949)*. Incertitudinea în ştiinţele economice şi alte consideraţiuni *(Cambridge, Eng., 1955)*.

[79] *Shackle*, Expectativa în ştiinţele economice, *p.11*.

Scanned with OKEN Scanner

individul împarte evenimentele[80]. Desigur, gradul de surpriză potențială nu este adițional. Este adevărat că "gradul de surpriză potențială atribuit elementelor unei mulțimi exhaustive de ipoteza opusă ... nu trebuie să fie însumat unui anume total"[81], nu fiindcă ele "sunt independente unul față de altul"[82] - și în mod cert nu sunt așa -, ci fiindcă ele se schimbă o dată cu π, adică cu divizarea mulțimii tuturor rezultatelor. Deși Shackle vede în caracterul nonadițional al surprizei potențiale un avantaj față de abordarea privind probabilitatea[83], chiar cauza caracterului nonadițional pare punctul cel mai vulnerabil al tezei lui. Să luăm cazul unei urne care conține 51 de bile negre și 49 de bile roșii. Conform definiției lui Shackle, un individ poate fi pe deplin îndreptățit să perceapă un anume grad pozitiv de surpriză potențială, dacă a pariat pe negru și este extrasă o bilă roșie. Dar, conform aceleiași definiții[84], același individ nu trebuie să fie deloc surprins dacă, fiind incapabil să stabilească care număr va ieși câștigător la loteria irlandeză, va cumpăra primul bilet care i se oferă și apoi va câștiga[85].

---

[80] *Ibid., p.12. Formularea axiomatică a teoriei (ibid., p.131-132) este, totuși, mai puțin clară. Axioma 1, de exemplu, cu greu își merită titlul. Unele axiome, mă tem, vor contrazice atitudinea oricărui individ rațional. Dacă am înțeles corect, Axioma 7 presupune faptul că coincidența a două evenimente neobișnuite nu trebuie să surprindă mai mult decât fiecare apariție a lor, luată separat. S-ar putea ca mărimea ordinală propusă mai sus să nu reflecte conceptul lui Shackle. Sper ca el să dea o formulare a relației dintre gradul de surpriză potențială și gradul de convingere mai exactă decât cea vagă a axiomelor 1 și 3.*

[81] *Shackle,* Incertitudine în științele economice, *p.69.*

[82] *Ibid., p. 69.*

[83] *Shackle,* Expectativa în științele economice, *p.40;* Incertitudinea în științele economice, *p. 9-10, 27.*

[84] *Vezi* Expectativa în științele economice, *p.113, și* Incertitudinea în științele economice, *p.41,69.*

[85] *Acest paradox poate fi evitat dacă π, de exemplu, în loc să reprezinte cel mai înalt grad de convingere dintr-o porțiune dată este luat drept acel grad de convingere pe care individul îl consideră ca limită superioară a rezultatelor neobișnuite. Unele pasaje din lucrările lui Shackle par să indice că toate rezultatele surprizei pozitive sunt neobișnuite în acest sens și viceversa, de exemplu.* Incertitudine în științele economice, *p.39 și urm. Dar, atunci, de ce să nu folosim, pur și simplu, gradul de convingere și să înlocuim schemele din*

Scanned with OKEN Scanner

Stabilind *raţiunea de a fi* a conceptului de surpriză, Shackle afirmă că "nu poţi în acelaşi timp să crezi pozitiv în (să ai o încredere mai mare decât zero în) ambele (toate) ipotezele (care se exclud reciproc). De aceea trebuie să folosim o mărime a neîncrederii [adică surpriza potenţială]"[86]. Desigur, vom accepta acest argument, dacă mereu nu am avut încredere în toate ipotezele rivale cu excepţia uneia. Dar, fiindcă nu este aşa şi nici Shackle nu presupune aşa ceva, putem inversa întrebarea astfel: cum este posibil ca o persoană să aibă, în acelaşi timp, diferite grade de neîncredere în mai multe decât într-una dintre ipotezele contradictorii?

Totuşi există o situaţie în care *raţiunea de a fi* a surprizei este evidentă şi pentru care "gradul de convingere nu constituie un remediu". Avem nevoie de "surpriză" pentru a descrie starea mentală *ex post* care nu are un corespondent *ex ante* sau, cu alte cuvinte, starea mentală creată de un rezultat care nici nu a fost luat în considerare de vreuna dintre ipotezele contradictorii. Această "surpriză" reprezintă accentul pus pe istorie, pe noua descoperire, pe învăţătură, în general. Şi deşi Shackle introduce un corelativ *ex ante* pentru această situaţie (ipoteza *reziduală*), surpriza *pură* capătă o expresie de care este capabilă numai una dintre feţele lui Ianus - aceea care priveşte spre trecut. Deoarece teoria deciziilor priveşte exclusiv viitorul văzut din prezent, ea are o utilitate minimă - dacă are - pentru acest concept de semnal.

4. Măsurabilitatea ordinală constituie de departe o problemă mai importantă pentru filosofia subiectivistă decât pentru celelalte şcoli, care începe cu formula numerică de definire a probabilităţii. Totuşi, numeroşi subiectivişti au abordat această problemă "en gros". O prezentare la scară redusă este oferită de afirmaţia imperativă a lui Shackle că "judecata omului îl face pe acesta să atribuie anumite grade de surpriză potenţială ipotezelor de câştig date"[87]. Majoritatea subiectiviştilor - cu

---

fig.III, 1 (ibid., p.40) cu una în care ordonata reprezintă gradul de convingere până la π? ("Ordonarea internă" ar deveni atunci un fel de "interval de încredere".)

[86] *Ibid., p.66-67.*

[87] *Shackle,* Expectativa în ştiinţele economice, *p.40. Shackle este, probabil, singurul subiectivist care merge atât de departe în privinţa gradelor de convingere, pe baza unei scale absolute a comparaţiilor interpersonale (ibid.,*

Scanned with OKEN Scanner

excepția notabilă a lui Savage - nici nu pare să sesizeze că lucrurile pot sta și altfel. Filosofia care cuprinde părerile subiectiviștilor apare în observația lui Ramsey că este "de înțeles că gradele de convingere ar putea fi măsurate cu un psihogalvanometru sau cu un instrument similar"[88].

Nu au lipsit schemele care să indice, numai cu ajutorul comparabilității, cum pot fi atribuite expectativelor rangurile numerice. Una, întâlnită în mod obișnuit, o găsim în lucrăriie lui Edgeworth și ale lui Pareto despre utilitate[89]. Ideea este de a atribui 1/2 expectativei "la distanță egală" între imposibilitate și certitudine, 1/4 și 3/4 celor "la distanță egală" între această expectativă de mijloc și imposibilitate și respectiv, certitudine și așa mai departe. Dar sub stratul superficial al acestui argument aparent convingător se ascunde "eroarea ordinalistului".[90] Putem să ne referim din nou la exemplul scării. Dacă există, să zicem, nouă trepte și numai cinci numere disponibile, putem,

---

p.32-33; de asemenea, Incertitudine în științele economice, *p.32). Ideea că variabilele complexe și extrem de greu de cântărit, cum ar fi starea mentală, posedă o* scală absolută *este foarte surprinzătoare, având în vedere faptul că fizica a eliminat de mult timp scala absolută a unor variabile fizice. Pentru o tratare remarcabilă a lipsei de sens a scalei absolute, vezi M.Allais,* Traité d'économie pure *(Paris, 1952), I, p. 220-239.*

[88] *Ramsey,* Bazele matematicii *(nota 67 de mai sus), p.161.*

[89] *F.Y.Edgeworth,* Lucrări de politică economică *(Londra, 1925), II, p. 473; V.Pareto,* Manuel d'économie politique *(Paris, 1909), p. 264. Și alți scriitori s-au folosit de același instrument: de exemplu, A.L.Bowley,* Bazele matematice ale științelor economice *(Oxford, 1924), p. 2. O. Lange,* Caracterul determinat al funcției utilității, Review of Economic Studies, *I (1933-34), p. 218-225. și "Note asupra caracterului determinat al funcției utilității, III", ibid. II (1934-35), p. 75-77; W.E.Armstrong,* Caracterul determinat al funcției utilității. Jurnalul economic, *XLIX (1939), p. 453-467, și* Incertitudinea și funcția utilității, *ibid., XLIII (1948), p. 1-10.*

[90] *Georgescu-Roegen,* Alegere, expectative și măsurabilitate, Quarterly Journal of Economics, *LXVII (1954) 522, 527-5528 [în acest volum, p. 99-101, 107]. Desigur, aceasta nu se referă la acele argumente - de exemplu, cele ale lui Shackle sau ale lui Savage - care foloseau același instrument sau unul similar pentru a stabili o scală specifică, numai după ce stabileau că probabilitatea este un număr.*

Scanned with OKEN Scanner

prin procedeul de mai sus, să atribuim numerele 1, 2, 3, 4, 5 treptei 1, a 3-a, a 5-a, a 7-a şi, respectiv, a 9-a. Va rămâne, totuşi, patru trepte care nu sunt incluse în scala noastră numerică[91].

5. O cale surprinzătoare de a clarifica problema a fost supusă atenţiei de Ramsey într-o lucrare, acum faimoasă; *Adevăr şi probabilitate*[92]. El a propus măsurarea probabilităţii subiective prin cota de pariere pe care individul doreşte să o accepte pentru un eveniment incert dat[93], o idee care nu era cu totul nouă. Dar Ramsey, a fost primul care a înţeles că, pentru a obţine mărimea corectă, cota de pariere trebuie exprimată în termeni de utilitate, nu în termeni de bani. Astfel, el a fost obligat să-şi extindă cercetările pentru a introduce măsurarea utilităţii subiective. Rezultatul a fost o teorie de o eleganţă remarcabilă, în care cele două concepte subiective au apărut ca un complex indisolubil. Dar lucrarea lui Ramsey constituie o piatră de hotar pentru crearea teoriei subiectiviste şi din alt motiv. Ramsey a inversat unghiul de vedere tradiţional în sensul că scopul teoriei probabilităţii este să arate unei persoane ce şanse să accepte într-un pariu dat şi şi-a propus să studieze "măsurarea convingerii *qua* bază de acţiune"[94]. Cu aceasta, el a pus prima piatră la temelia teoriei moderne a deciziilor. Contribuţii ulterioare la aceasta au îmbunătăţit argumentul originar al lui Ramsey, dar, până acum ideile importante din lucrarea sa au dominat gândirea şcolii subiectiviste[95].

Ar fi o greşeală, totuşi, să considerăm contribuţia lui Ramsey ca o teorie a probabilităţii în adevăratul sens al cuvântului. Într-adevăr, teoria lui nu ne spune ce *este* probabilitatea. Ea numai ne indică cum pot diferitele

---

[91] *Iată ce se întâmplă dacă aplicăm procedeul unei categorii infinite de expectative. (vezi mai jos, Secţiune VI, 6) O idee mai apropiată folosită de De Finetti,* La prévision, *p.5,16, care ajunge la o scală numerică prin descompunerea certitudinii într-un număr arbitrar de mare de evenimente care se exclud reciproc şi la fel de probabile, suferă de aceeaşi greşeală.*

[92] *Ramsey,* Bazele matematicii, *cap. VII. Scrisă în 1926, lucrarea a fost publicată postum în 1931. Cartea citată este colecţia de eseuri ale sale din 1950.*

[93] *Ibid., p.172 şi urm.*

[94] *Ibid., p.171.*

[95] *În acest sens a se vedea* Savage, Bazele statisticii. *Această lucrare incitantă, prin reprezentanţii importanţi ai şcolii subiectiviste din Statele Unite conţine o reformulare extrem de pertinentă şi de eficientă a sintezei lui Ramsey, având drept cadru general concepţia lui De Finetti privind probabilitatea subiectivă.*

Scanned with OKEN Scanner

alegeri făcute de o persoană, dacă sunt interpretate conform ipotezelor lui Ramsey, să ne conducă la o mărime ordinală a probabilităţii subiective. Prin urmare, lacuna teoriei subiectiviste (menţionate mai sus, 2) nu este câtuşi de puţin influenţată de teoria lui Ramsey.

VI. Harta expectativelor

1. Faptul că expectativa a condus la atâtea teorii ale probabilităţii - ireconciliabile una cu alta, deşi fiecare se potriveşte perfect cu propriul cadru analitic - ar fi trebuit considerat de mult timp ca semn al faptului că harta expectativelor nu constă într-un singur traseu dintre doi poli: imposibilitatea absolută, I, şi certitudinea absolută, C (figura 6.2). Aceşti poli au acelaşi rol în toate teoriile, deoarece ei corespund celor două stări mentale care au acelaşi înţeles pentru toţi indivizii lucizi. Dar ce se poate spune despre celelalte expectative? Există un traseu unic între I şi C pe orice expectativă trebuie să aibă un loc definit? Există mai multe asemenea căi sau expectativele acoperă întregul spaţiu dintre I şi C?[96] Nu se poate ajunge la înţelegerea procesului prin care se iau decizii fără a răspunde mai întâi la aceste întrebări, cel puţin dintr-o perspectivă generală.

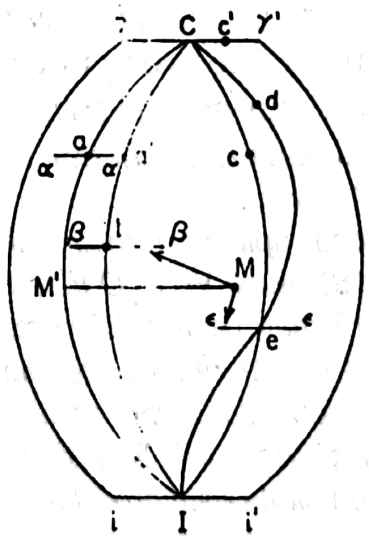

Figura 6.2

[96] *Trebuie să arăt că folosirea* diagramei *bidimiensionale (fig.6.2) nu înseamnă că eu asociez mulţimea tuturor expectativelor cu o hartă în plan. Harta reală a expectativelor este mult mai complicată.*

Scanned with OKEN Scanner

2. Se poate stabili o corespondenţă care păstrează o ordine de unu-la-unu între expectativele a căror evidenţă conţine valoarea numerică a raportului frecvenţelor din rezultatul *P*, calculat pentru spaţiul corespunzător al fazei Ω,[97] şi punctele de pe linia IaC. Expectativele stabilite prin teoria frecvenţei pot fi reprezentate şi ele în acelaşi fel, prin punctele de pe o linie IbC[98]. Infinitatea complexă a cvasicertitudinilor şi aceea a cvasiimposibilităţilor sunt reprezentate prin aleile laterale care se deschid din aceste două căi, γC şi Il. Situaţia corespunzătoare pentru expectative cum ar fi a sau b este indicată prin segmentele de linie αa, βb.

Urmează categoria expectativelor a căror evidenţă nu conţine nici un raport de frecvenţe, dar care arată o anume legătură logică între *E* şi *P*. Deşi nu există nici o cale de a face comparabile toate aceste expectative[99], există cazuri, cum ar fi exemplul anterior[100], în care compararea unor asemenea expectative nu creează probleme. Putem considera că ele se află pe o linie între I şi C, în ordinea comparării lor, dar fără să identificăm poziţia lor printr-un număr determinat pentru fiecare expectativă ca atare. Mai mult, categoria tuturor expectativelor care pot fi comparate cu altele nu formează o categorie de expectative comparabile, deoarece criteriul care justifică compararea lor se modifică în ceea ce priveşte tipul şi conţinutul. De aceea, trebuie să avem în vedere o infinitate de asemenea căi imaginare între I şi C, care să facă legătura între imaginile date de relaţiile de probabilitate care pot fi comparate. O cale, IecC, de exemplu, va fi folosită pentru acele

---

[97] *Secţiunea II, 4 de mai sus.*

[98] *Am observat (Secţiunea II, 3) că în calea identificării acestei categorii cu cea precedentă se interpune controversa Bertrand-Azaïs. Prin urmare, deşi, în felul nostru, putem extrage esenţialul din această controversă, vom păstra, de dragul logicii, cele două imagini a şi a' corespunzătoare aceleiaşi valori pentru cei doi coeficienţi de probabilitate, aşteptând soluţia paradoxului.*

[99] *În plus faţă de argumentele prezentate în Secţiunea IV, trebuie menţionat aci un rezultat extrem de important obţinut de Koopman, "Axiome" (citat în nota 3 de mai sus), p. 289: chiar introducerea unui postulat similar, aceluia folosit de De Finetti - că pentru* oricare *număr întreg* n *există o scală de* n *afirmaţii echivalente şi care se exclud reciproc - nu face posibilă atribuirea unui număr fiecărei expectative. Rămâne, totuşi, o categorie de expectative neevaluabile.*

[100] *Secţiunea IV, 2, de mai sus.*

Scanned with OKEN Scanner

expectative care au aceeaşi *E'*, o alta, IedC, pentru expectativele care au aceeaşi *P'*. Evident, asemenea căi se intersectează în punctul e care corespunde expectativei ε(*I*,*E'*,*P'*).

Dar reprezentând astfel relaţiile de probabilitate pe hartă, nu cumva am omis unele elemente ale problemei care ar justifica o altă configuraţie? Carnap s-a străduit să stabilească o legătură între ultimele categorii de expectative şi acelea din IbC, argumentând că probabilitatea$_1$ (relaţia de probabilitate) este egală cu probabilitatea$_2$ (probabilitatea de frecvenţă)[101]. Dacă aceasta ar fi adevărată, toate căile IeC ar deveni una cu IbC. Totuşi nu este greu să observăm că argumentul lui Carnap este departe de stabilirea unei legături între cele două con-cepte[102]. Contradicţia care apare în cazul echivalenţei a celor două concepte este clar ilustrată de exemplul anterior al individului care ştie că un triunghi are un unghi de 60^0 şi se întreabă dacă este şi echilateral[103].

3. Desigur, harta ar fi incompletă dacă nu am introduce expectative, cum ar fi *M*, care să aibă, în acelaşi timp, o oarecare similitudine cu mai mult de un model deja trasat pe hartă. Deşi asemenea expectative acoperă aproape complet căile existenţei umane, cele mai multe teorii le-am escamotat ascunzându-le în spatele existenţei unui concept al probabilităţii măsurabile. Pentru a vedea dacă mintea omului poate, printr-o anume putere de abstracţie, să reducă întreaga hartă la o singură cale sau, dimpotrivă, nefiind în stare de aceasta, dacă poate să se deplaseze în cadrul acestei structuri complexe, vom lua în considerare următoarele evidenţe privind urnele care conţin bile identice, exceptând culoarea:

e_1 = în U_1, două treimi dintre bile sunt albe şi o treime sunt negre;

e_2 = frecvenţa culorii albe la 3,426 de extrageri independente din U_2 a fost 2/3;

---

[101] *Carnap*, Bazele logicii, *p. 164 şi urm.*

[102] *G.Bergman*, Câteva observaţii asupra logicii inducţiei de Carnap, Filosofia ştiinţei, *XIII (1946), p. 77, a lăsat puţine lucruri de spus când afirmă că "deoarece nu există nici un capitol al mecanicii care să conducă de la principiul (euristic) al indiferenţei la frecvenţa rezultată din aruncarea unui zar, tot astfel nu există nici o analiză filosofică a inducţiei care să fie un mediator între probabilitatea$_1$ şi probabilitatea$_2$".*

[103] *Secţiunea II, 2, de mai sus.*

Scanned with OKEN Scanner

e_3 = trei extrageri independente din U_2 au avut ca rezultat două bile albe și una neagră;

e_4 = urna U_4 conține câteva bile.

Acum, să-i cerem unui individ să stabilească o cotă a pariului pentru fiecare urnă după ce l-am avertizat că el va trebui să accepte pariul fie pe alb, fie pe negru, conform alegerii adversarului său care cunoaște conținutul urnei. Orice individ lucid va stabili o cotă a pariului de 1/2 pentru U_1, U_2, U_3 și posibil și pentru U_4. Totuși el va prefera U_1 lui U_2, U_2 lui U_3 și U_3 lui U_4. Motivul acestei preferințe este că e_2 și e_3 conțin numai o estimare empirică și că informațiile de la e_3 sunt mai puțin *credibile* decât acelea de la e_2. Se observă astfel că și expectativele cu o structură foarte simplă au două dimensiuni: cota pariului și *credibilitatea* care i se atribuie. Un exemplu mai realist ar putea indica existența altor dimensiuni. Putem ști, de exemplu, că persoana care a indicat evidența e_2 nu este tot atât de credibilă ca aceea care a indicat e_1. Alte dimensiuni pot rezulta din legătura logică dintre elementele lui *E* și *P*. Mai mult, nu pare probabil faptul că toate dimensiunile credibilității sunt ușor de măsurat. Dar și dacă ar fi, am avea nevoie de mai multe psihogalvanometre pentru a detecta toate variațiile expectativelor, probabil câte un psihogalvanometru pentru fiecare reacție primară de care este capabilă mintea umană, adică va trebui să recurgem la numerele complexe pentru identificarea fiecărei expectative.

4. Incertitudinea după Knight este ilustrată de U_4, având o formă , o dimensiune, o culoare etc. necunoscute prin experiența din trecut a *E*. Teza lui Knight este aceea că trebuie să facem o distincție între (1) *expectativele riscante*, a căror evidență constă în valoarea teoretică a probabilității evenimentului prevăzut, și (2) *expectativele incerte*, a căror evidență constă în lipsa informațiilor despre evenimentul prevăzut. Aceste două categorii constituie, totuși, două categorii extreme care, strict vorbind, nu pot reprezenta expectativele obișnuite din viața reală. Dar așa cum "infinitul" conceptelor teoretice devine "un număr suficient de mare" în cazul aplicațiilor reale, tot așa putem include în cadrul expectativelor riscante acele expectative având o credibilitate suficient de mare (ca în cazul U_2) și în cadrul expectativelor incerte pe acelea având o foarte mică credibilitate (urna U_3).

Scanned with OKEN Scanner

5. Poziţia adepţilor probabilităţii văzute ca un concept unificator al tuturor expectativelor este aceea că orice expectativă incertă poate fi redusă la o expectativă riscantă. Şi fiindcă expectativele riscante sunt măsurabile din punct de vedere ordinal, tot astfel sunt *toate* expectativele. Cel mai semnificativ argument adus în sprijinul acestei echivalenţe este observaţia că orice individ, dacă este *constrâns*, va indica o cotă a pariului pentru fiecare rezultat. Astfel se evită toate celelalte dimensiuni prin excluderea lor din întrebarea pusă individului. Dacă un căpitan este rugat să comunice numai latitudinea vasului, răspunsul lui va conţine numai un număr. Dar aceasta nu înseamnă o dovadă că poziţia sa pe glob constă numai în latitudine. Totuşi, se poate argumenta că această analogie ignoră o distincţie importantă între poziţia pe glob şi expectativă, că cota pariului şi credibilitatea sunt substituibile în acelaşi fel în care sunt două mărfuri: mai puţină pâine dar mai mult unt pot lăsa consumatorul ca mai înainte. Dacă s-ar întâmpla aşa, atunci, în mod evident, expectativa s-ar putea reduce la un concept unidimensional, exact aşa cum coşul multidimensional cu bunuri se reduce la ofelimitatea unidimensională a lui Pareto. Totuşi, substituibilitatea bunurilor consumatorului se bazează pe ipoteza tacită că toate mărfurile conţin ceva - denumită utilitate - într-un grad mai mare sau mai mic; prin urmare, substitutibilitatea reprezintă un alt nume pentru compensarea utilităţii. Problema crucială a expectativei este, atunci, dacă credibilitatea şi cota pariului au o esenţă comună, astfel încât compensarea acestei esenţe comune să aibă sens. Aceasta nu este o problemă inutilă, deoarece conceptele importante care ţin direct de expectative sunt cunoscute ca esenţial diferite de probabilitate în sensul de cotă raţională a pariului: nici probabilitatea inversă şi nici eventualitatea nu se pot reduce la probabilitate.

Indiferent cum am privi-o, cota pariului reflectă o estimare a constanţei fizice care descrie conţinutul urnei reale sau a aceleia care, în mintea individului, reprezintă un model echivalent. Nu ar fi util pentru teza măsurabilităţii ordinale să argumentăm că esenţa cotei pariului nu este întotdeauna aceea a unei constante fizice, fiindcă ea este expresia unui fenomen pur subiectiv, nu rezultatul unui proces de echivalare. Dar să admitem, de exemplu, că un individ indică o cotă a pariului de 1/6 pentru o ploaie în cursul sfârşitului de săptămână. Dacă el nu este indiferent faţă de domeniul cuprins între acest pariu şi pariul cu aceleaşi

Scanned with OKEN Scanner

şanse pe "as" în cazul aruncării unui zar real, înseamnă pur şi simplu că aceeaşi cotă a pariului acoperă expectative nonechivalente. Dacă este indiferent, înseamnă că esenţa cotei pariului este aceea a unei constante fizice. Dar, atunci, nu se pune problema unei compensări între aceasta şi credibilitate. Dacă evidenţa impusă de un barometru foarte incert este aceea a unei presiuni atmosferice de 27.5 inci, ar mai avea sens să spunem că puţin din presiunea atmosferică se poate da în schimbul creşterii suplimentare a credibilităţii? Dacă nu, atunci nu are sens nici să dăm o parte din cota pariului în schimbul unui grad de credibilitate în plus.

6. Binecunoscutele reguli ale succesiunii par să reprezinte exemple de compensare între coeficientul de pariere şi credibilitate, deşi regulile propriu-zise nu au deloc în vedere acest aspect. Pentru a clarifica această chestiune, să luăm în considerare mulţimea tuturor expectativelor $\varepsilon_{m,n}$ definite prin

$e_{m,n}$ = "Din $m+n$ bile extrase din $U_{m,n}$, m ar fi albe",

P = "Următoarea bilă extrasă din $U_{m,n}$ va fi albă".

Fiecare $\varepsilon_{m,n}$ se poate reprezenta prin punctul (n,m) al cadranului nonnegativ nOm (figura 6.3). Fiecărei expectative îi corespunde o frecvenţă observată a "albului", $f_{m,n} = m/(m+n)$, cu excepţia incertitudinii pure $\varepsilon_{0,0}$ pentru care nu există o frecvenţă observată. Toate punctele de pe OA, de exemplu, au aceeaşi frecvenţă, 7/8. Se pare că nu există nici o problemă dacă considerăm numărul de observaţii ($c = m+n$) ca un indice de credibilitate pentru fiecare $\varepsilon_{m,n}$. Acum, dacă extragerea unei bile albe este rezultatul cel mai de dorit, orice individ lucid va prefera extragerea din $U_{3,0}$, iar nu din $U_{0,3}$. Aceasta pare să fie obişnuinţa din totdeauna, justificarea ei fiind oferită de Laplace[104]. Totuşi există o altă ordonare a preferinţelor dintre expectativele care au aceeaşi frecvenţă observată. Astfel, N_3 este preferat lui N_5, iar M_7 lui M_3.[105] Şi acest principiu pare de asemenea intuitiv, deşi i se pot aduce în sprijin alte

[104] *Cunoscută ca "a doua regulă a succesiunii a lui Laplace", dar prezentată de Laplace drept metoda celei mai probabile valori, această regulă arată că "cea mai bună" ghicire a conţinutului real din urnă este frecvenţa observată, care, astfel, devine cota pariului (Laplace,* Oeuvres, *VII, 280 şi urm.).*

[105] *Direcţia preferinţei se inversează când intersectăm OB.*

Scanned with OKEN Scanner

argumente. Individul are o mai mare încredere în ipoteza că urna $U_{0,5}$ conține numai bile nonalbe față de aceeași ipoteză pentru $U_{0,3}$.

Lăsând deoparte $\varepsilon_{0,0}$, observăm că mulțimea tuturor $\varepsilon_{m,n}$ este comparabilă dacă cele două criterii sunt folosite în ordinea: cota pariului, credibilitate[106]. Comparabilitatea nu este afectată de introducerea expectativelor riscante ε^p, corespunzând urnei U^p cu o proporție cunoscută, p, de bile albe. Aceste expectative pot fi reprezentate prin puncte la infinit Ω_p. Mulțimea alcătuită astfel oferă elemente mai utile pentru discutarea măsurabilității ordinale decât exemplele simple din secțiunile precedente. Este evident că ierarhizarea tuturor ε^p epuizează complet toate numerele reale cuprinse între 0 și 1. Prin urmare, expectativa $\varepsilon_{3,0}$, de exemplu, trebuie fie să rămână fără rang sau să i se atribuie același rang pe care îl are una dintre ε^p. În prima variantă, pe măsură ce trecem de la o expectativă la "următoarea" care începe cu ε^0 și se termină cu ε^1, vom întâlni faze care nu au nici un rang[107]. Dacă, pe de altă parte, expectativelor $\varepsilon_{m,n}$ li se atribuie ranguri deja folosite pentru ε^p, înseamnă că există un principiu al echivalenței între toate expectativele avute în vedere. Dar un asemenea principiu presupune că cota pariului și credibilitatea sunt substituibile. Toate "regulile succesiunii" converg, de fapt, spre introducerea unor curbe de indiferență în figura 6.3. Totuși, regulile propuse până acum (ale lui Laplace și ale lui Carnap) admit că probabilitățile *a priori* sunt cunoscute. Prin urmare, nu există nici o urmă a incertitudinii pure în conținutul lor teoretic care implică numai expectative riscante[108]. Aceste reguli de succesiune stabilesc numai o echivalență între expectative riscante (figura 6.3).

Desigur, se poate găsi o justificare a principiului substituției în faptul că o persoană, căreia i se promite un premiu dacă o bilă albă este extrasă dintr-o urnă aleasă, ar putea să aleagă $U_{20,4}$ în loc de $U_{1,0}$. Totuși, această alegere ar putea reflecta numai faptul ca informațiile cu

---

[106] *Longitudinea și latitudinea din exemplul menționat în Secțiunea I,4 au servit unui scop identic.*

[107] *Aceasta arată și eroarea schemei prezentate în Secțiunea V, 4, care atribuie grade numai lui ε^p și omite faptul că o infinitate de expectative este lipsită de ranguri.*

[108] *A se observa faptul că o cotă a pariului este atribuită lui $\varepsilon_{0,0}$.*

Scanned with OKEN Scanner

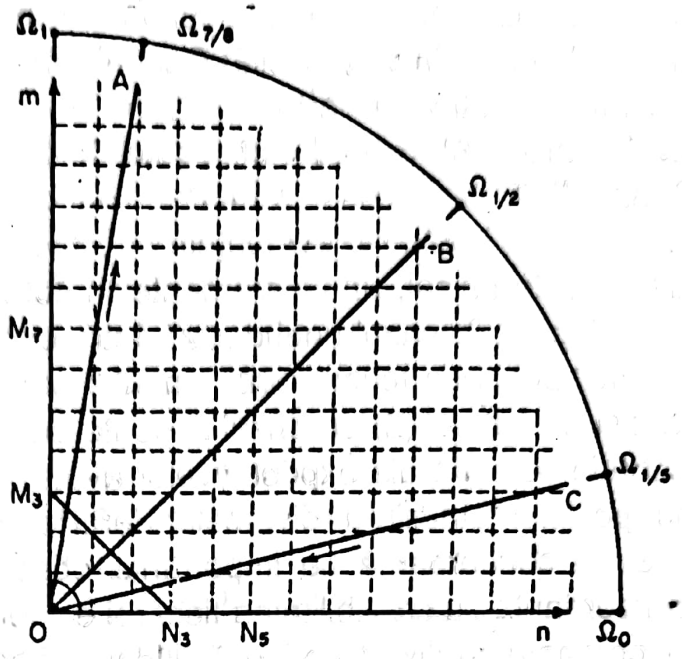

Figura 6.3

o credibilitate foarte mică sunt complet ignorate dacă există altele mai credibile. Se pare că oamenii preferă să aibă de a face cu expectativele riscante în locul incertitudinilor lui Knight, ca două categorii distincte: totuşi, aceasta nu este o dovadă că în cadrul fiecărei categorii ele substituie credibilitatea cotei pariului[109].

VII. Decizii şi raţionalitate

1. Chiar expectativele de o simplitate geometrică, cum ar fi $\varepsilon_{m,n}$, nu pot fi reprezentate pe harta noastră printr-o linie între I şi C. Trebuie să folosim o dimensiune suplimentară şi să reprezentăm toate expectativele $\varepsilon_{m,n}$ care au aceeaşi cotă a pariului, b, prin $b\beta'$. Ne putem uşor imagina, atunci, dificultăţile de netrecut de reprezentare pe acea hartă a expectativelor ceva mai complicate, fără a le mai pomeni pe cele cu care ne confruntăm, în mod obişnuit, în viaţa de zi cu zi. Prin urmare, pentru a ajunge la o decizie în cazul unei incertitudini nu este nevoie de nimic altceva decât de a naviga cu ajutorul unei hărţi care să facă faţă oricărei sinuozităţi imaginabile.

---

[109] *Întâmplător, nici una dintre regulile cunoscute ale succesiunii nu prezintă* uniform *substituirea invocată.*

Totuşi, dificultăţile acestei sarcini copleşitoare sunt diminuate de unele circumstanţe obişnuite din viaţa reală. Cazurile în care trebuie să localizăm exact poziţia noastră pe hartă sunt rare şi ele presupun, de obicei, expectativele care sunt în mod cert legate de o zonă principală de trecere, IaC sau IbC. Iar când avem de ales dintre mai multe expectative pentru a lua o hotărâre, evidenţele şi previziunile ce ţin de aceste expectative au, de obicei, unele elemente în comun. Abia dacă suntem chemaţi să alegem, în cazul unei decizii, între expectativele fără nici o legătură între ele, aşa cum sunt următoarele două: (1) un dreptunghi poate fi şi un pătrat, (2) produsul A poate aduce un profit de 12 la sută. Elementele comune ale expectativelor avute în vedere la un moment dat fac posibilă stabilirea diverselor ierarhii printre aceste expectative: unele, în concordanţă cu importanţa observaţiilor anterioare; altele, în concordanţă cu credibilitatea fiecărei evidenţe în parte; şi încă altele, în concordanţă cu diversele legături logice dintre fiecare *E* şi *P* corespunzător. Deoarece nu toate aceste variabile sunt măsurabile ordinal sau chiar comparabile pe o bază obiectivă, procesul prin care ele sunt comparate este în mare măsură subiectiv. (Acesta este momentul în care variabila *I* iese mult în faţă.) Dar o dată stabilite aceste variabile, ierarhia în oricare direcţie poate fi stabilită de orice individ lucid, conform acelei teorii a probabilităţii care are legătură cu acea proprietate specifică a expectativei: observaţiile anterioare, credibilitatea, relaţia logică. Astfel, expectativele, cum ar fi M (figura 6.2), ar trebui ierarhizate o dată după frecvenţă şi o dată după criteriul relaţiei logice. Dacă toate expectativele avute în vedere sunt ierarhizate în aceeaşi ordine, sarcina este încheiată. Din păcate, diferitele ierarhii sunt contradictorii în cea mai mare parte a timpului. Să luăm un fabricant de textile care se gândeşte să-şi mute o fabrică în Sud. Probabil, el nu va avea probleme ca să ierarhizeze diferitele regiuni după frecvenţa succesului altor firme care şi-au mutat fabricile acolo. Dar cum va împăca el această ierarhizare cu logica teoriei economice, după care cererea în creştere duce la creşterea preţurilor factorilor de producţie? Se va hotărî el să se mute într-o regiune în care există deja cel mai mare număr de fabrici eficiente sau în aceea în care nu există o concurenţă pentru factori locali de producţie? Ca să facă o alegere, fabricantul trebuie să facă o apreciere a ierarhiilor care se opun una alteia, ca unul care cântăreşte elementele

Scanned with OKEN Scanner

"pro" şi "contra" din argumentele obişnuite. Dar această apreciere este, în mare măsură, o chestiune subiectivă, dacă nu cumva arbitrară[110]. Şi, deoarece aprecierea argumentelor pare refractară la orice analiză numerică, este greu de imaginat cum întreaga operaţie poate duce la atribuirea unui număr fiecărei expectative avute în vedere. Ceea ce reflectă mai mult faptele noastre este preferinţa, iar preferinţa nu este neapărat o măsură.

La argumentul că nimeni nu pare capabil să atribuie un număr exact fiecărei expectative, susţinătorii "expectativei măsurabile" au răspuns că acesta reflectă numai dificultatea inerentă unei măsurători precise, comune tuturor ştiinţelor[111]. Această analogie omite o diferenţă esenţială. Dificultatea atribuirii unui număr lui M nu constă în determinarea exactă a poziţiei sale pe o scală măsurabilă pe cale ordinală - aşa cum este cazul constantelor fizice şi, prin urmare, al lui a sau a' -, ci una cauzată de faptul că expectativa corespunzătoare nu este un element al unei mulţimi măsurabile pe cale ordinală. Într-un caz căutăm ceva care este acolo, în celălalt, ceva care nu este.

2. În unele cazuri rolul variabilei personale *I* capătă o importanţă covârşitoare datorită naturii problemei respective. Un excelent exemplu îl constituie întrebarea dacă Franţa va deveni monarhie în următorul deceniu. Dar tocmai fiindcă rolul subiectiv al individului în compararea acestei previziuni cu contrariul său, de exemplu, este predominant, părerea lui Savage că această problemă poate fi analizată "în termeni de probabilitate matematică"[112] trebuie acceptată cu mari rezerve, atâta timp cât nu se întrevede o abordare matematică reală. Deciziile privind expectativele de acest tip implică mai ales intuiţia şi judecata corectă în aprecierea evidenţei şi mai puţin operaţiile numerice. Vasta categorie a expectativelor nedeterminabile constituie, totuşi, singurul teren sigur pentru opiniile subiectiviştilor asupra probabilităţii şi oferă o justificare opiniei că încrederea în probabilitate, nesusţinută cu argumente convingătoare, este singurul concept care funcţionează acolo unde alte teorii nu reuşesc acest

---

[110] *Exemplul santinelei chineze, folosit de Shackle, în* Incertitudine în ştiinţele economice, *p.3 şi urm., tinde să demonstreze că unele decizii sunt rezultatul unor pure impulsuri.*

[111] *Cf. Savage,* Bazele statistice, *p. 59.*

[112] *Ibid., p.62.*

Scanned with OKEN Scanner

lucru. Cu greu ar putea fi contestată această opinie. Ceea ce este exagerat în cazul subiectiviştilor este pretenţia că, în ciuda faptului că evidenţa conţine unele date relevante din punctul de vedere al altor teorii, aceste date sunt complet inutile ca ghid pentru o singură decizie. Aspectul amuzant al controversei care rezultă este că, în cazul acestei teze, subiectiviştii şi-au împrumutat argumentele de la adepţii teoriei frecvenţei.

3. Adepţii teoriei frecvenţei au susţinut mult timp că "este un nonsens total" să folosim coeficientul de mortalitate pentru o decizie care presupune posibilitatea morţii unei anume persoane în anul următor. Fiindcă - argumentează ei - la sfârşitul unui an, începând de acum, persoana va fi fie moartă, fie vie, independent de probabilitatea morţii la vârsta sa[113]; coeficientul de probabilitate se poate aplica numai deciziilor privind grupuri mari. Astfel, dacă probabilitatea pentru *A* este de 0.65, atunci putem *preciza* că *A* va apărea *aproximativ de 6500* de ori la 10 000 de observaţii[114]. Dar această utilizare a coeficientului de probabilitate nu este scutită de păcatul care se impută şi celorlalte utilizări. Un grup de 10 000 de observaţii este numai o *singură* prelevare a tuturor mostrelor din populaţie de aceeaşi mărime (sau o singură observaţie din ansamblul de mostre de 10 000) şi vor conţine sau nu *aproximativ 6500 A*, independent de probabilitatea lui *A* - numai dacă prin "aproximativ 6500" nu se înţelege orice număr de la 0 la 10 000. Evident, nimeni nu poate intra într-o dispută pentru afirmaţia că, acolo unde o priviziune *stricto sensu* este imposibilă, "cunoaşterea rezultatelor din trecut ne va da rezultatul pentru oricare încercare viitoare *unică*[115], cu condiţia ca să se înţeleagă bine că, din punct de vedere stocastic, există numai încercări *unice*[116]. De aceea, este greu de constatat de ce

---

[113] *Mises*, Probabilitate, statistică şi adevăr, *p.23. Vezi modul similar de a gândi al lui Shackle*, Incertitudine în ştiinţele economice. *p. 28-29; de asemenea*, Expectativa în ştiinţele economice, *p. 110.*

[114] *Mises*, Probabilitate, statistică şi adevăr, *p. 61. Shackle*, Incertitudine în ştiinţele economice, *p. 23, mai afirmă că "proporţiile-frecvenţă înseamnă cunoaştere, iar această cunoaştere poate fi folosită la prezicerea rezultatului unor serii similare de încercări realizate în condiţiile aceleiaşi variabilităţi a circumstanţelor".*

[115] *Shackle*, Incertitudine în ştiinţele economice, *p.8.*

[116] *Chiar şi o succesiune infinită de observaţii este o încercare stocastică unică, dacă nu reuşim să facem o distincţie între certitudine şi cvasicertitudine (Secţiunea III, 1, de mai sus).*

Scanned with OKEN Scanner

proporțiile-frecvență din trecut sunt hotărâtoare pentru deciziile care implică evenimente complexe, dar nu și pentru deciziile care privesc evenimentele unice. S-ar putea ca, prin încercare unică, Shackle să înțeleagă o încercare unică din punct de vedere istoric - cum ar fi încercarea lui Cristofor Columb, de exemplu - caz în care problema relevanței proporțiilor-frecvență din trecut este lipsită de sens.

Mă întreb, totuși, dacă subiectiviștii cred că proporțiile-frecvențe din trecut, chiar atunci când există și sunt destul de credibile, devin complet nesemnificative pentru gradul subiectiv de convingere sau de surpriză potențială; căci, altfel, cum se poate explica faptul că Shackle nu ar fi "câtuși de puțin surprins dacă o carte [citită de un alt pasager din metroul londonez] va fi în limba engleză sau în limba franceză, [dar va fi] uimit dacă va fi în limba velșă"[117], dacă nu din cauza proporțiilor frecvenței cărților citite de londonezi?

4. Proslăvind superioritatea conceptului de surpriză potențială, Shackle vine cu o pretenție în numele ei, care le depășește pe toate celelalte ale subiectiviștilor. O persoană decide să parieze pe un anume cal *A*, bazându-se pe faptul că câștigarea cursei de către *A* nu îl va surprinde, în timp ce el atribuie diferite grade de surpriză potențială unei victorii obținute de ceilalți cai *B,C* etc. După Shackle, dacă *A* câștigă "*ex ante* judecata este probată", iar dacă *B* câștigă, "gradul de eroare se măsoară exact și este reprezentat prin acest grad [corespunzător] de surpriză potențială"[118]. Pentru a vedea totuși, cât de inconsistent este acest argument privind judecata validată și măsura exactă a erorii, trebuie numai să observăm că raționamentul lui Shackle se aplică, tot atât de bine, oricărei alte judecăți și oricărui alt rezultat al cursei.

Este, totuși, adevărat că, fără un criteriu *ex ante* pentru o judecată corectă, noi folosim, de obicei, criteriul *ex post* al lui Shackle pentru a valida deciziile privind expectativele incerte. După cum vom vedea, această practică are o altă justificare decât aceea că criteriul aplicat individual se situează pe baze logic corecte. Cunoașterea rezultatului real nu poate nici să confirme și nici să infirme o judecată asupra unui eveniment incert, dacă experimentul real nu demonstrează că un

---

[117] *Shackle*, Incertitudine în științele economice, *p. 31.*

[118] *Ibid., p.34; de asemenea, p.28, și a sa* Expectativă în științele economice, *p. 116.*

Scanned with OKEN Scanner

element din *E* nu a fost luat în calcul. Fiindcă am aflat *ex post* că Napoleon a subestimat pericolul unei ierni grele în campania rusească, putem spune acum că el a apreciat greşit situaţia. Dar dacă iarna lui 1812 ar fi fost relativ blândă, el ar fi putut câştiga războiul, caz în care eroarea lui, probabil, nu ar fi fost descoperită niciodată. Probabil, din această cauză, oamenii confundă frecvent succesul cu simplul noroc.

5. Spre deosebire de opinia că o judecată poate fi validată printr-un singur rezultat, Marschak propune să considerăm o decizie raţională, dacă se bazează pe o politică care are succes pe termen lung[119]. Această idee remarcabilă impune două observaţii. Întâi, principiul lui Marschak, care are menirea de criteriu *ex ante*, se poate aplica numai evenimentelor ale căror rezultate sunt, sau pot fi considerate, prelevări aleatorii dintr-o populaţie cu o alcătuire cunoscută[120]. Într-adevăr, principiul reflectă binecunoscutul fapt că, dacă alegem acel rezultat al cărui *coeficient de probabilitate* este mai mare decât acela al oricărui alt rezultat al unui eveniment dat, noi suntem *cvasisiguri* că, într-o succesiune infinită de decizii, această politică va duce la un număr mai mare de succese decât oricare altă regulă[121]. A doua observaţie arată că nu este suficient să avem *sentimentul* că un rezultat are un coeficient de probabilitate mai mare decât toate celelalte: principiul presupune că individul apreciază corect dimensiunile fizice ale lumii înconjurătoare.

Dar, ne putem întreba, ce se întâmplă în cazul în care individul se confruntă, numai o dată în viaţa sa, cu o anume urnă?[122] Răspunsul este că, dacă individul nu este sigur că nu se va confrunta cu vreo urnă

---

[119] *Iacob Marschak, "De ce 'trebuie' ca statisticienii şi oamenii de afaceri să maximalizeze 'expectativa morală'"?* Lucrările celui de-al II-lea simpozion de la Berkeley privind statistica matematică şi probabilitatea *(Berkeley, 1951), p. 504.*

[120] *Marschak nu reuşeşte să pună în evidenţă această limitare. Chiar introducerea cuvântului "om de afaceri" în titlul lucrării pare să sugereze că el nu deosebeşte probabilitatea de incertitudinea lui Knight, cu care se confruntă, de obicei, oamenii de afaceri. El este mai atent în alte scrieri, de exemplu,* Banii şi teoria activelor, Econometrica, *VI (1938), p. 320, 324.*

[121] *Noi suntem numai cvasisiguri, deoarece nu putem exclude, ca* absolut imposibil , *cazul în care un număr mai mare de succese ar fi obţinut prin alte metode, cum ar fi respectarea unui sfat dat de un prezicător.*

[122] *În termenii folosiţi de Shackle (*Incertitudine în ştiinţele economice, *p.5) aceasta este o probă "nonseriabilă".*

în viitor, principiul își menține valabilitatea în întregime. Pentru că, alegând întotdeauna rezultatul cu cea mai mare probabilitate p_i pentru fiecare decizie d_i, suntem cvasisiguri că vom avea succes mai des decât acceptând oricare altă regulă. Dezvoltarea acestui rezultat înseamnă că, dacă noi nu acceptăm niciodată un pariu cu o miză mai mare decât expectativa matematică măsurată cu aceeași unitate ca și miza, suntem cvasisiguri că nu pierdem pe termen lung.

Shackle a ridicat o problemă importantă în legătură cu acest raționament. Dacă în succesiunea de decizii există una decisivă, prin care se produce o pierdere care nu poate fi compensată chiar dacă individul are succes în cazul *tuturor* celorlalte decizii, nu cumva argumentul de mai sus este greșit, nefăcându-se o distincție între succese?[123] Să luăm, de exemplu, cazul unei persoane care se gândește să părăsească o țară dominată de comuniști. Dacă este prins când încearcă să fugă, orice număr de succese obținute din alte activități viitoare cu greu vor compensa acest insucces. Nu se poate nega că impulsul poate juca un rol important în hotărârea de a fugi. Dar poate hotărârea acelei persoane să nu țină seama deloc de proporțiile frecvenței din trecut privind pe cei prinși? Mai mult, după hotărârea de a pleca poate el să nu țină seama de faptul că există o singură cale de a fugi, care s-a dovedit, în trecut cea mai sigură dintre acelea pe care le consideră corespunzătoare propriilor sale calități fizice și morale? Care ar fi criteriul rațional al alegerii sale, admițând că are de făcut o alegere dintre mai multe alternative? Se pare că nu există o altă cale pentru un individ lucid decât să recurgă la "regula succesului pe termen lung" a lui Marschak, chiar dacă omul este conștient de caracterul crucial al deciziei. Opinia că regula succesului pe termen lung este complet nesemnificativă pentru a lua o hotărâre poate fi justificată, prin urmare, numai dacă negăm faptul că expectativele au vreo legătură cu lumea materială. Este firesc ca subiectiviștii să aibă un asemenea punct de vedere; dar, procedând astfel, el dezvăluie punctul cel mai slab al teoriei subiectiviste.

6. Dificultatea formulării unui criteriu obiectiv pentru deciziile care implică incertitudinea lui Knight reiese, în mod clar, din faptul că expectativele corespunzătoare nu sunt măsurabile pe cale ordinală, probabil nici măcar comparabile, și au numai o legătură îndepărtată și îndoielnică cu

[123] *Ibid., p.5-6.*

observaţiile din trecut. În această situaţie se pare că nu există altă recomandare, pentru a face faţă incertitudinii lui Knight, decât sfatul obişnuit: "ia în calcul toate faptele şi judecă corect". Dar ce înseamnă "a judeca corect"? Acest concept pare să reziste oricărei încercări de definire obiectivă care să fie şi funcţională *ex ante*. Dar această problemă este comună multor altor atribute umane. De exemplu, cum putem să stabilim care este cel mai bun ochitor dintre două persoane? Desigur, nu printr-un singur foc tras, fie el şi în "muscă". Singura modalitate de a răspunde este că prin rezultatele unei serii de împuşcături. Similar, rezultatul unei singure decizii nu poate valida judecata, dar, dacă printr-o serie de decizii o persoană a avut mai mult succes decât alta, noi susţinem că el a judecat mai corect. Oricât de greu ar fi să justificăm acest principiu dintr-un punct de vedere strict logic, se pot spune multe în sprijinul lui din punct de vedere inductiv. Într-adevăr, principiul interpretează o practică de lungă durată: când oamenii trebuie să acorde încredere reprezentanţilor statului, generalilor, înalţilor funcţionari din lumea afacerilor, mandatarilor de orice fel în cazul unor decizii importante, în loc să abordeze ei înşişi aceste situaţii, caută indivizi cu o judecată corectă "dovedită". Împreună cu asamblarea, prezentarea şi analizarea logică a cât mai multor fapte posibile, determinarea şi utilizarea unei judecăţi corecte constituie singurul mijloc prin care putem da un răspuns pentru faptul că trăim fără cunoaşterea divină a unei lumi incerte.

Multora li se pare descurajant acest lucru, dar părerea contrară, că judecata corectă este un concept învechit într-o epocă de modele panlogistice, este clar iluzorie. Cei mai mulţi oameni refuză să creadă că nu există nimic de felul "celei mai bune tehnici" pentru a înţelege variabilele istorice: şi când, ocazional, cineva le spune că trebuie să îşi folosească propria judecată pentru extrapolarea tendinţei unui fenomen economic, interpretează acest sfat ca un refuz politicos de a aborda piatra filosofală a unuia împreună cu ei. Puţini oameni de ştiinţă din domeniul social au negat cu tărie, aşa cum a făcut Keynes, având aceeaşi speranţă realistă ca şi Condorcet, sau chiar a lui Edgeworth, "éclairer les Sciences morales et politiques par le flambeau de l'Algèbre"[124]. Şi totuşi, există o limită a ceea ce putem face cu numerele, după cum există una a ceea ce ne-am face fără ele.

[124] *Keynes*, Tratat asupra probabilităţii, *p.316*.

Scanned with OKEN Scanner

Partea a II-a

Probleme speciale ale producției

Scanned with OKEN Scanner

7

Coeficienții ficși ai producției și teoria productivității marginale

Teoria productivității marginale a fost deja discutată într-o asemenea măsură, încât o nouă lucrare cu același subiect pare, de la început, superfluă, dar, în același timp, multele controverse asupra chestiunii susțin contrariul[1]. Este departe de mine intenția de a critica opiniile exprimate de mulți economiști eminenți; scopul meu este, mai degrabă, să văd dacă este posibil să se modifice teoria productivității marginale, astfel încât să conțină și cazul coeficienților constanți de producție și să ajungem la concluzii directe, cu speranța că acestea ar putea arunca puțină lumină asupra opiniilor controversate.

Prima obiecție majoră adusă teoriei clasice a productivității marginale se datorează lui Pareto, și anume o posibilă existență a factorilor de producție care sunt ficși[2]. Pareto însuși admite că, în cazul productivității marginale, teoria "nu poate fi aplicată fără corecții". Dar, se pare, el a renunțat la această idee și a dat problemei o soluție total diferită[3].

Notă: Această lucrare a fost retipărită prin bunăvoința editorului Revistei de studii economice, *III (1935), p. 40-49. Adaug lucrării un post-scriptum și corectez de asemenea o eroare din varianta originală (cu explicații în post-scriptum).*

[1] *Cea mai recentă fiind provocată de H.Schultz și J.R.Hicks: H.Schultz,* Productivitatea marginală și procesul general de stabilire a prețurilor, Journal of Political Economy, *XXXVII (1929), p. 505-551; J.R. Hicks,* Productivitatea marginală și principiul variației, *Economica, XII (1932), p. 79-88; H.Schultz,* Productivitatea marginală și Școala de la Lausanne, *Economica, XII (1932); p. 285-296; J.R.Hicks,* O replică, *Ibid., p. 297-300.*

[2] *Vilfredo Pareto,* Cours d'économie politique, *2 vol. (Lausanne, 1895-1897), vol. II, par. 717.*

[3] *Vilfredo Pareto,* Manuel d'économie politique *(Paris, 1927), p. 631 și urm.;* Economie mathématique, Encyclopédie des Sciences Mathématique, *tom I, vol.4, fasc. 4, p.591-640.*

Scanned with OKEN Scanner

În ceea ce privește abordarea problemei, există o mare diferență între teoria clasică și aceea propusă de Pareto: teoria productivității marginale rezultă din luarea în calcul a unui singur producător; teoria lui Pareto consideră universul economic un întreg. Prima este analitică, a doua este sintetică.

Nu este nici o îndoială că această generalizare constituie o îmbunătățire majoră și că concluziile la care se ajunge reprezintă un important succes științific. Totuși, un anume neajuns metodologic poate fi întâlnit aici. Teoria lui Pareto ne permite să ajungem doar la o singură concluzie, anume că există un punct de echilibru către care, în stare statică, tinde întregul sistem și la care, în final, ajunge[4]. Formulele sale sunt considerate, din cauza generalității lor, destul de complicate, iar această complicare îl împiedică pe economist să găsească o interpretare economică, cea mai obișnuită metodă a economiștilor fiind analiza și nu sinteza.

În al doilea rând metoda lui Pareto, din cauza generalității sale, nu impune o examinare suplimentară a naturii diverșilor factori de producție și a modului în care aceștia intră în procesul de producție. Nu pierdem nimic dacă neglijăm studierea acestor fapte care reprezintă detalii nesemnificative ale teoriei generale a lui Pareto?

În această lucrare voi merge pe vechile urme ale teoriei productivității marginale și voi încerca să fac modificările necesare pentru introducerea cazului factorilor ficși de producție. Aceste modificări sunt acelea la care face trimitere Pareto în *Cursul* său.

Să luăm în considerare o metodă dată de producere a unui produs Q, în care se folosesc trei factori: A,B,Y. Fie funcția de producție corespunzătoare următoarea[5]:

---

[4] *S-ar putea ca, uneori, să ni se pară că această concluzie nu depășește cu mult ipoteza că orișice se leagă de orișice altceva. Dar aceasta nu ar fi logic justificată.*

[5] *O cale corectă de definire a ceea ce se înțelege prin funcția de producție ar fi indicarea modului în care ar putea fi construită. Luând o combinație definită, reprezentată prin valorile a,b,y ale factorilor avuți în vedere, vom încerca, folosindu-ne de cunoștințele tehnice disponibile, să obținem o cantitate maximă de produs. Acest maximum este valoarea funcției F pentru acea combinație specifică. Variind valorile a,b,y ale* aceloraşi *factori de producție în așa fel încât să acoperim toate combinațiile posibile, obținem funcția de producție determinată în întregime.*

Scanned with OKEN Scanner

$$q = F(a, b, y). \qquad (1)$$

Reprezentarea geometrică a relației dintre q și a,b,y are nevoie de un spațiu cvadridimensional. Totuși, putem avea o reprezentare geometrică prin folosirea izocuantelor dintr-un spațiu tridimensional. Astfel, în ultimul spațiu O, ABY, vom atribui fiecărui punct valoarea corespunzătoare pentru q dată prin (1).

Să luăm în considerare un punct M_2 (a_2,b_2,y_2) și $a_1 \geqq a_2$, $b_1 \geqq b_2$ (semnele = nu sunt luate simultan) și $y_1 > y_2$. Dacă sunt supuse condițiilor de mai sus:

$$F(a_1, b_1, y_2) > F(a_2, b_2, y_2), \qquad F(a_2, b_2, y_1) > F(a_2, b_2, y_2), \qquad (2)$$

factorul Y va fi numit *substituibil* la M_2. Dacă totuși

$$F(a_1, b_1, y_2) = F(a_2, b_2, y_2), \qquad (3a)$$
$$F(a_2, b_2, y_1) = F(a_2, b_2, y_2), \qquad (3b)$$

acest factor va fi numit *limitațional* la M_2.[6] Desigur, ar putea exista zone pentru care Y este substituibil și altele în care este limitațional cel puțin teoretic. Factorul poate fi tratat astfel în fiecare din aceste zone, dar, de dragul simplității, vom admite că este limitațional peste tot[7].

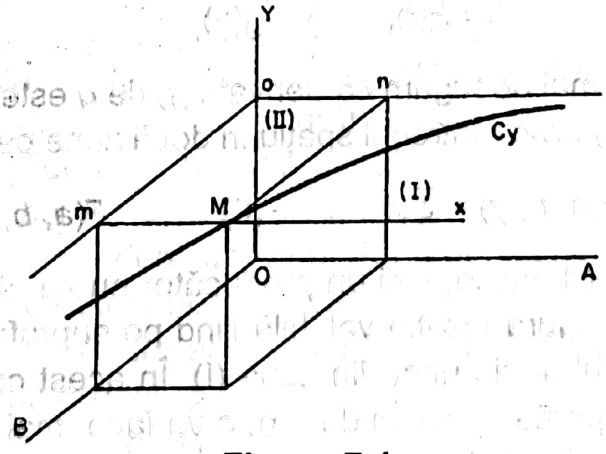

Figura 7.1

[6] *Termenii de factori "substituibili" și "limitaționali" au fost introduși de Ragnar Frisch, "Einige Punkte einer Preistheorie mit Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren",* Zeitschrift für Nationalökonomie, *III (1931), p. 64.*

[7] *În cazul indivizibilității unui factor va trebui să luăm în considerare numai acele puncte ale căror coordonate sunt un multiplu întreg al unității indivizibile a respectivului factor. Comparațiile (2) și (3) ar trebui să fie făcute numai pentru asemenea puncte: faptul că F este constantă între două asemenea puncte consecutive nu are nimic în comun cu conceptul de factor limitațional.*

Scanned with OKEN Scanner

Locul geometric al punctelor M, pentru care (3) este satisfăcută, este ușor de determinat. Să admitem că b și y rămân constante, iar a variază. Pe linia mx (figura 7-1) există un punct $M(a,b,y)$, astfel încât

$$F(a', b, y) = F(a, b, y) \quad \text{când} \quad a' \geqq a,$$
$$F(a', b, y) < F(a, b, y) \quad \text{când} \quad a' < a.$$

Acum având numai pe y constant, iar b și a variază, punctul $M(a,b,y)$ va descrie în planul mon o curbă izocuantă (C_y). Și dacă, în final, variază și y, punctul M va descrie o suprafață (S) a cărei ecuație este:

$$F(a, b, y) = \bar{q}, \tag{4}$$

în care $\bar{q}$ este rezultatul maxim care se poate obține prin utilizarea cantității y a factorilor Y; prin urmare:

$$\bar{q} = g(y), \tag{5}$$

iar (4) devine

$$F(a, b, y) = g(y). \tag{6}$$

Este inutil să mai adăugăm că derivata g_y de g este întotdeauna pozitivă. Suprafața (S) divide întregul spațiu în două zone pentru care avem:

(I) $F(a, b, y) = \bar{q}$, (II) $F(a, b, y) < \bar{q}$.

Din rațiuni pur tehnice, nici un producător nu va rămâne în oricare din aceste zone, singura poziție valabilă fiind pe suprafața (S). Să luăm în considerare cazul unui punct din zona (I). În acest caz, din cauza lui (3a), producătorul poate folosi, și de fapt o va face, mai puțin din factorii A și B fără să modifice volumul producției, alegând în locul combinației deja folosite oricare alta de pe curba (C_y). Dacă se află în zona (II), (3b) arată:

$$F(a, b, y) = \bar{q}' = F(a, b, y') < \bar{q},$$

în care, conform ipotezelor noastre, $y'<y$ (deoarece g are o derivată pozitivă). Prin urmare, producătorul va realiza o economie în oricare dintre cazuri, folosind cantitatea y' în loc de y, adică se va deplasa pe suprafața (S).

Scanned with OKEN Scanner

Pe baza acestor considerațiuni ajungem la concluzia că, *dacă Y este un factor limitațional, definit mai sus, punctele de pe suprafața (S) sunt, într-adevăr, singurele care trebuie avute în vedere în procesul de stabilire a prețurilor.* Diferența dintre acest caz și acela în care toți factorii sunt substituibili constă în aceea că, în cazul ultimei, ne putem deplasa în *întregul spațiu O, ABY.* În același timp, am constatat că există o relație funcțională (5) între volumul producției și factorul limitațional.

În continuare vom scrie ecuația (6) sub forma:

$$q = f(a,b)$$

care este o consecință directă din (1) și (6). Procesele de producție valabile sunt, astfel, reprezentate prin sistemul:

$$q = f(a, b) = g(y). \qquad (7)$$

Acum voi aborda pe scurt argumentul teoriei clasice a productivității marginale într-o formă care va face analogia cu ceea ce urmează mult mai ușoară.

Procesul prin care se determină cantitatea din factorii folosiți și, prin urmare, prețurile acestor factori se poate descompune în trei etape.

1. Producătorul va încerca mai întâi să-și aranjeze fabrica, astfel încât să obțină o producție maximă pentru costul de producție dat sau, ceea ce ar fi același lucru, să aibă un cost minim pentru o producție dată. Această etapă nu depinde de prețul produsului, iar profiturile sunt complet neglijate - o putem numi *economia producției.*

2. A doua etapă este aceea prin care producătorul își va ajusta producția, de această dată, pentru a-și maximiza profiturile. Am putea denumi această etapă *economia întreprinderii.*

3. În final există procesul prin care competiția va egaliza prețul produsului cu costul mediu[8]. Această etapă o vom numi *economia producției comunității.*

---

[8] *Această ultimă etapă este, de fapt, o definiție a statutului comunității. Noi avem în vedere numai cazul concurenței libere. Rezultatele obținute pot fi, totuși, adaptate și la cazul monopolului, dacă se introduc modificările necesare. Vezi Erich Schneider, Bemerkungen zur Grenzproduktivitätstheorie,* Zeitschrift für Nationalökonomie, *IV (1933), p. 604.*

Scanned with OKEN Scanner

Să parcurgem acum aceste trei etape, una câte una, pentru cazul în care toți factorii de producție sunt substituibili și vom lua în considerare, pentru simplificare un proces de producție în care se folosesc numai doi factori a,b, ale căror prețuri sunt respectiv p_a, p_b. Condițiile ca să avem costul $\mu = ap_a + bp_b$ minim când $q_0 = f(a,b) = \text{const.}$ sunt:

$$\frac{\partial}{\partial a}\left[ap_a + bp_b - \lambda(f - q_0)\right] = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial b}\left[ap_a + bp_b - \lambda(f - q_0)\right] = 0,$$

în care λ este multiplicatorul lui Lagrange. Prin urmare,

$$\frac{p_a}{f_a} = \frac{p_b}{f_b}. \tag{8}$$

Această ecuație exprimă calea care va fi urmată de producător pentru un raport dat $p_a : p_b$. O vom numi calea (p) (figura 7.2). Corespondența dintre căile (p) și raporturile $p_a : p_b$ este de unu la unu.

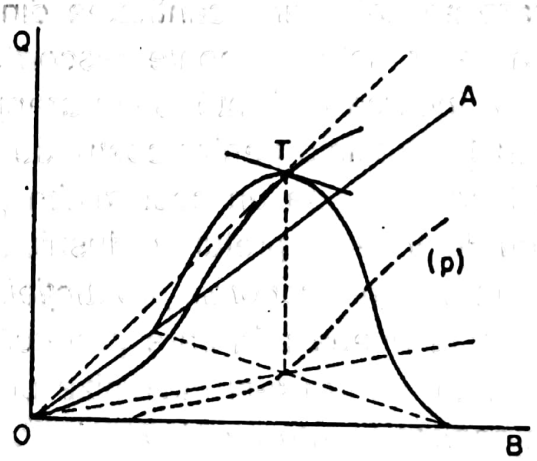

Figura 7.2

O economie pură *a* producției va urma calea (p), care corespunde prețurilor date până când costul mediu devine minim. Condiția este ca:

$$d\left(\frac{\mu}{q}\right) = \frac{qd\mu - \mu dq}{q^2} = 0.$$

Prin urmare,

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{\mu}{q} = \frac{d\mu}{dq}, \tag{9}$$

și din (8)

$$\frac{p_a}{f_a} = \frac{p_b}{f_b} = \frac{p_a da + p_b db}{f_a da + f_b db} = \frac{d\mu}{dq}. \tag{10}$$

În consecință,

$$\frac{p_a}{f_a} = \frac{p_b}{f_b} = \frac{ap_a + bp_b}{q}.$$

Eliminând p_a, p_b, aflăm:

$$af_a + bf_b = f, \tag{11}$$

o relație care reprezintă locul geometric al punctelor corespunzătoare scalei optime *a* producției când prețurile factorilor variază. Cu alte cuvinte, relația (11) reprezintă o invariantă *a* soluției problemei cu privire la prețurile p_a, p_b. Aceasta este, în același timp, ecuația conului cu vârful în origine și tangent la suprafața producției. Aceasta este dată de directoarea *OT* (figura 7.2). Din ultima afirmație ajungem la concluzia că, într-o economie pură a producției, posibilitatea de cooperare împiedică sistemul să funcționeze cu oricare altă scară în afara celei optime[9].

A doua etapă, aceea a economiei întreprinderii, va găsi pe calea (p) punctul la care se obține profitul maxim. Fie p prețul fix al produsului; atunci, condiția este:

$$d(pq - \mu) = pdq - d\mu = 0.$$

Prin urmare,

$$p = \frac{d\mu}{dq},$$

[9] *Este posibil să nu avem puncte în cadranul pozitiv care să satisfacă relația (11). Costul mediu va fi apoi continuu fie crescând, fie descrescând. Scara producției va avea tendința de a deveni fie foarte mică, fie foarte mare.*

Scanned with OKEN Scanner

iar din (10):

$$\frac{p_a}{f_a} = \frac{p_b}{f_b} = p. \qquad (12)$$

Este clar că punctul de pe calea (p) care satisface relația (12), adică corespunde profitului maxim, nu este în mod obligatoriu identică cu aceea corespunzătoare scării optime a producției.

Acum, economia producției duce pe termen lung la:

$$ap_a + bp_b = pq,$$

iar din (12)

$$af_a + bf_b = f.^{10}$$

Am demonstrat până aici că:

1. Întregul produs este distribuit între factorii de producție în concordanță cu productivitatea marginală.
2. Scara optimă a producției este identică cu aceea obținută într-o economie pură a producției.

Să luăm în considerare acum cazul unui proces de producție care presupune doi factori substituibili A,B și doi limitaționali Y,Z. Legătura între producție și cantitatea de factori utilizați este dată de sistemul:

$$q = f(a, b) = g(y) = h(z). \qquad (13)$$

Obținem o reprezentare parțială *a* procesului de producție, luând în considerare, într-un spațiu tridimensional, suprafața $q = f(a,b)$.

Prima etapă constă în aflarea costului minim de producție $\mu = ap_a + bp_b + yp_y + zp_z$ pentru o producție dată. Dacă se dă producția, deducem din (13) că și y și z sunt de asemenea fixe. Atunci, costul corespunzător al acestor ultimi factori, $up_y + zp_z$, este și el constant. Problema se rezolvă de la sine prin găsirea valorii minime pentru $ap_a + bp_b$; ca mai sus, ajungem la condiția

$$\frac{p_a}{f_a} = \frac{p_b}{f_b}. \qquad (14)$$

[10] *J. R. Hicks*, Teoria salariilor *(Londra, 1932), Anexa.*

Aceasta este o cale (p) identică cu (8). Fiindcă avem

$$d_\mu = p_a da + p_b db = p_y dy + p_z dz,$$
$$dq = f_a da + f_b db = g_y dy = h_z dz,$$

din (14) obținem:

$$\frac{p_a}{f_a} = \frac{p_b}{f_b} = \frac{d\mu - p_y dy - p_z dz}{dq} = \frac{d\mu}{dq} - \frac{p_y}{g_y} - \frac{p_z}{h_z},$$

sau

$$\frac{p_a}{f_a} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z} = \frac{p_b}{f_b} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z} = \frac{d\mu}{dq}. \tag{15}$$

Analogia dintre această relație și (10) este evidentă. Punctul corespunzător scalei optime satisface relația (9).

Din (15) obținem:

$$\frac{p_a}{f_a} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z} = \frac{p_b}{f_b} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z} = \frac{ap_a + bp_b + yp_y + zp_z}{q}. \tag{16}$$

Prin urmare,

$$\begin{aligned} &\frac{p_a}{f_a}(af_a + bf_b - q) + \frac{p_y}{g_y}(yg_y - q) + \frac{p_z}{h_z}(yh_z - q) = 0, \\ &\frac{p_b}{f_b}(af_a + bf_b - q) + \frac{p_y}{g_y}(yg_y - q) + \frac{p_z}{h_z}(yh_z - q) = 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Comparând ultima relație cu (11), observăm că, deoarece punctul corespunzător nivelului optim de producție depinde, în acest caz, de prețurile factorilor limitaționali, nu mai există un loc geometric al acestor puncte între toate acele combinații care sunt tehnic posibile. În consecință, prețurile acestor factori variind, orice punct al funcției de producție ar putea deveni un nivel optim. Acest fapt reprezintă diferența majoră dintre cele două cazuri avute în vedere și ar putea fi considerate ca o explicație *a* variabilității nivelului producției în cadrul aceleiași industrii.

Trecând la etapa *a* doua, obținem ca mai înainte:

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{p_a}{f_a} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z} = \frac{p_b}{f_b} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z} = p, \tag{18}$$

şi, în final, pe termen lung:

$$qp = ap_a + bp_b + yp_y + zp_z, \tag{19}$$

ceea ce ne readuce la relaţia (16). Aceasta dovedeşte că şi în cazul unui proces de producţie care presupune factori limitaţionali, nivelul optim de producţie este acelaşi într-o economie pură a producţiei şi într-o economie a schimburilor bazată pe concurenţa liberă.

În ceea ce priveşte concluziile la care ajungem când toţi factorii sunt substituibili, nu mai putem folosi conceptul de produs marginal fizic. Nici o creştere numai a unui factor nu poate duce la mărirea producţiei dacă nu este însoţită de o creştere corespunzătoare a celorlalţi factori. Va trebui apoi să ţinem seama de echilibrul dintre creşterea produsului şi creşterile acestor factori. Acest echilibru nu este măsurabil dacă nu introducem preţurile, cu alte cuvinte, va trebui să renunţăm la creşterile fizice şi să luăm în considerare, în schimb, creşterile venitului. Există desigur, obiecţia tradiţională împotriva introducerii preţurilor în teoria procesului de stabilire a preţurilor. Totuşi, un număr suficient de mare de argumente au fost aduse împotriva acestei obiecţii pentru ca ea să devină dubioasă[11]. Dar mai este ceva care nu a fost menţionat, atât cât ştiu eu. Teoria echilibrului general *a* lui Pareto trebuie să introducă preţurile, mai întâi ca elemente date şi apoi ca elemente necunoscute ale problemei, care vor fi determinate prin sistemul său general de ecuaţii. Se pare că, dacă eliminăm ipoteza după care toţi factorii de producţie sunt substituibili, va trebui fie să introducem preţurile ca elemente necunoscute intermediare, fie să nu ţinem seama de teoria distribuţiei.

Pentru *a* face aceasta mai clară, să luăm în considerare cazul unei firme care foloseşte patru factori. Echilibrul producătorului într-o

[11] *Produsul marginal reprezintă o anumită parte din produsul total. Dar, dacă aceeaşi forţă de muncă este folosită în mai multe domenii diferite, este evident că acest concept concret de produs marginal nu mai este posibil. Productivitatea marginală trebuie să fie aceeaşi în fiecare domeniu şi, prin urmare, poate fi înţeleasă numai ca o parte din preţurile pentru diverse produse. Gustav Cassel,* Teoria economiei sociale *(New York, 1924), p. 301.*

Scanned with OKEN Scanner

economie de piață ar putea, de exemplu, să conducă la unul dintre următoarele sisteme:

$$\begin{cases} q = f(a,b,y,z), \\ \dfrac{p_a}{f_a} = \dfrac{p_b}{f_b} = \dfrac{p_y}{f_y} = \dfrac{p_z}{f_z} = \dfrac{ap_a + bp_b + yp_y + zp_z}{q}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = f(a,b) = g(y) = h(z), \\ \dfrac{p_a}{f_a} + \dfrac{p_y}{g_y} + \dfrac{p_z}{h_z} = \dfrac{p_b}{f_b} + \dfrac{p_y}{g_y} + \dfrac{p_z}{h_z} = \dfrac{ap_a + bp_b + yp_y + zp_z}{q}; \end{cases}$$

conform ipotezei emise în legătură cu natura factorilor folosiți.

Ambele sisteme cuprind cinci relații. Dar, în primul caz, cele patru prețuri - care reprezintă cu adevărat numai trei necunoscute, deoarece sunt prețuri relative - sunt legate între ele prin patru relații. În consecință, se poate realiza o eliminare algebrică a acestor necunoscute. În al doilea caz, se determină tot patru prețuri, dar numărul de relații dintre ele se reduce de la patru la două, alte două relații fiind transferate de la grupul care pune în relație prețurile la acela care pune în relație cantitățile fizice. Eliminarea algebrică a p_a, p_b, p_y, p_z nu mai este posibilă. Prin urmare, invarianța soluției în raport cu prețurile menționate mai sus există numai în cazul în care toți factorii sunt substituibili.

Să revenim la funcția producției (13) și să admitem că Δa este o creștere redusă a cantității folosite din factorul A. Această creștere nu poate duce la nici o mărire a producției dacă nu este însoțită de creșterile corespunzătoare ale factorilor limitaționali, Y și Z. Aceste creșteri se obțin ușor din (13):

	A	Y	Z	Q
Creșteri	Δa	$\dfrac{f_a}{g_y}\Delta a$	$\dfrac{f_a}{h_z}\Delta a$	$f_a \Delta a$

Cheltuielile marginale asociate creșterii factorului A vor fi astfel pe unitatea de producție:

$$\frac{p_a}{f_a} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z},$$

și, în mod similar, pentru o creștere *a* factorului *B*:

$$\frac{p_b}{f_b} + \frac{p_y}{g_y} + \frac{p_z}{h_z}.$$

Prin urmare, relațiile (18) arată faptul că, pentru echilibrul producătorului, cheltuielile marginale sunt egale cu prețul produsului.

Elementul corespunzător al produsului marginal al unui factor este venitul marginal legat de acesta. Venitul marginal pentru *A* este :

$$\left(p - \frac{p_y}{g_y} - \frac{p_z}{h_z}\right) f_a \Delta a,$$

iar pe unitate de *A*,

$$r_a = \left(p - \frac{p_y}{g_y} - \frac{p_z}{h_z}\right) f_a$$

și pentru *B*,

$$r_b = \left(p - \frac{p_y}{g_y} - \frac{p_z}{h_z}\right) f_b.$$

Să revenim acum la relațiile (18). Acestea se pot scrie astfel:

$$p_a = f_a\left(p - \frac{p_y}{g_y} - \frac{p_z}{h_z}\right) = r_a,$$

$$p_b = f_b\left(p - \frac{p_y}{g_y} - \frac{p_z}{h_z}\right) = r_b,$$

și introducându-se în (19), obținem:

$$ar_a + br_b + yp_y + zp_z = pq. \qquad (20)$$

Aceasta este relația fundamentală de care avem nevoie. Ea arată că proporția de factori în produs se determină într-un mod care combină teoria marginală clasică cu teoria productivității nete, adică partea din venitul care revine factorilor substituibili se determină prin venitul lor marginal, acela al factorilor limitaționali obținându-se conform valorii lor nete.

Scanned with OKEN Scanner

Până acum nu s-*a* emis nici o ipoteză specifică privind funcțiile *f,g,h*. Să presupunem că *g* și *h* sunt omogene de gradul întâi:

$$q = ky = lz$$

(adică coeficienții constanți de producție, pentru care avem exemplul tipic este dat de câteva materii prime). În acest caz, relația (17) devine:

$$af_a + bf_b = f.$$

Forma acestei relații, dar numai forma, ne amintește de formula productivității marginale. În orice caz, ea arată că, în ipoteza dată există un loc geometric al punctelor corespunzătoare nivelului optim de producție.

Dacă și *f* este omogenă de gradul întâi, relația (20) este satisfăcută nu numai pe termen lung, ci și pe termen scurt, o consecință care își află o analogie perfectă în teoria productivității marginale.

Exemplul ales în sprijinul ideilor noastre din prezenta lucrare este acela al procesului de producție în care sunt cuprinși numai factori limitaționali și substituibili, împărțiți în două grupe. Abordarea unui caz mai complicat, dar similar nu constituie o problemă. De exemplu, se poate imagina cazul în care există mai multe grupe de factori substituibili, producția fiind atunci descrisă prin următorul sistem:

$$q = f(a,b) = \varphi(c,d) = g(y) = h(z).$$

Concluziile vor fi identice cu cele deja obținute. Totuși, mai există o cale de generalizare *a* conceptului de factor limitațional, prin introducerea unui proces de producție reprezentat prin sistemul:

$$q = f(a,b,c) = g(a,b,c) \qquad (21)$$

din care nu se poate ajunge la nici o relație de forma $q = h(c)$[12]. În acest caz, ori în acela al schemei mai complicate, se pare că nu există nici o cale de *a* obține rezultate cărora să le putem atribui ușor o semnificație

---

[12] *Generalizarea este evidentă. Procesul de producție va fi valabil numai pe o suprafață bidimensională:*

$$f(a,b,c) = g(a,b,c),$$

analogă lui (S). Condiția ca nici o relație de forma q = h(c) să poată fi obținută din (21) este aceea că toți iacobienii

$$\frac{\partial(f,g)}{\partial(a,b)}, \quad \frac{\partial(f,g)}{\partial(b,c)}, \quad \frac{\partial(f,g)}{\partial(c,a)},$$

trebuie să fie diferiți de zero.

economică. Se pune problema dacă există vreun proces de producție care să fie descris printr-un sistem cum ar fi (21). Conceptele de factori substituibili și limitaționali au fost introduse la analiza unora dintre procesele de producție curente; așa că ele au o semnificație economică reală. Dar ce se întâmplă cu sistemul (21)? Are economia nevoie de atâtea generalizări matematice formale pure?

A. Post-scriptum (1964)

1. În versiunea acestei lucrări publicate în 1935, trăsăturile caracteristice ale unui factor limitațional, deși corect prezentat prin relațiile (I) și (II), care au stat la baza argumentului meu formal, nu au fost complet redate prin (3). Omisiunea mi-a fost adusă la cunoștință de N.Kaldor, "Factori limitaționali și elasticitatea substituirii", *Review of Economic Studies*, IV (1937), p. 162-165. Eroarea a fost corectată în această versiune - relațiile (3a) și (3b).

Lucrarea lui Kaldor este totuși valoroasă din alte motive. Mai întâi, el supune atenției o caracteristică generală a factorilor de producție care mai întâi fusese numai tacit și vag prezentată de alți autori (Kaldor, p.162)[1]. În al doilea rând, el ia în considerare funcția de producție limitațională corespunzătoare ecuațiilor mele (21) și remarcă faptul că izocuantele ei au forma curbată a unei nave și nu cilindrică, așa cum este cazul cu tipul definit prin (7) și reprezentat schematic în figura mea 7.1. În ultimul rând, dar și cel mai important, Kaldor propune o clarificare de 2x2 pentru a cuprinde toate "cazurile" posibile. Clasificarea are la bază opoziția dintre "substituibilitate" și "coeficienții ficși". Într-o formulare mai exactă, aceasta arată că într-un *punct* al zonei producției putem întâlni una dintre următoarele situații: (1) fiecare factor este substituibil cu oricare alt factor, (2) unii (dar nu toți) factori sunt de asemenea natură, încât au coeficienți ficși în comun cu unii (dar nu toți) factori, (3) unii (dar nu toți) factori sunt de asemenea natură, încât fiecare are coeficienți ficși în comun cu oricare factor, și (4) fiecare factor are coeficienți ficși în comun cu oricare factor[2].

---

[1] *Caracteristica este prezentată formal și mai exact în continuare, definiția V.*

[2] *Kaldor, așa cum este citat în text, p.165. Un punct, care a scăpat atenției lui Kaldor, este acela că o clasificare este exhaustivă numai în privința condițiilor-punct. Clasificarea nu se poate aplica la funcțiile producției dacă nu este*

Scanned with OKEN Scanner

Oricât de interesantă este ideea lui Kaldor, clasificarea nu justifică principalul său motiv de dispută (p.162), și anume că analiza particularităților, cum ar fi cele legate de limitaționalitate, nu are nevoie de noi concepte: noțiunile tradiționale de "substituibilitate" și de "coeficienți ficși" sunt suficiente. În pofida figurii 2 prezentată de Kaldor, contextul nu lasă nici o îndoială asupra faptului că el nu folosește "coeficienții ficși" în sensul tradițional dat de Walras. Termenul este vechi, dar nu și conceptul pe care i-l atribuie Kaldor. Numai într-un singur loc se referă la el ca la o "complementaritate specială" (p.162). Poate că "limitaționalitatea specială" ar fi fost o alegere mai bună, având în vedere faptul că conceptul lui Kaldor devine identic cu limitaționalitatea în cazul producției cu doi factori. Oricum ar fi, din cauza folosirii de către Kaldor *a* unui termen vechi pentru un concept nou, mulți cititori - inclusiv eu - trebuie să fi fost uimiți, la început, de clasificarea lui: cum pot avea toți factorii coeficienți ficși în comun cu un factor, și nu, în mod necesar, unul cu altul?[3]

În orice știință *a* faptelor, se stabilesc, de obicei, noi concepte, datorită faptului că se înțelege că un grup specific de fapte au o caracteristică relevantă din punct de vedere empiric. Mai putem admite și că este necesară o altă etichetă care să indice fără ambiguitate un asemenea grup. Mai întâi, trebuie să remarcăm că numai după elaborarea noului concept putem stabili o nouă clasificare care să cuprindă noua împărțire logică. În al doilea rând, nu există nici un motiv ca fiecare categorie *a* noii clasificări să aibă ori și ce conținut empiric sau ca o analiză mai profundă să nu impună subdivizarea unora dintre categorii. Cazul conceptului de factor limitațional și clasificarea lui Kaldor constituie un bun exemplu pentru primul punct și, poate de asemenea, pentru al doilea punct.

Conceptul de factor limitațional a fost introdus datorită importanței analitice a unei largi categorii de procese reale, a căror exemplificare clasică este producția de verighete. Caracteristica acestei categorii este aceea că există o relație necesară între un *input* (aur) și un *output*

---

amendată prin alte concepte sau condiții, cum ar fi cele cuprinse în definiția VII, care urmează.

[3] *De fapt, nici "substituibilitatea" nu este folosită de Kaldor - și nici de mine în lucrarea de mai sus - în sensul strict tradițional. Vezi nota 11 de mai jos.*

Scanned with OKEN Scanner

(verighete)[4]. Şi, în mod evident, un asemenea factor nu corespunde nici categoriilor tradiţionale ale substituibilităţii şi nici celor ale coeficienţilor ficşi.

Este un fapt elementar că există o producţie maximă care se poate obţine printr-o *aprovizionare* dată cu un factor limitaţional şi, prin urmare, continuarea creşterii producţiei impune o creştere a aprovizionării de acest fel. Dar faptul că această proprietate nu caracterizează un factor limitaţional nu a fost întotdeauna clar înţeles. Aceasta explică confuzia care apare în cazul definiţiilor limitaţionalităţii[5]. De fapt, după cum subliniază Kaldor[6], această proprietate aparţine oricărui factor sau grup de factori. Mai mult, în unele situaţii poate căpăta o importanţă empirică apreciabilă, un fapt care m-a făcut să introduc conceptul de limitativitate. Cu acelaşi prilej am dat o definiţie a limitaţionalităţii care surprinde relaţia dintre cele două concepte şi caracteristica generală tratată în acest paragraf[7].

2. Scopul acestui post-scriptum este de a prezenta o analiză a caracteristicilor asociate unei funcţii de producţie limitaţionale într-un mod mai riguros decât în lucrările mele anterioare; şi pentru date suplimentare s-a sugerat şi articolul lui Kaldor. Există motive întemeiate ca aceasta să fie o încercare utilă, după cum voi arăta aici.

Este inutil să mai adăugăm că interesul pentru coeficienţi sau limitaţionalitate a apărut datorită problemelor specifice pe care le

---

[4] *Fără îndoială, aceasta este cea mai directă definire a unui factor limitaţional. Conform ecuaţiilor (7), (13) şi celor care o preced pe (21) şi, mai ales, după respingerea ecuaţiei (21) de mine, am avut în vedere chiar această definiţie pe care am introdus-o în argumentaţia mea. O.Lange,* Despre teoria socialismului, Review of Economic Studies, *IV (1936), 58n2, arată că Tord Palander a propus ca un asemenea factor să fie numit limitaţional de prima speţă.*

[5] *În acelaşi număr în care apare articolul meu, Herbert Zassenhaus, în "Dr. Schneider şi teoria producţiei",* Review of Economic Studies, *III (1935), 35-39, consideră că această confuzie ca principala eroare a lui Erich Schneider în* Theorie der Produkion. *(Întâmplător, numai prin ignorarea ecuaţiilor mele (I) şi (II) şi prin analizarea relaţiei (3) a fost posibil ca să susţină Kaldor că eu am definit factorul limitaţional numai prin caracteristica deja menţionată).*

[6] *Vezi nota 1 de mai sus.*

[7] *Vezi lucrarea mea* Limitaţionalitate, limitativitate şi echilibru economic *inclusă în acest volum ca Eseul 10 şi notele 14 şi 15 din acest post-scriptum.*

Scanned with OKEN Scanner

creează aceste situații în cazul teoriei productivității marginale de stabilire a prețului factorilor. Procesele de producție care aparțin acestor categorii sau altora similare reprezintă excepții de la noțiunea clasică, conform căreia fiecare factor poate fi întotdeauna înlocuit cu oricare alt factor, o noțiune echivalentă cu ipoteza că o creștere a *input*-ului oricărui factor duce întotdeauna la o creștere a producției.

Acum, după cum cunoaștem din aprigele dispute asupra cauzelor dereglajelor economice, dacă lumea economică reală s-ar conforma ipotezei clasice, nu numai că stabilirea prețului productivității marginale va funcționa întotdeauna, în cazul în care am dori să o adoptăm, ci și că nici un factor într-o aprovizionare în exces nu ar rezista mult timp, dacă toți factorii nu ar fi în exces. (Și toți factorii ar putea fi într-o aprovizionare în exces numai ca rezultat al scăderii cererii generale.) Totuși, în lumea reală constatăm foarte des că numai unii (nu toți) factori sunt în exces. Putem constata, de exemplu, o cantitate excesivă de carburatoare de mașină, deoarece carburatoarele se produc independent de motoare, carcase etc., și nu întotdeauna în proporția tehnică justă. Mai importantă este existența aproape generală și continuă a capacității industriale excesive. Cauza principală și a acestui fenomen este o anume "complementaritate tehnică" ascunsă sub vălul proporțiilor variabile. (Mă refer la faptul, aproape neobservat, că, în general, factorii-fond și factorii-flux nu sunt reciproc substituibili.) În ultimul timp, atenția ne-a fost atrasă de problema suprapopulației, care ilustrează situația generală în care producția chiar poate scădea, dacă întreaga aprovizionare cu un factor s-ar folosi în producție. Toate aceste exemple arată că importanța excepțiilor pentru ipoteza clasică a substituibilității universale trece dincolo de domeniul îngust al stabilirii prețurilor în zona mai importantă a instituțiilor economice[8].

3. Ca să tratăm, prin urmare, problema excepțiilor de la poziția clasicilor, trebuie să ne concentrăm atenția asupra *aprovizionării*, și nu asupra *input*-ului. Cu alte cuvinte, trebuie să definim funcția de producție ca o relație între producție, q, și aprovizionările $x_1, x_2, \ldots, x_n$ de factori

[8] *După cum am susținut în cele două lucrări retipărite în acest volum ca Eseul 10 și Eseul 11:* Limitaționalitate, limitativitate și echilibru economic *(1955)* și Teoria economică și economia agrară *(1960)*.

Φ_1, Φ_2 , ..., Φ_n în locul relației obișnuite dintre q și input-uri (y).[9] Fie atunci,

$$q = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (1)$$

în care q este producția maximă în domeniul $0 \leqq (y) \leqq (x)$.[10]

În acest fel, (1) se definește, pe întreaga ortantă nonnegativă *a* spațiului-factor, ca o funcție cu valoare unică care îndeplinește condiția:

$$\text{Dacă } (x') \leq (x), \text{ atunci } f(x') \leq f(x). \qquad (2)$$

Totuși, se poate înțelege că funcția de producție obișnuită îndeplinește o condiție mai puternică decât (2). Pentru simplificarea limbajului în discuția acestor condiții, să stabilim mai întâi că *u*, *v*, *w* se folosesc exclusiv pentru a nota următoarele:

$$(u)_m = (u_k), u_k = 0 \text{ dacă } k \neq m, u_k = 1 \text{ dacă } k = m,$$
$$(v)_m = (v_1, v_2, \ldots, v_m, 0, 0 \ldots, 0) \geq 0,$$
$$(w)_m = (w_1, w_2, \ldots, w_m, 0, 0 \ldots, 0) w_k > 0, 1 \leq k \leq m.$$

După cum cunoaștem, analiza clasică presupunea substituibilitatea generală *a* factorilor. De fapt, fiindcă deseori se afirmă explicit că analiza presupune că, cel puțin pentru oricare $(x) > 0$, fiecare factor are o productivitate marginală pozitivă. Or, cu un termen pe care îl voi folosi în această notă, se admite că fiecare factor este întotdeauna efectiv: adică, dacă $(x) > 0$, $\alpha > 0$ și $(x') = (x) + \alpha(u)_k$, atunci, $f(x') > f(x)$.[11]

---

[9] *Pentru a evita încărcarea argumentației cu elemente nesemnificative pentru tema mea, mă voi limita, ca și în trecut, la analiza cazului unui proces cu un singur produs și un număr* finit *de factori, n > 1. Pentru simplificarea limbajului mai ales, voi presupune de asemenea că produsul și factorii au* măsuri cardinale continue. *Ipoteza că funcția de producție este continuă devine aproape o necesitate.*

[10] *Notația (a)* $\leqq$ *(b) înseamnă că* $a_i \leq b_i$. *Excluderea cazului* $a_i = b_i$ *pentru oricare i este indicată de (a)* $\leq$ *(b).*

[11] *În sensul strict, substituibilitatea înseamnă, de exemplu, că există a1, a2, astfel încât* $a_1 a_2 < 0$ *și* $f(x_1 + a_1 + a_2) = f(x_1, x_2)$. *Așa cum indică confirmațiile =factori de pe* C_y *din fig. 7-1 prezentată de mine, această definiție a substituibilității nu presupune în mod obligatoriu eficacitatea. De aceea, de-a lungul lui* C_y, *factorii A și B nu sunt substituibili în sensul clasic. Pentru a elimina o posibilă confuzie, noi vom folosi un termen diferit, să spunem, compensativitatea. dacă factorii sunt substituibili, dar nu efectivi.*

Scanned with OKEN Scanner

Negarea eficacității generale se exprimă prin următoarele:

A1. *Orice spațiu cu m-dimensiuni, să spunem,* $E_m^0(x_{m+1}, x_{m+2} = x_{m+2}^0, \ldots, x_n = x_n^0$, $m < n$, *conține un punct* $M(x^0)$, $(x^0) < +\infty$, *astfel încât* $f(x^0) = Q_m^0$ *este maxima absolută a lui* $f(x)$ *peste* E_m^0.[12]

Fie Z_m^0 mulțimea tuturor punctelor $(z) \in E_m^0$ pentru care $f(z) = Q_m^0$. Datorită continuității $f(x)$, Z_m^0 este închisă, adică conține toate punctele de la limită (ζ), astfel încât $f(\zeta) = Q_m^0$ și $f(x) = Q_m^0$ pentru oricare $(x) = (\zeta)-(w)_m \geq 0$. Conform ipotezei comune *a* izocuantelor convexe, Z_m^0 ar fi convexă. Dar A1 limitează forma Z_m^0 numai cu condiția - care decurge din (2) - că, dacă $(z) \in Z_m^0$ și $(z') = (z) + (v)_m$, atunci, $(z') \in Z_m^0$. Un exemplu la limită pentru forma Z_m^0, compatibil cu A1, este funcția cu doi factori definită astfel:

$$q = \begin{matrix} Min\left[x_1, x_2/2, K\right] \text{dacă } x_1 \leq x_2, \\ Min\left[x_1/2, x_2, K\right] \text{dacă } x_1 \geq x_2, \end{matrix} \qquad (3)$$

în care K este o constantă.

Din A1 rezultă că pentru fiecare k există două funcții cu unică valoare, $X_k(x)$ și $F_k(x)$, fiecare fiind independentă de x_k, astfel încât:

$$q < F_k(x) \Leftrightarrow x_k < X_k, \qquad q = F_k \Leftrightarrow x_k \geq X_k. \qquad (4)$$

Datorită continuității lui $f(x)$, F_k este continuă. Totuși, după cum indică (3), X_k nu este în mod obligatoriu continuă. Pentru a elimina caracteristicile date de (3) - care cu greu pot avea o justificare de ordin empiric - vom admite că o funcție de producție are și următoarea proprietate:

A 2. $X_k(x)$ este continuu la $(x) > 0$. Mai departe, dacă $(x') = (x) + \alpha (u)_k$, $x'_K, x_K < X_K$ atunci:

$$f(x) < f(x') \Leftrightarrow \alpha > 0^{13}. \qquad (5)$$

---

[12] *Motivul pentru care nu consider că A1 este în mod obligatoriu adevărată pentru m = n este să se poată admite ca (1) să reprezinte și un proces molecular, adică o industrie.*

[13] *Exemplul (3) nu satisface A2. Pe de altă parte, funcția* $f(x_1, x_2) = x_1x_2/(x_1+x_2)$, $f(0, 0) = 0$ *satisface A2, dar nu și A1. Prin urmare, A1 și A2 sunt independente. Observăm că și după adăugarea lui A2 izocuantele nu trebuie să fie convexe.*

Scanned with OKEN Scanner

Definiția I. *Fie* $(x) \in E_m^0$ *Grupul de factori* $(\Phi)_m = (\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m)$ *este efectiv, suficient sau redundant la* (x), *dacă* (x) *este un punct exterior, o limită, sau unul interior pentru* Z_m^0.

Dacă $m = 1$, atunci la (x) Φ_1 este efectiv, suficient sau redundant, dacă $x_1 <, =, > X_1$. Din A1 rezultă direct că, dacă $(\Phi)_m$ este redundant, atunci, oricare Φ_k, $k \leq m$, este redundant la (x). Cu A2 putem arăta cu ușurință că inversarea ultimei propoziții este adevărată. Totuși, un grup suficient de mare poate conține până la m-1 factori redundanți. Mai evident este faptul că un grup efectiv nu trebuie să conțină un factor efectiv, caz în care trebuie să conțină cel puțin doi factori suficienți.

Definiția II. *Fie* $(\Phi)_m$ *un grup efectiv la* (x). *Dacă nici o submulțime de* $(\Phi)_m$ *nu este efectivă la* (x), *atunci* $(\Phi)_m$ *este* un grup strict efectiv la (x).

Evident, dacă $m > 1$, atunci orice factor al unui grup strict efectiv este suficient; dacă $m = 1$, factorul este efectiv, și invers.

O situație specială apare dacă toate grupurile strict efective la (x) au o subgrupă comună, să zicem, $(\Phi)_l$, $1 \leq l \leq n$. Orice factor Φ_k, $k<l$ se caracterizează printr-o proprietate care poate fi inclusă în următoarea:

Definiția III. *Dacă la* (x) *o creștere a lui* x_j *este o condiție necesară, dar nu și suficientă pentru o mărire a producției, atunci* Φ_j *este un factor limitațional la* (x).[14]

Un alt caz relevant este acela în care, la (x) există numai un grup strict efectiv, să zicem, $(\Phi)_h$ $1 \leq h$. (Evident, dacă $k > h$, Φ_k nu este efectiv la (x).) Acest caz conduce la:

Definiția IV. *Dacă la* (x) *o creștere a fiecărui* x_j, $1 \leq j \leq h$ *este o condiție necesară și suficientă pentru o creștere a producției, atunci* $(\Phi)_h$ *este un grup limitativ la* (x).[15]

---

[14] *Vezi definiția I din Eseul 10 retipărit în continuare,* Limitaționalitate, limitativitate și echilibru economic.

[15] *Aceasta reprezintă o generalizare firească a definiției II din eseul menționat. Definiția de mai sus cuprinde și cazul în care lacătele și cheile sunt limitative. Printre altele, dacă* $h = n$, *atunci* (Φ) *este atât un grup limitațional cât și unul limitativ.*

Scanned with OKEN Scanner

Existența factorilor limitaționali este dovedită de fiecare funcție de producție analizată în lucrarea mea din 1935 (vezi nota 4 de mai sus). Astfel, în (13) există două grupuri efective-limitaționale, (A,X,Z) și (B,X,Z); prin urmare, atât X cât și Z sunt limitaționale. Totuși, din A1 și A2 nu rezultă că un factor limitațional este asociat oricărei producții: acest lucru este clarificat de Kaldor în fig. 1. Ar fi totuși o greșeală să deducem din aceeași schemă că dacă productivitatea marginală *a* fiecărui grup de factori devine zero la sfârșit; atunci fiecare factor devine limitativ până la urmă. Funcția:

$$q = x_1x_2 + x_1 + x_2, \quad q \leq K = constant, \tag{6}$$

impune imediat faptul că A1 nu determină o regularitate, regularitatea fiind definită astfel:

Definiția IV. *Dacă fiecare factor este limitativ la un anume (x) de pe izocuanta I_0, $f(x)=q_0$, atunci I_0 este o izocuantă regulată*[16].

Deoarece o combinație-factor (x) presupune o ofertă în exces, dacă, și numai dacă, un (ii) factor (i) este (sunt) redundant (-ți), este firesc să admitem și următoarea:

Definiția VI. *Dacă nici un factor nu este redundant la* (x), *atunci* (x) *este o combinație-factor în sensul* propriu *al termenului.*

Să observăm acum că relațiile x_i <, =, > X_i divid spațiul-factor în 3^n domenii L, din care unele pot fi vide. De exemplu, domeniul $L^n = [x_i > X_i$ pentru fiecare $i]$ este vid dacă A1 este falsă pentru $m = n$; în cazul funcției (6) există numai trei domenii L. Fie $L^0 = [x_i < X_i$ pentru fiecare $i]$. Deoarece în fiecare domeniu, altul decât L^0, este dominantă cel puțin o relație $x_i > X_i$, din (4) rezultă că f este definit prin funcțiile F_k oriunde în afara lui L^0. Fie $F_0(x)$ o funcție, astfel încât, dacă $(x) \in L^0$, atunci $q = F_0$, iar dacă $(x) \notin L^0$, atunci $q < F_0$. (Evident, dacă $(x) \in L^0$, atunci $F_0(x)$ este o

[16] *Ipoteza - în favoarea căreia există dovezi sigure - că toate izocuantele unei funcții de producție sunt regulate, trebuie adăugată la A1. Deoarece această ipoteză, la rândul său, nu presupune A1. Aceasta este dovedită de $q = f(x_1,x_2,x_3)$, astfel încât $q = c$ pentru $x_i = b$ și $(x_j - b)(x_k - b) \geq 0$, în care $b > 0$ este o funcție continuă crescătoare de c, iar i, j, k, orice permutare de 1,2,3.*

funcție crescătoare pentru oricare x_j.) Atunci, orice funcție de producție poate fi scrisă astfel:

$$q = Min\left[\varepsilon_0 F_0, F_1, \ldots, F_n\right] \qquad (7)$$

în care $\varepsilon_0 = 0$ sau 1 în funcție dacă L^0 este vidă sau nu[17]. (Este posibil să lăsăm deoparte unele F_j $j \neq 0$, dacă $L(i) = (x_k < X_k,\ k \neq i$ și $x_i = X_i)$ este vidă)[18].

Fie $L^0 \neq 0$; atunci $L^0 \subseteq P$, în care P este mulțimea tuturor combinațiilor proprii pentru (1). Dacă $(x) \in L^0$, atunci dimensiunea mulțimii P la (x) este n, și invers[19]. Partea din această notă care ne interesează este aceea în care $L^0 = 0$, adică în care $\varepsilon_0 = 0$ în (7). În acest caz, dimensiunea mulțimii P este, peste tot, mai mică decât n și după cum va demonstra teorema următoare, mai mare decât zero.

Teorema I. *Oricare izocuantă a unei funcții care satisface relația (2) conține cel puțin o combinație proprie de factori.*

Demonstrație. Fie $f(x^0) = q_0$ și Φ_i, $i \leq m \leq n$, factorii redundanți la (x_0). Fie $(x^1) = (x^0) - \alpha(u)_1$, $x_1^1 = X_1^0$ atunci $f(x^1) = q_0$. La (x^1) Φ_1 este suficient și nici un Φ_k, $k >$ m, nu este redundant. Pentru că, dacă Φ_k este redundant la (x'), atunci, pentru $(x') = (x^1) - \beta(u)_k$ și $0 \leq \beta \leq \beta_0$, avem $f(x') = q_0$ și, prin (2), $f(x'') = q_0$ pentru $(x'') = (x^0) - \beta(u)_k$. Dar atunci Φ_k ar fi redundant la (x^0). Deoarece aceasta duce la o contradicție, la (x^1) există cel mult m-1 factori redundanți. Continuând algoritmul, ajungem la (x^j), $j \leq m$, la care nici un factor nu este redundant, iar $f(x^j) = q^0$. Q.E.D.

Fie ε, σ, λ, τ, numerele următoarelor categorii de factori la $(x) \in P$: efective, suficiente, limitaționale și suficiente, dar nu limitaționale, Considerațiuni simple arată că, dacă $\varepsilon \neq n$, atunci:

---

[17] *De fapt, dacă aceasta satisface pe A1 sau nu, orice funcție de producție care satisface (2) se poate reprezenta prin $q = Min\ [G_1, G_2, .., G_m]$, $m \leq n+1$, în care cel mult o G_k este o funcție pentru oricare x_i. Această relație poate fi interpretată ca o sistematizare a limitelor tehnice $q \leq g_i(x)$ cărora le este supus, în mod normal, orice proces de producție.*

[18] *Evident, dacă L(i) este vidă, astfel că* $L'(i) = \left[x_k < X_k k \neq i, x_i > X_i\right]$.

[19] *Chiar dacă conceptul de dimensionalitate poate părea destul de simplu, eu mă refer la definiția dată de W.Hurewicz și H.Wallman în* Teoria dimensiunii *(Princeton, 1941), cap. III.*

Scanned with OKEN Scanner

$$\varepsilon\lambda = 0, \quad \lambda \neq n-1, \quad \varepsilon < r, \tag{8}$$

în care r este dimensiunea mulțimii P la (x). Vom observa că a treia condiție presupune că $\sigma \geq 2$. Aceste rezultate ne fac să distingem patru tipuri generale de situații la $(x) \in P$:

I ($\lambda>0$, τ, $\varepsilon = 0$), II(0, τ, >1 ε), III(0,n,0) IV(0,0,n).[20]

Fie $(x) \in P$ și fie Φ_i, $1 \leq i \leq \sigma$, să fie factorii suficienți la (x). Atunci, (x) satisface:

$$x_i = X_i \quad pentru \quad i \leq \sigma, \quad x_i < X_i \quad pentru \quad i > \sigma. \tag{9}$$

La (x) avem și:

$$q = F_1 = F_2 = \ldots = F_\sigma < F_i, \qquad \sigma < i \leq n, \tag{10}$$

și, din cauza continuității lui F_k, în vecinătatea lui (x):

$$q = Min\left[F_1, F_2, \ldots, F_\sigma\right]. \tag{11}$$

Nu este greu de construit exemple analitice care să indice că A1-A2 nu garantează că P_0, intersectarea dintre P și I_0, are aceeași dimensiune pentru fiecare I_0.[21]

Definiția VII. *Dacă intersectarea oricărui domeniu L cu oricare izocuantă are aceeași dimensiune, atunci funcția de producție este o funcție L. Dacă, în plus, $L^0 = 0$, atunci funcția de producție este o funcție L^0.*

---

[20] *Funcțiile de producție avute în vedere în articolul meu sunt de tipul I. Exemplul izocuantelor curbate ca o navă, dat de Kaldor, aparține tipului II. Tipul III constituie trecerea de la I la II. În clasificarea făcută de Kaldor, acest tip este inclus, împreună cu II, în categoria 2, în timp ce modelul (n, O, O) este dat separat drept categoria 4. Clasificarea de mai sus răspunde totuși mai bine nevoii de corelare între analiza pură și evidența faptică.*

[21] *De exemplu, $f(x_1, x_2, x_3)$ definit astfel: dacă oricare $x_i \leq a$, atunci f = Min $[x_1, x_2, x_3]$; dacă $x_i \geq a$, $i = 1, 2, 3$, atunci f = Min $[(x_1 + x_2)/2, (3x_1 - a)/2, (3x_2 - a)/2, x_3]$.*

Scanned with OKEN Scanner

Fie $f(x)$ o funcție L^0 și domeniul Π, astfel încât, dacă $(x) \in (\Pi)$, la (x) numărul de factori efectivi, ε, este maxim[22]. Datorită continuității, observăm cu ușurință că același factor trebuie să fie efectiv pe întregul (Π). Prin urmare, prin definiția VII, Π are aceeași dimensiune r, $\varepsilon < r \leq n-1$ și dacă $(x) \in \Pi$ atunci (x) satisface relațiile (9) - (11). Mai mult, $(x) \notin \Pi$, dacă, și numai dacă, $x_i = X_i$, $1 \leq i \leq \sigma$ [23]. Totuși, aceeași echivalență nu se aplică relației (10) care este satisfăcută atât de niște $(x) \notin \Pi$, precum și de $(x) \in \Pi$. Oricum, (10) este mai utilă, fiindcă determină producția în termeni de ofertă pentru cea mai potrivită categorie de combinații-factori. Am folosit această formă pentru a descrie funcțiile L^0 în lucrarea mea din 1935.

Evident, structura lui F'_k este departe de a fi simplă. Totuși, este posibil să găsim un sistem echivalent cu (10) și mai simplu decât acesta. Un exemplu instructiv este oferit de cazul $\lambda = n$. Atunci, $F_i = \text{Min}\,[\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \ldots, a_n]$ în care a_j este funcție continuă numai de x_j, crescătoare pentru $x_j < \xi_j$ și constantă pentru $x_j \geq \xi_j$. În acest caz, (10) și (11) devin:

$$q = a_1(x_1) = a_2(x_2) = \ldots = a_n(x_n), \tag{10a}$$

$$q = Min\left[a_1, a_2, \ldots, a_n\right], \tag{11b}$$

ultima relație fiind valabilă pentru E^n nu numai în vecinătatea lui (x).

Teorema II. *Dacă* $(x) \in \Pi$, *atunci* (x) *satisface sistemul*:

$$q = h_1 = h_2 = \ldots h_{g+1} \qquad g = n - r, \tag{12}$$

astfel încât :1) h_k *este o funcție de* $(x)^{(k)} = (x_{ik}, x_{jk}, \ldots, x_{lk})$, *în care* $(i_k, j_k, \ldots, l_k)$ *este o submulțime adevărată a lui* $(1,2,\ldots, n)$ *și este definită pentru domeniul* H_k, *astfel încât* $x^{(k)} \in H_k$ *să admită că* $(z) \in \Pi$ *cu* $z_{dk} = x_{dk}$ *pentru* $d = i,j, \ldots, l$; *2)* h_k *este continuu pentru* H_k *și este o funcție crescătoare pentru fiecare argument; 3) cel puțin un* h_k *nu presupune* x_i, *pentru fiecare* $i \leq \sigma$; *4) dacă* $(\Phi_a, \Phi_b, \ldots, \Phi_i, \ldots, \Phi_l)$ *este strict efectivă, atunci oricare* h_k *admite numai un* Φ_i; *5) următoarea:*

$$q = Min\left[h_1, h_2, \ldots, h_{g+1}\right] \tag{13}$$

---

[22] *(D) reprezintă interiorul lui D.*

[23] *Este util să observăm că, așa cum indică (6), existența unui domeniu nonvid caracterizat prin acest sistem nu presupune că f este o funcție* L^0.

Scanned with OKEN Scanner

ține de mulțimea H, H fiind astfel încât, dacă $(x)\in H$, *atunci oricare* $(x)^{(k)} \in H_k$. *Sistemul* (12) *este unic.*

Demonstrație. Observând că (10a) și (11a) demonstrează teorema pentru $n = 2$ și $\lambda = n$, vom proceda la inducție completă. Trebuie să ținem seamă numai de două cazuri: (*a*) $0 < \in \leq n\text{-}1$, (*b*) $\in = 0$, $r \geq 2$. Dar, mai întâi, vom observa că, din cauza continuității X_i și a dimensionalității uniforme a lui Π, un grup strict efectiv la $(x)\in(\Pi)$ trebuie să fie strict efectiv închis pentru (Π).

Se vor alege notațiile, astfel încât Φ_n să fie efectiv sau suficient, dar nu limitațional dacă (*a*) sau (*b*) reprezintă cazul. Fie x_n^0 astfel încât $\Pi \cap E_{n-1}^0 \neq 0$. Atunci, $f_n^0(x)$ definit pentru E_{n-1}^0 prin $f_n^0 = f$ este o funcție L^0 de n-1 variabile. Fie Π_n^0 mulțimea corespunzătoare lui Π pentru f_n^0. Pe baza ipotezei inductive, teorema este adevărată pentru f_n^0, deoarece $(x)\in \Pi_n^0$ satisface:

$$q = h_1^0 = h_2^0 = \ldots = h_{g+1}^0, \tag{12a}$$

și pentru H_n^0:

$$q = Min\left[h_1^0, h_2^0, \ldots, h_{g+1}^0\right], \tag{13a}$$

în care exponentul zero indică faptul că h_k^0 poate depinde de x_n^0. Evident, $(\Pi \cap E_{n-1}^0) \subseteq \Pi_n^0$. Mai mult, dacă $(x)\in(\Pi_n^0)$, atunci Φ_n este efectivă sau suficientă la (x) dacă (*a*) sau (*b*) reprezintă cazul. Pentru că, altfel, X_n nu ar fi o funcție continuă de $(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$. Prin urmare, (12a), și (13a) sunt valabile pentru oricare $(x)\in\pi$. În plus, toate h_k^0 sunt funcții crescătoare de x_n^0 dacă (*a*) este adevărată și cel puțin o h_k^0 este independentă de x_n^0, dacă (*b*) reprezintă cazul. Se mai observă că (12a) este unică. Q.E.D.

4. În încheiere, aș dori să subliniez, în primul rând, că din teorema II rezultă că, dacă Φ_i, $i \leq \lambda$, fiind factori limitaționali, atunci (12) devine:

$$q = h_1(x_1) = h_2(x_2) = \ldots = h_\lambda(x_\lambda) = h_{\lambda+1} = \ldots = h_{g\cdot 1}, \tag{14}$$

în care h_k, $k > \lambda$ este independentă de oricare x_i, $i \leq \lambda$. Aceasta confirmă faptul că o definiție alternativă a unui factor limitațional, să spunem Φ_j, este aceea că x_j este o funcție *numai a producției pentru* Π. Sistemul (14) mai arată că pentru Π există și alte relații între oricare x_j și celelalte

variabile. De aceea, propunerea lui Palander de a numi un factor limitațional de-al doilea tip, dacă input-ul său este o funcție de alte input-uri[24], nu este operațională. Singurul remediu ar fi egalizarea limitaționalității de tipul al doilea cu complementaritatea tehnică strictă: lacăt - și - cheie. Dar, atunci, o nouă etichetă ar deveni superfluă.

A doua mea observație privește tipul III care nu poate fi reprezentat printr-o structură plastică, pentru că acesta există numai pentru mai mult de trei factori. (Aceasta ar putea explica poate de ce Kaldor nu a reușit să o menționeze.) Și totuși acest fapt este cel mai relevant dintre toate.

Acum câțiva ani, am observat că cele două modele de bază folosite în științele economice pentru a descrie o activitate comercială în curs - una care folosește numai coordonatele fluxului, cealaltă, numai coordonatele stocurilor - sunt nesatisfăcătoare[25]. O activitate comercială în curs este, înainte de toate, descrisă prin ceea ce este, adică prin unele coordonate ale stocurilor, S_1, S_2, ..., S_n; ceea ce face sau, mai degrabă ceea *ce poate să facă* cu unele coordonate ale fluxului, să spunem debitele input-ului, r_1, r_2, ..., r_n. Dacă admitem, pentru simplificare, substitutibilitatea completă între stocuri, pe de o parte , și input-uri, pe de altă parte, debitul output-ului pentru combinații-factori proprii satisface $q = F(S_1, S_2, ..., S_n) = G(r_1, r_2, ..., r_n)$; în plus, $q = \text{Min}[F,G]$. De fapt, orice funcție de producție fără limitaționalitate - cum se întâmplă de cele mai multe ori - este de tipul III.[26] Numai din această cauză, și merită să ne ocupăm de funcțiile L^0.

---

[24] *Pentru sursă, vezi nota 4 de mai sus.*

[25] *Georgescu-Roegen, "Funcția de producție liniară globală și aplicațiile ei la modelul economic propus de von Neumann", în* Analiza activității de producție și de alocare, *edit. T.C. Koopmans et al. (New York, 1951), p. 100-101.*

[26] *Numeroasele și interesantele consecințe ale opiniei de mai sus privind o activitate comercială în curs sunt analizate, în continuare, într-o monografie ulterioară a autorului,* Proces, valoare și dezvoltare.

Scanned with OKEN Scanner

8

Fenomene de relaxare în modelele dinamice liniare

Într-un scurt articol publicat în primul volum al lucrării *Econometrica*, Ph. Le Corbeiller a subliniat posibilitatea folosirii fenomenelor de relaxare ca model pentru ciclurile din domeniul afacerilor[1]. Totuși, ideea lui Le Corbeiller a avut un ecou redus printre economiști, iar literatura a făcut numai trimiteri sporadice la această lucrare. Paul A.Samuelson, menționând o asemenea abordare, admite că, practic, nimic nu s-a făcut în acest sens[2]. Singura problemă economică care ar putea avea de-a face cu relaxarea este faimoasa problemă a pânzei de păianjen, dar aceasta a evoluat în afara oricărei legături cu conceptul de relaxare.

Articolul lui Le Corbeiller a fost inspirat de lucrarea lui B. van der Pol[3]. Fenomenele de relaxare ocupă un loc important în fizica modernă. Dificultatea abordării unor asemenea fenomene constă în faptul că deși

---

Notă: Această lucrare este retipărită prin amabilitatea editorului lucrării Analiza activității de producție și alocare, *edit. T.C. Koopmans et al. Cowles Commission for Research in Economics Monograph No.13 (New York: John Wiley & Sons, Inc., 1951), p. 116-131. Odată cu ediția originală am arătat că rezultatele din lucrare au fost prezentate, prima dată la ședințele personalului angajat în Proiectul de cercetare economică al Universității Harvard din aprilie 1949 și am adăugat: "Autorul dorește să facă cunoscute multele discuții interesante avute cu profesorul W.W. Leontief în legătură cu subiectele tratate aici. Trebuie în mod necesar adăugat că pentru erorile pe care le conține capitolul, numai autorul este răspunzător. Facilitățile asigurate de Institutul de Cercetare și Pregătire pentru Științele Sociale de la Universitatea Vanderbilt i-au folosit autorului la pregătirea versiunii finale, pentru toate acestea el rămâne profund recunoscător".*

[1] *Ph. Le Corbeiller,* Les oscillations de relaxation, Econometrica, *I (1933), p. 328- 332.*

[2] *Paul A.Samuelson,* Bazele analizei economice *(Cambridge, Mass, 1947), p. 339.*

[3] *Balth, van der Pol,* Despre oscilațiile relaxării, London, Edinburgh and Dublin Philosifical Magazine and Journal of Science, *II (1926), p. 978-992.*

Scanned with OKEN Scanner

majoritatea lor sunt de natură *periodică*, această periodicitate nu poate fi descrisă printr-o curbă sinusoidală. Un exemplu de fenomen de relaxare este ciocanul care loveşte periodic[4]. Evident, descrierea unor asemenea mişcări creează dificultăţi suplimentare faţă de cazul mişcării unei pendule. Pendulul are o periodicitate *simetrică*, ciocanul, una *asimetrică*. Aceasta se datoreşte faptului că mişcarea ciocanului se poate descompune în două faze distincte, una înainte şi alta după ce energia este eliberată datorită şocului. Cele două deplasări ale ciocanului, înspre şi dinspre obiectul lovit, se produc în două *regimuri diferite* care determină două *faze diferite* ale mişcării.

Totuşi, nu toate mişcările care au o periodicitate asimetrică sunt fenomene de relaxare. O bilă care se deplasează, fără frecare, pe suprafaţa unei scânduri de spălat rufe cutate asimetric nu presupune o relaxare în sensul folosit de scriitorii menţionaţi. În acest sens, un fenomen de relaxare are loc numai când diferenţa dintre mişcările "în sus" şi "în jos" este dată o anume *descontinuitate a regimului*. O asemenea discontinuitate va produce o discontinuitate *a vitezei* de mişcare (cel puţin ca mărime sau ca direcţie). De aceea, mişcările fiecărei faze vor fi descrise printr-o *funcţie diferită*[5].

Scopul lui van der Pol a fost aproximarea acestor două funcţii diferite printr-o singură funcţie analitică. Aceasta s-a realizat prin soluţiile periodice ale ecuaţiei diferenţiale:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \epsilon (y^2 - 1)\frac{dy}{dt} + y = 0 \qquad (1)$$

pentru valori mari ale lui ε. Prin acest procedeu, dificultatea analitică a fost rezolvată din punct de vedere practic. Dar aceasta ascunde sensul real al relaxării, care este discontinuitatea regimului. Într-adevăr, după cum s-a

---

[4] *Pentru alte exemple din acest domeniu al fizicii, vezi Ph. Le Corbeiller,* Les systèmes autoentrenus et les oscillations de relaxation *(Paris, 1931).*

[5] *Din punctul de vedere al definiţiei unei funcţii elaborate de Dirichlet, această distincţie nu este posibilă. Totuşi, legile mişcării, fiind derivate din anumite ecuaţii diferenţiale cu o structură algebrică sau, cel puţin, analitică, sunt, în general, funcţii analitice. Deoarece orice funcţie analitică are o individualitate proprie, este perfect justificat să considerăm două asemenea funcţii ca fiind distincte.*

Scanned with OKEN Scanner

arătat deja, periodicitatea, în sens clasic, constituie un aspect secundar al oscilațiilor relaxării. În științele economice, unde majoritatea fenomenelor așa-numite periodice, cum ar fi ciclurile din domeniul afacerilor, de exemplu, sunt tratate ca fenomene periodice în sensul clasic numai ca să se simplifice problema, aspectul discontinuității își păstrează întreaga importanță. Acest punct de vedere își găsește o remarcabilă ilustrare într-un model dinamic prezentat de Leontief într-o lucrare citită, în februarie 1949, în fața personalului care se ocupă cu Proiectul de Cercetare Economică de la Harvard. Contribuția la acest capitol își are originea în încercarea autorului de a răspunde întrebării puse de Leontief în lucrarea sa.

Modelul dinamic prezentat de Leontief reprezintă o extindere a modelului static inițial[6]. Acesta se definește prin sistemul:

$$(F1) \qquad \begin{aligned} x_1 &= a_{21}x_2 + b_{11}\dot{x}_1 + b_{21}\dot{x}_2, \\ x_2 &= a_{12}x_1 + b_{12}\dot{x}_1 + b_{22}\dot{x}_2, \end{aligned}$$

în care x_1, x_2 sunt fluxuri ale output-ului, $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ sunt derivate în raport cu timpul, iar *a* și *b* sunt constante.

Sistemul (F1) ține seamă de faptul că producția are nevoie atât de fluxuri de intrare cât și de stocuri (inventar). Prin această formulare specifică, input-urile și stocurile se presupun că sunt proporționale cu output-urile. Raporturile dintre fluxurile input-ului și fluxurile output-ului sunt denumite *coeficienți ai input*-ului (sau *a*-uri), iar raporturile dintre stocuri și output-uri sunt *coeficienți ai capitalului* (sau *b*-uri).

Sistemul (*F*1) conduce la soluția clasică:

$$(S1) \qquad \begin{aligned} x_1 &= c_1 e^{\lambda 1 t} + c_2 e^{\lambda 2 t} \\ x_2 &= c_1 u_1 e^{\lambda 1 t} + c_2 u_2 e^{\lambda 2 t}, \end{aligned}$$

în care c_1 și c_2 sunt constante de integrare determinate prin valorile inițiale x_1 și x_2. Leontief presupune în continuare că într-un *punct hotărâtor*, definit în termeni de $\dot{x}_1$ (modificarea cererii pentru x_1), apare o discontinuitate în comportamentul întreprinzătorilor, cum ar fi $b_{11} = 0$ în (F1). De aceea, următoarea fază a sistemului va fi definită prin ecuațiile:

---

[6] *Wassily W.Leontief*, Evoluții recente în studiul relațiilor interindustriale, American Economic Review, *Comunicări și lucrări, XXXIX (1949), p. 218-221.*

Scanned with OKEN Scanner

$$(F2)\qquad \begin{aligned} x_1 &= a_{21}x_2 + 0 + b_{21}\dot{x}_2\,, \\ x_2 &= a_{12}x_1 + b_{12}x_1 + b_{22}\dot{x}_2\,, \end{aligned}$$

şi va dura atât timp cât cererea pentru x_1 nu atinge un anumit nivel determinat de acela care existase când începuse faza a doua.

Soluţia pentru (F2) este:

$$(S2)\qquad \begin{aligned} x_1 &= c'_1 e^{\mu 1 t} + c'_2 e^{\mu 2 t}\,, \\ x_2 &= c'_1 v_1 e^{\mu 1 t} + c'_2 v_2 e^{\mu 2 t}\,, \end{aligned}$$

în care constantele integrării, c'_1 şi c'_2, sunt determinate de condiţii unificatoare, şi anume că (S2) trebuie să înceapă de unde a încetat (S1). Prin urmare, c'_1, c'_2 sunt indirect determinate de valorile iniţiale ale x_1, x_2.

Când prima fază (F1) apare din nou, dacă totuşi se întâmplă acest lucru, noile valori ale constantelor c_1 şi c_2 vor trebui determinate prin noile condiţii unificatoare dintre (S2) şi (S2) şi aşa mai departe. Este evident că problema tratată astfel duce la dificultăţi tehnice aproape insurmontabile şi ne putem întreba, cum a făcut Leontief, dacă va fi posibil să prezicem, într-un *număr finit de etape*, rezultatul final al sistemului[7].

Scopul acestui capitol este de a oferi un răspuns la această întrebare şi de a stabili o metodă care să poată fi aplicată studierii aproape a tuturor problemelor economice în care apare fenomenul de relaxare. Se va introduce de asemenea şi un concept mai general de periodicitate, având o deosebită importanţă pentru teoria economică[8].

---

[7] *O analogie, folosită de autor în altă parte, poate uşura înţelegerea esenţei unei asemenea probleme. Se ştie, de exemplu, că zecimalele numărului transcendental π. nu pot fi determinate dacă nu procedăm pas cu pas. Pentru numere cum ar fi 7/23, orice zecimală se poate determina într-un număr finit de etape. Întrebarea din text este dacă sistemul are structura lui π, adică prevederea unei faze să se bazeze pe legătura reală (şi pe cunoaştere) cu cea precedentă sau structura unui număr raţional, adică orice fază să poată fi calculată fără o cunoaştere obligatorie a precedentei.*

[8] *Autorul doreşte să sublinieze că obiectul acestui capitol nu este stabilirea unor merite din punctul de vedere al teoriei economice, pentru modelele folosite aici la ilustrarea metodei analitice privind fenomenele de relaxare din economie. Mai mult, în cazul modelului lui Leontief acest lucru ar fi fost imposibil, fiindcă nu s-a tipărit încă lucrarea lui Leontief.*

Scanned with OKEN Scanner

1. Să ne gândim la un sistem, (Σ), care este supus unui număr de două regimuri diferite, R_1 și R_2. Admițând că se dau și două linii, r_1 și s_2, care determină trecerea sistemului de la regimul R_1 la regimul R_2 și invers. Dacă, dintr-o poziție inițială dată, $(\Sigma)_0$, sistemul se dezvoltă în regimul R_1[9], deplasarea sistemului este determinată complet până la $t = \infty$.[10]

Evoluția sistemului poate fi descrisă prin succesiunea:

$$(F) \qquad F_1, F_2, F_1, F_2, \ldots,$$

în care F_1 și F_2 reprezintă fazele corespunzătoare lui R_1 și R_2. Succesiunea (F) poate fi finită sau infinită.

Această schemă constituie un tip special de periodicitate, pe care îl vom numi *periodicitate-fază*. Acesta este un concept generalizat al *periodicității-punct* clasice. Ciclurile economice par să fie mai bine descrise de periodicitatea-fază decât de periodicitatea-punct, deoarece aspectul relevant al ciclului din domeniul afacerilor este recurența fazelor, și nu repetiția după o temporizare constantă, cu *aceleași* valori.

Periodicitatea-fază definită mai sus presupune un fenomen de relaxare de fiecare dată când se schimbă faza. Mai mult, este mai generală decât oscilațiile relaxării din fizică, ultima fiind, de obicei, numai periodică într-un punct.

Prima problemă care apare în legătură cu o schemă *a* periodicității-fază este aceea de a stabili dacă succesiunea (F) este finită și în continuare, în cazul în care (F) este infinit dacă sistemul are o mișcare asimptotică. Dacă da, economiștii vor spune că modelul dinamic tinde către un echilibru unic.

Pot fi concepute diferite tipuri de scheme. Noi le vom alege pe acelea care mai probabil, vor fi mai des întâlnite în cazul modelelor dinamice economice.

---

[9] *Această ipoteză este absolut necesară. Alegerea dintre R_1 și R_2, când regimul inițial se stabilește pe criterii exterioare dacă se admite că întreaga evoluție are un început. Aceasta nu ar mai fi necesară dacă sistemul ar fi considerat deja în mișcare, caz în care succesiunea (F) de mai jos nu are început. Totuși, în unele cazuri, o condiție inițială dată poate fi compatibilă numai cu unul dintre cele două regimuri, R_1, R_2.*

[10] *Cu condiția, totuși, să nu existe situații în care regula r_1 (sau r_2) să se contrazică singură.*

2. Un model simplu, care să ilustreze fenomenele de relaxare, ar fi unul în care acumularea de capital din perioada de avânt al ciclului comercial se supune unei legi dinamice diferite de aceea care determină reducerea acumulării de capital din perioada de regres. O asemenea abordare ar fi, într-adevăr, mai realistă decât aceea a majorității modelelor dinamice construite până acum, care admit că ambele faze sunt determinate de o lege reversibilă[11].

Să presupunem că legile dinamicii globale care guvernează acumularea (sau diminuarea) capitalului în timpul celor două faze ale ciclului sunt reprezentate respectiv prin ecuațiile:

$$\frac{dC}{dt} = f_1(C), \qquad \frac{dC}{dt} = f_2(C), \tag{2}$$

astfel, făcând din modificarea în stoc de capital o funcție a stocului existent.

Problema descrierii evoluției sistemului are o soluție directă și simplă dacă sistemul de ecuații diferențiale parțiale,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = f_1(C), \qquad \frac{\partial C}{\partial t} = f_2(C) \tag{3}$$

este integrabil. Fie

$$C = \varphi(t, \tau) \tag{4}$$

integrala relației (3), iar t_k și τ_k, lungimea primei faze de ordinul k, respectiv, a fazei a doua de ordinul k. Aceste lungimi se determină pe baza liniilor r_1 și r_2. Deplasarea sistemului este descrisă în termenii funcției unice (4):

$$\begin{aligned} C &= \varphi\left(\sum_1^n t_i + t, \sum_1^n \tau_i\right) \qquad (0 \leqq t \leqq t_{n+1}), \\ C &= \varphi\left(\sum_1^n t_i, \sum_1^{n-1} \tau_i + \tau\right) \qquad (0 \leqq \tau \leqq \tau_n). \end{aligned} \tag{5}$$

[11] *Acest punct a fost cu claritate subliniat de Leontief în lucrarea citită în fața personalului implicat în Proiectul economic de la Harvard, la care m-am mai referit în text. Leontief a arătat importanța profundă a punctului de cotitură dintr-un ciclu comercial, care trece cu mult dincolo de aspectul doar formal al înclinației care se schimbă. Argumentul lui Leontief este folosit aici numai pentru a ilustra utilitatea conceptului de relaxare în teoria economică.*

Scanned with OKEN Scanner

În spațiul tridimensional, funcția (4) reprezintă o suprafață și regulile r_1 și r_2 vor corespunde, în general, la două curbe (r_1) și (r_2), ca în fig. 8.1. Deplasarea sistemului va fi descrisă de calea $C_0, C_1, C_2, \ldots$, pe suprafața φ. Prin urmare, întreaga problemă a periodicității-fază poate fi urmărită pe calea $c_0, c_1, c_2, \ldots$, din planul $t0\tau$.

Se observă că valoarea C depinde în orice moment de lungimea timpului obținută prin însumarea timpului separat pentru fiecare fază.

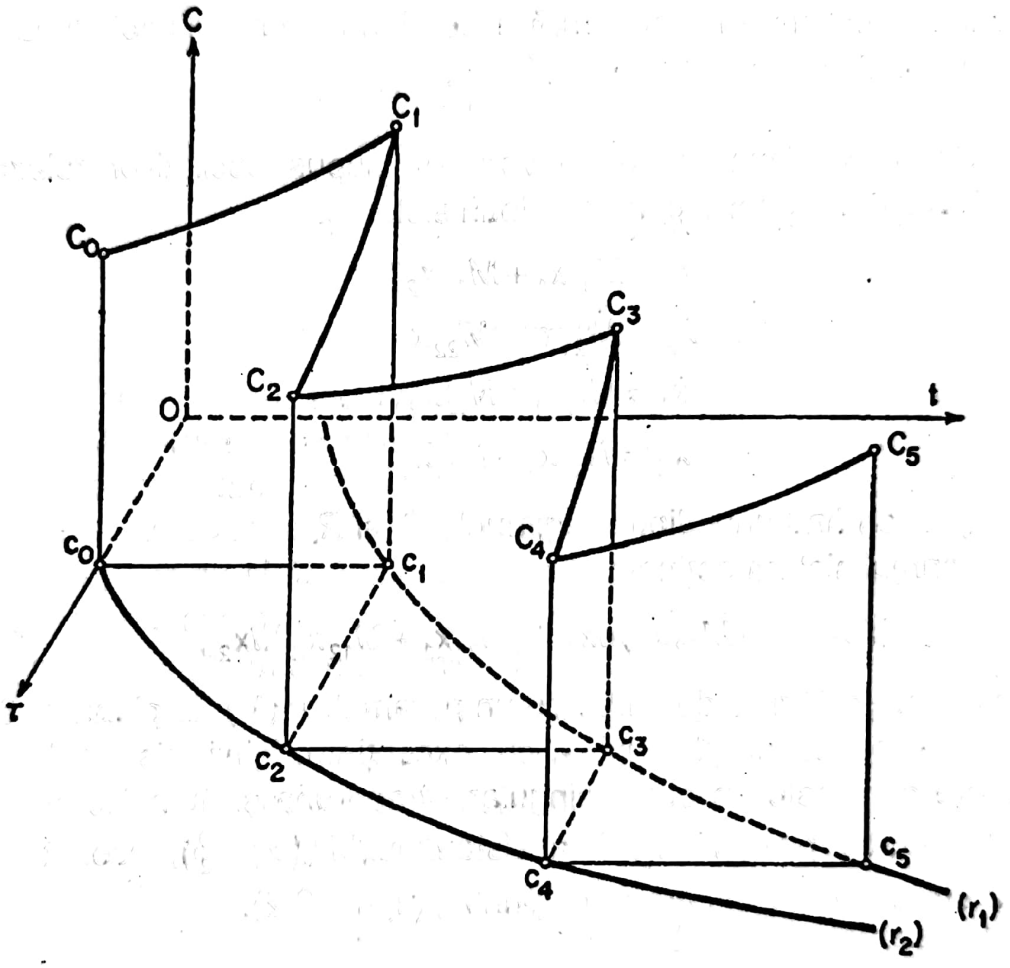

Figura 8.1

Prin urmare, întreaga evoluție *a* sistemului poate fi prognozată printr-un număr finit de etape.

Se observă cu ușurință că sistemul va tinde către un echilibru dacă una sau alta dintre următoarele condiții este îndeplinită:

(*a*) curbele (r_1) și (r_2) se întâlnesc într-un punct E, la o distanță finită sau la infinit (adică, sunt asimptotice);

Scanned with OKEN Scanner

(*b*) cele două curbe (r_1) şi (r_2) nu se întâlnesc, dar, pentru $t = +\infty$,

$$\lim_{pe\ r_1} \varphi = \lim_{pe\ r_1} \varphi . \qquad (6)$$

Dacă *E* se află la o distanţă finită, se va ajunge la echilibru după o perioadă de timp finită; în toate celelalte cazuri, sistemul se va apropia numai de starea de echilibru.[12]

Putem întâlni modele economice care îndeplinesc condiţia de integrabilitate, dar ele au o structură excepţională, iar aplicabilitatea lor va fi astfel limitată[13].

3. Un model liniar cu două variabile supus oscilaţiilor relaxării poate fi descris, în general prin cele două sisteme:

$$(M)\quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= M_{11}x_1 + M_{12}x_2 , \\ \dot{x}_2 &= M_{21}x_1 + M_{22}x_2 , \end{aligned}$$

$$(N)\quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= N_{11}x_1 + N_{12}x_2 , \\ \dot{x}_2 &= N_{21}x_1 + N_{22}x_2 , \end{aligned}$$

fiecare reprezentând unul dintre regimurile R_1 şi R_2.

Din primul sistem obţinem:

$$(M_{21}x_1 + M_{22}x_2)dx_1 = (M_{11}x_1 + M_{12}x_2)dx_2 , \qquad (7)$$

care reprezintă o familie de curbe cu un parametru, (*M*), în planul $x_1 0x_2$. Prin fiecare punct al planului - cu excepţia originii sistemului de coordonare care este un punct singular - trece una şi numai o singură curbă. Dându-se poziţia iniţială a sistemului, $P_0(x_1^0, x_2^0)$, aceasta din urmă va urma curba (*M*) care trece prin P_0 (figura 8.2).

---

[12] *O astfel de concluzie presupune, evident, ca regulile r_1 şi r_2 nu duc niciodată la o contradicţie. Acesta ar fi cazul dacă, pentru a ne deplasa de la (r_1) la (r_2) de-a lungul $c_0, c_1, c_2, \ldots$, ar fi necesar să ne deplasăm în direcţia negativă a timpului.*

[13] *După cum arată în continuare Samuelson, care a citit manuscrisul, în cazul acestor modele, rata acumulării capitalului şi cea a diminuării capitalului la acelaşi nivel C se află într-un raport constant (care, evident, trebuie să fie negativ). Aceasta decurge direct din condiţia de integrabilitate din relaţia (3): $f'_1(C)/f_1(C) = f'_2(C)/f_2(C)$. Din aceasta $f_1(C) = kf_2(C)$.*

Scanned with OKEN Scanner

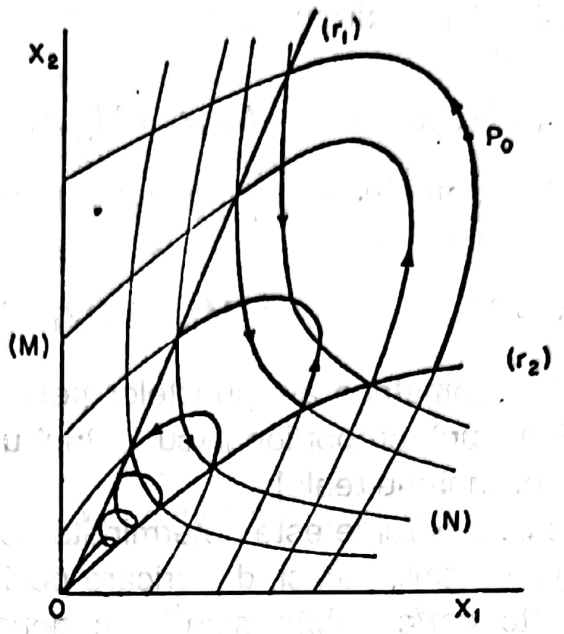

Figura 8.2

Dacă sistemul începe din oricare punct care aparține *aceleiași* curbe (*M*), el va avea aceeași evoluție. Iată de ce curbele (*M*) vor fi denumite *izodrome*.

Trebuie subliniat că evoluția sistemului descris de o izodromă este *fără timp*, dar nu și *fără succesiune*. Aceasta nu afectează în întregime utilitatea unei asemenea descrieri pentru teoria economică, deoarece ea conține deseori formulări dinamice de acest tip. Într-adevăr, multe afirmații privind domeniul economic indică *ce* se va întâmpla imediat, dar nu iau în considerare problema mai delicată de a stabili exact și *când*.

Ecuația (7) nu este totuși echivalentă cu (*M*), deoarece (7) determină numai o familie de curbe, iar *izodromele* trebuie să aibă o *direcție*. Prin urmare, (7) trebuie întregită cu informații despre direcția de deplasare. Aceasta se poate obține din (*M*) și formula în termenii semnului pentru dx_1 (sau dx_2)[14].

Forma izodromelor (*M*) depinde, după cum știm, de natura rădăcinilor λ_1, λ_2 ale ecuației caracteristice:

$$\begin{vmatrix} M_{11} - \lambda & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (8)$$

[14] *Izodromele nu vor fi modificate dacă partea dreaptă a sistemului (M) se multiplică cu aceeași funcție (arbitrară) de (x_1, x_2) cu semn constant.*

La trasarea formelor izodromelor este foarte util să ne amintim proprietățile liniilor drepte:

$$M_{11}x_1 + M_{12}x_2 = 0, \qquad M_{21}x_1 + M_{22}x_2 = 0, \tag{9}$$

reprezentând locurile geometrice ale punctelor pentru care $dx_1 = 0$, $dx_2 = 0$, precum și cele ale liniilor:

$$(M_{11} - \lambda_1)x_1 + M_{12}x_2 = 0, \qquad (M_{11} - \lambda_2)x_1 + M_{12}x_2 = 0, \tag{10}$$

reprezentând locurile geometrice ale punctelor pentru care modificările output-urilor (dx_1, dx_2) sunt proporțional cu output-urile (x_1, x_2). [Liniile (10) nu sunt în mod obligatoriu reale].

A doua familie de izodrome este determinată de (N). Dacă curbele (r_1) și (r_2) se adaugă imaginii, atunci, din oricare poziție inițială, evoluția sistemului (x_1, x_2) este perfect determinată. În general, aceasta este descrisă ca o cale de tipul pânzei de păianjen (figura 8.2) cu puncte de întoarcere finite sau infinite, în funcție de formele specifice ale curbelor prezentate aici și de poziția inițială.

O ilustrare simplă a schemei de mai sus este faimoasa problemă *a* pânzei de păianjen în cazul cererii și ofertei. În acest caz, izodromele (M) și (N) sunt date de ecuațiile diferențiale:

$$dx = 0, \qquad dy = 0, \tag{11}$$

în care x este prețul și y cantitatea. Liniile r_1 și r_2 sunt reprezentate de curbele cererii și ofertei:

$$x = D(y), \qquad y = S(x). \tag{12}$$

Direcția de deplasare pe izodrome (M) este către (r_1) , iar pe (N), către (r_2).

4. Modelul lui Leontief constituie un caz particular al modelului din secțiunea precedentă.

Din (F_1) și (F_2) obținem:

$$\begin{aligned} |b|\dot{x}_1 &= \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2, \\ |b|\dot{x}_2 &= \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2, \end{aligned} \tag{13}$$

în care:

$$\beta_{11} = b_{22} + a_{12}b_{21}, \quad \beta_{12} = -(b_{21} + a_{21}b_{22}),$$
$$\beta_{21} = -(b_{12} + a_{12}b_{11}), \quad \beta_{11} = b_{11} + a_{21}b_{12}. \tag{14}$$

O variantă a formulării aceluiași sistem se poate da în termeni de stocuri. Stocul *corespunzător* de marfă G_i din industria care produce G_k este $b_{ki}\, x_k$. Prin urmare, X_1 și X_2 fiind stocurile totale:

$$X_1 = b_{11}x_1 + b_{21}x_2, \qquad X_2 = b_{12}x_1 + b_{22}x_2. \tag{15}$$

În continuare:

$$\dot{X}_1 = x_1 - a_{21}x_2, \qquad \dot{X}_2 = x_2 - a_{12}x_1. \tag{16}$$

Eliminând x_1 și x_2, obținem un sistem similar relației (13), și anume:

$$\begin{vmatrix} X_1 & b_{11} & b_{21} \\ X_2 & b_{12} & b_{22} \\ \dot{X}_1 & 1 & -a_{21} \end{vmatrix} = 0, \qquad \begin{vmatrix} X_1 & b_{11} & b_{21} \\ X_2 & b_{12} & b_{22} \\ \dot{X}_2 & -a_{12} & 1 \end{vmatrix} = 0. \tag{17}$$

Se observă în continuare că:

$$|\beta| = |a||b|. \tag{18}$$

Nu vom aborda cazul $|b| = 0$, în care sistemul (13) este fie imposibil, fie indeterminat. Dar să luăm cazul special în care $|a| = 0$. Acesta conduce la:

$$(b_{11} + b_{12}a_{21})a_{12}dx_1 + (b_{22} + b_{21}a_{12})dx_2 = 0, \tag{19}$$

cu condiția ca $x_1 - a_{21}x_2 \neq 0$. Prin urmare, izodromele (M) sunt linii drepte paralele. Se observă că direcția de deplasare depinde de semnul lui $|b|$, exceptând cazul în care poziția inițială a modelului economic se află pe linia dreaptă $x_1 - a_{21}x_2 = 0$ (sau $x_2 - a_{12}x_1 = 0$). În acest caz avem $dx_1 = 0$, $dx_2 = 0$. Aceasta înseamnă că linia dreaptă $x_1 - a_{21}x_2 = 0$ este locul geometric al echilibrelor statice. Dacă sistemul nu se află în echilibru static de la început sistemul tinde spre un asemenea echilibru pe o izodromă (19) dacă $|b| < 0$, sau se îndepărtează de echilibrul static dacă $|b| > 0$ (figura 8.3 reprezintă cazul $|b| < 0$). Dacă $|b| > 0$, avem un caz tipic de echilibru static instabil.

Scanned with OKEN Scanner

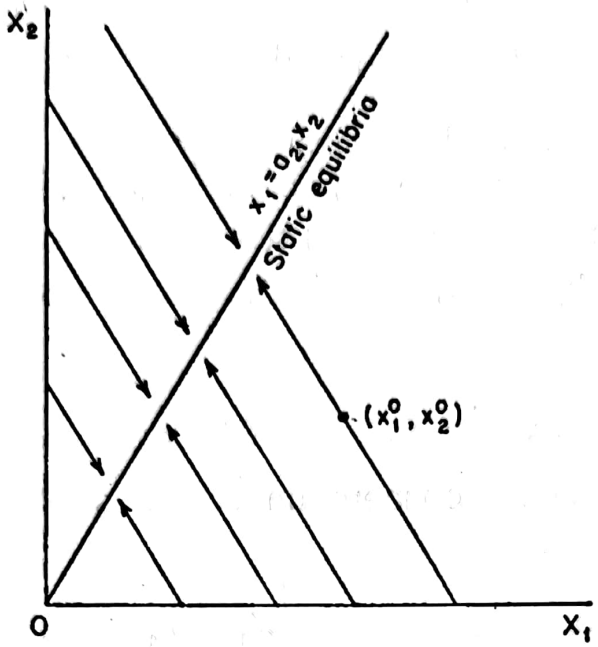

Figura 8.3

Mai mult, dacă poziția inițială nu este una de echilibru static, sistemul economic nu va fi static și nici nu se va extinde cu o rată constantă de creștere. Totuși rata dobânzii va fi zero. Aceasta constituie un exemplu specific de rată zero *a* dobânzii, deși stocurile nu sunt constante. Numai valoarea lor totală rămâne constantă.

Dacă i este rata simultană a dobânzii și p_1, p_2, prețurile mărfurilor, egalitatea dintre prețuri și costul mediu conduce la:

$$\begin{aligned}(b_{11}p_1 + b_{12}p_2)i + a_{12}p_2 &= p_1,\\ (b_{21}p_1 + b_{22}p_2)i + a_{21}p_1 &= p_2.\end{aligned} \tag{20}$$

Deoarece prețurile trebuie să fie pozitive, avem:

$$e(i) = \begin{vmatrix} b_{11}i - 1 & b_{12}i + a_{12} \\ b_{21}i + a_{21} & b_{22}i - 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{21}$$

și

$$(b_{11}i - 1)(b_{12}i + a_{12}) < 0, \qquad (b_{21}i + a_{21})(b_{22}i - 1) < 0; \tag{22}$$

ultimele două relații fiind echivalente dacă sunt luate împreună cu (21).

Fie:

$$i_0 = \text{cel mai mare}\left(-\frac{a_{ik}}{b_{ik}}\right), \quad i_1 = \text{cel mai mic}\left(\frac{1}{b_{ii}}\right). \tag{23}$$

Deoarece:

$$e(i_0) > 0, \qquad e(i_1) < 0, \tag{24}$$

(21) are o rădăcină cuprinsă între i_0 și i_1. Se observă cu ușurință că această rădăcină este singura care satisface relația (22). Prin urmare, aceasta este rata de echilibru a dobânzii. Dar:

$$e(0) = |a| = \begin{vmatrix} -1 & a_{12} \\ a_{21} & -1 \end{vmatrix}. \tag{25}$$

Deoarece rata dobânzii va fi pozitivă sau negativă, în conformitate cu $|a| >$ sau < 0. Când $|a| = 0$, rata dobânzii este zero.

Din (20) rezultă că rata de creștere a valorii stocurilor totale este egală cu rata dobânzii:

$$(p_1X_1 + p_2X_2)i = p_1\dot{X}_1 + p_2\dot{X}_2. \tag{26}$$

Dacă $i = 0$, valoarea stocurilor $p_1X_1 + p_2X_2$ rămâne constantă.

Să analizăm acum cazul în care $|a| \neq 0$. Ecuația caracteristică din (13),

$$\psi(\lambda) = |b|\lambda^2 - (\beta_{11} + \beta_{22})\lambda + |a| = 0, \tag{27}$$

are rădăcinile reale λ_1 și λ_2, deoarece

$$(\beta_{11} + \beta_{22})^2 - 4|a||b| = (\beta_{11} - \beta_{22})^2 + 4\beta_{12}\beta_{21} > 0. \tag{28}$$

Există mai multe alternative, care vor fi analizate pe rând.

(*a*) $|b| > 0, |a| > 0$. Aceasta conduce la $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$.

Din (28) rezultă:

$$\beta_{ii} - \lambda_1|b| > 0, \qquad \beta_{ii} - \lambda_2|b| > 0, \tag{29}$$

și, în consecință, linia dreaptă (δ_k),

$$(\beta_{11} - \lambda_k |b|)x_1 + \beta_{12}x_2 = 0, \tag{30}$$

sau

$$\beta_{21}x_1 + (\beta_{22} - \lambda_k |b|)x_2 = 0,$$

se află în sfertul de arc de cerc pozitiv numai pentru $k = 1$; el se mai află şi între

$$\begin{aligned} (\Delta_1) \quad |b|\dot{x}_1 &= \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 = 0, \\ (\Delta_2) \quad |b|\dot{x}_2 &= \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 = 0. \end{aligned} \tag{31}$$

Toate izodromele sunt tangente la (δ_1) în O. Direcţia de deplasare este dinspre origine , ca în fig. 8.4 (*a*).

Dacă poziţia iniţială aparţine lui (δ_1),

$$\dot{x}_1 = \lambda_1 x_1, \qquad \dot{x}_2 = \lambda_1 x_2, \tag{32}$$

iar sistemul se va extinde cu o rată constantă de creştere. În toate celelalte cazuri, mai curând sau mai târziu unul dintre output-uri, x_1 sau x_2, se va extinde pe seama celuilalt până când acesta devine zero. Echilibrul dinamic este, în sensul dat de Samuelson, instabil[15].

(b) $|b| < 0, |a| < 0$. Aceasta conduce la $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$. Se observă, urmând o cale similară, că forma izodromelor este aceeaşi ca la (*a*), exceptând faptul că direcţia de deplasare este către origini. Economia va sfârşi, în toate cazurile, diminuându-se către producţia zero. Echilibrul dinamic este stabil.

(c) $|b| < 0, |a| > 0$. Aceasta conduce la $\lambda_2 < 0 < \lambda_1$. Forma izodromelor este aceea din figura 8-4 (b). În toate cazurile, sistemul sfârşeşte extinzându-se şi tinde către aceeaşi poziţie de echilibru reprezentată printr-un punct la infinit pe (δ_1). Echilibrul dinamic este stabil.

(d) $|b| > 0, |a| < 0$. Aceasta conduce la $\lambda_2 < 0 < \lambda_1$. Forma izodromelor este similară aceleia din figura 8.4(b), dar sensul de deplasare este inversat. Echilibrul dinamic este instabil.

---

[15] *Samuelson*, Bazele, *p. 266 şi urm.*

Însumarea rezultatelor precedente arată că (i) semnul pentru $|b|$, decide stabilitatea dinamică a sistemului, iar (ii) semnul pentru $|a|$, determină semnul ratei de schimb (adică, dacă sistemul se restrânge sau se extinde).

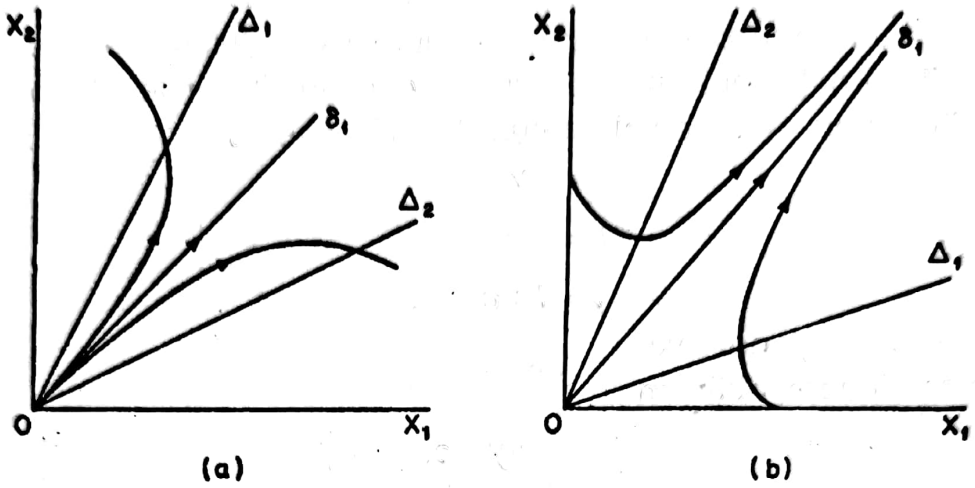

Figura 8.4

Se mai observă că existența unei soluții statice în sensul dat de von Neumann[16] (adică unde economia se va extinde (sau se va restrânge) proporțional în toate sectoarele) este posibilă numai dacă poziția inițială se află pe (δ_1).

Dacă luăm sistemul (F_2) se observă că $|b|$ devine:

$$b' = -b_{12}b_{21} < 0, \tag{33}$$

și, în consecință, sistemul va fi dinamic stabil [cazurile (*b*) și (*c*)]. Mai mult, (13) devine:

$$\begin{aligned} b'\dot{x}_1 &= \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 , \\ b'\dot{x}_2 &= -b_{12}x_1 + a_{21}b_{12}x_2 . \end{aligned} \tag{34}$$

Prin urmare, Δ_1 din (F_2) este identic cu Δ_1 din (F_1).

Regulile lui Leontief de schimbare *a* lui (F_1) în (F_2) și invers sunt formulate respectiv în termeni de $\dot{x}_1$ și de valoare a lui x_1 la începutul lui (F_2). Este ușor de sesizat, folosind rezultatele de la (a) - (d) de mai sus,

[16] *John von Neumann*, Un model de echilibru economic general, *Review of Economic Studies, XIII (1945-46), p. 1-9.*

că aceste reguli permit o schimbare cel mult a lui (F_1) în (F_2). Aceasta se datorează faptului că diferența dintre (F_1) și (F_2) nu influențează semnul ratei de creștere, deoarece $|a|$ are același semn în ambele faze.

5. Un exemplu mai clar de periodicitate-fază este modelul Hansen-Samuelson[17]. Pentru o formulare continuă a acestui model, se dă y fluxul venitului național în momentul t; c, consumul; I, investiția privată; și g, cheltuiala guvernamentală. Ecuațiile lui Hansen se pot scrie[18]:

$$\begin{aligned} c &= \alpha y - \alpha' \dot{y} \\ I &= \beta' \dot{c} \\ y &= I + c + g, \end{aligned} \tag{35}$$

cu $0 < \alpha \leqq 1$ și α', β' pozitive.

În continuare, obținem

$$\begin{aligned} \alpha' \dot{y} &= \alpha y - c, \\ \beta' \dot{c} &= y - c - g, \end{aligned} \tag{36}$$

care, prin transformări simple:

$$t = \frac{\alpha' T}{\alpha}, \quad \beta = \frac{\alpha\beta'}{\alpha'}, \quad y = Y + \frac{g}{1-\alpha}, \quad c = C + \frac{\alpha g}{1-\alpha}, \tag{37}$$

în care T este o nouă unitate de timp și devine:

$$\begin{aligned} \alpha \dot{Y} &= \alpha Y - C, \\ \beta \dot{C} &= Y - C. \end{aligned} \tag{38}$$

Acesta este modelul dinamic liniar de tipul (M), ecuația caracteristică fiind:

$$\alpha\beta\lambda^2 + (\alpha - \alpha\beta)\lambda + 1 - \alpha = 0. \tag{39}$$

---

[17] *Paul A. Samuelson,* Interacțiunile dintre analiza multiplicatorului și principiul accelerației, Review of Economic Statistics, *XXI (1939), p. 75-78.*

[18] *Formularea lui Samuelson este discontinuă (ibid., p. 76). Trebuie remarcat că formularea lui Samuelson, prin urmare și (35), nu indică sursa lui g (ibid., tabelul 1). Un model în care g este tratat mai explicit ar constitui un instrument analitic mai bun. Incidența salturilor taxelor este tratată în partea finală a acestui capitol.*

Scanned with OKEN Scanner

Admițând ipoteza că $\alpha \leqq 1$, soluția relației (38) depinde de poziția lui (α, β) față de curbă (figura 8.5)[19].

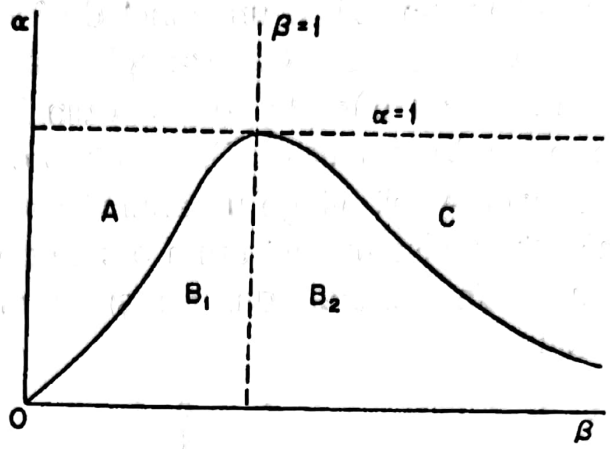

Figura 8.5

$$\alpha = \frac{4\beta}{(1+\beta)^2} . \qquad (40)$$

Formele izodromelor sunt reprezentate în fig. 8.6 în funcție de zona în care se află (α, β). Rezultatul poate fi prezentat pe scurt astfel:

Zona	Stabilitate[20]
A	Perfectă
$A \cap B_1$	Perfectă
B_1	Perfectă
$B_1 \cap B2$	Instabilă (ciclic)
B_2	Instabilă
$B_2 \cap C$	Parțial stabilă
C	Parțial stabilă

[19] *Cf. Samuelson,* Interacțiuni, *p. 78. Zonele avute în vedere aici diferă întrucâtva de acelea folosite de Samuelson.*

[20] *Stabilitatea are aici sensul dat de Samuelson (adică stabilitatea este perfectă când oricare deplasare, deși duce sistemul spre altă izodromă, nu va modifica limita către care tinde sistemul). Această limită poate fi considerată o posibilă soluție statică. Termenul de "parțial stabil" se referă la cazul în care sistemul va tinde către aceeași limită numai pentru unele (nu toate) deplasările finite. Samuelson,* Bazele, *p. 262.*

Scanned with OKEN Scanner

Dacă admitem acum că, imediat ce venitul atinge nivelul maxim (adică $\dot{Y} = 0$), înclinaţia spre consum, α, creşte[21], sau β, "relaţia", scade, ori ambele au loc simultan, va exista un punct de întoarcere în care fenomenul de relaxare va avea loc. Ca exemplu, să presupunem că numai β descreşte de la $\beta = 1$ până la un punct din B_1. Sistemul va fi unul care descreşte în loc de unul ciclic. Dacă mai presupunem că, pe măsură ce raportul consum-venit atinge un anumit nivel, valoarea lui β va reveni la cea anterioară, sistemul va urma o cale de tipul pânzei de păianjen care va duce, în general, dar nu şi în mod necesar, la restrângere către origine.

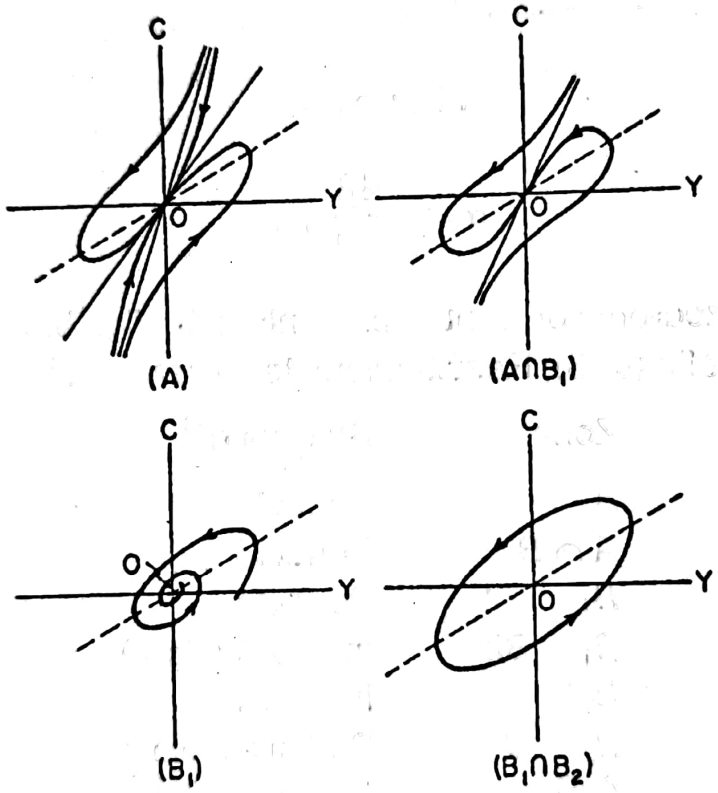

Figura 8.6

[21] *James Duesenberry*, Relaţiile venit-consum şi implicaţiile lor, *în* Venit, angajare şi politică publică: eseu în onoarea lui Alvin H.Hansen *(New York, 1948), p. 54-81; Franco Modigliani*, Fluctuaţii ale raportului economie-venit: o problemă de prognoză economică, *în* Studii aspura venitului şi avuţiei, *vol. XI, Biroul Naţional de Cercetare Economică (New York, 1949), p. 371-441.*

Scanned with OKEN Scanner

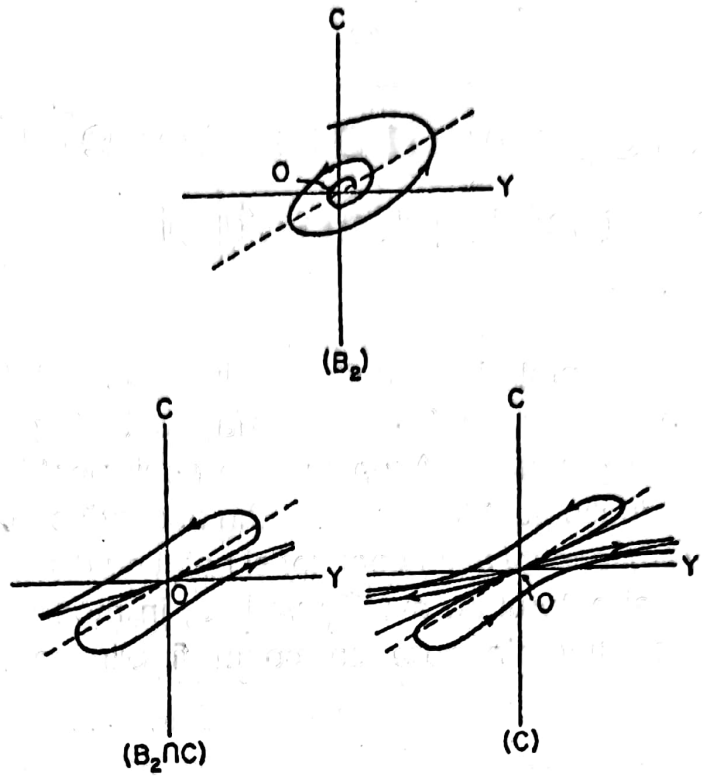

Figura 8.7

În final, un alt exemplu de inutilitate *a* analizei care se bazează pe izodrome este întrebarea dacă o politică fiscală cu scopul reducerii consumului și creșterii investițiilor poate corecta pentru totdeauna un sistem care are tendința de a-și consuma întregul său venit. Răspunsul se obține ușor prin studierea formei izodromelor din fig. 8.7. Dacă ipotezele care privesc modelul, precum și cele care privesc invariabilitatea lui α și β în contextul unor politici fiscale schimbătoare sunt acceptate se observă că, în cazul lui C și al lui $B_2 \cap C$, o modificare a impozitării poate fi suficientă ca să corecteze definitiv tendința sistemului de reducere a investițiilor. În toate celelalte cazuri, taxa trebuie aplicată periodic. În plus, pentru a asigura un salt al sistemului către o izodromă "superioară" numai printr-o taxă mică, taxa trebuie aplicată imediat *înainte* ca sistemul să atingă nivelul maxim (adică înainte ca izodromele să ajungă la linia dreaptă $\alpha Y - C = 0$).

9

Câteva proprietăți ale modelului generalizat al lui Leontief

1.Modelul prezentat de Leontief în lucrările sale[1] se bazează, printre altele, pe ipoteza că fiecare marfă poate fi produsă printr-o singură metodă de producție. Aceasta este echivalentă cu ipoteza că toți factorii de producție sunt limitaționali. Din această cauză, modelul va fi numit *modelul limitațional* al lui Leontief și notat cu (L).

Samuelson și autorul au avut în vedere, în mod independent, un model de tip Leontief din care să poată fi eliminată restricția de

---

Notă: Această lucrare este acum publicată în întregime pentru prima dată, într-o formă care conține unele îmbunătățiri de expunere față de versiunea care, din lipsa spațiului, nu a putut fi inclusă în Analiza activității de producție și alocare, *editura T.C. Koopmans et al., Cowles Commission for Research in Economics Monograph No. 13 (New York, 1951), în care a apărut numai un rezumat, p. 165-173. (Vezi ibid., p. 9) Odată cu acel rezumat am arătat că rezultatele erau prezentate acolo pentru prima dată pe 22 martie 1949, la o ședință a personalului implicat în Proiectul de Cercetare Economică de la Harvard și am adăugat acolo într-o notă de subsol: "Critica profesorului W.W. Leontief și a altor membrii participanți la Proiectul de cercetare economică de la Harward i-a arătat autorului calea unei formulări îmbunătățite a argumentului privind problema consolidării. Este absolut necesar să adaug că autorul este singurul răspunzător de greșelile care ar putea exista în acel capitol. Pentru înlesnirile făcute de Institutul de Cercetare și Pregătire în domeniul Științelor Sociale de la Universitatea Vanderbilt pentru pregătirea versiunii finale, autorul rămâne profund recunoscător.*

[1] *Wassily W.Leontief,* Relații cantitative ale input-ului și output-ului din sistemul economic al Statelor Unite, *Review of Economic Statistics, XVIII (1936), p. 105-125;* Relațiile dintre prețuri, producție, economii și investiții, *ibid., XIX (1937), p. 109-132;* Structura economiei americane, *1919-1929 (Cambridge, Mass, 1941).*

Scanned with OKEN Scanner

limitaționalitate. Acest model va fi numit modelul generalizat al lui Leontief și notat cu $(GL)^2$.

2. Modelul generalizat al lui Leontief este definit pe baza următoarelor ipoteze:

Ipoteza I. *Există n+1 mărfuri perfect definite și omogene, $G_1, G_2, \ldots, G_{n+1}$. Marfa G_{n+1} este forța de muncă.*

Această ipoteză conține o restricție economică relevantă. Un produs eterogen poate fi înlocuit cu un număr de mărfuri omogene, astfel încât ipoteza de mai sus să fie îndeplinită întotdeauna. Acest lucru nu mai este posibil pentru forța de muncă, deoarece modelul permite numai o singură calitate de forță de muncă.

Ipoteza II. *Producția are loc în unități de producție.*

Ipoteza III. *Informațiile tehnologice nu conțin nici o formulă pentru producerea mai multor mărfuri de aceeași unitate de producție, dar conține cel puțin o formulă de producție pentru fiecare G_k, $1 \leq k \leq n+1$. Această ipoteză legitimează conceptul de industrie producătoare de G_k.*

Ipoteza IV. *Producerea oricărei G_k, $k \neq n+1$, necesită un input pozitiv de forță de muncă.* Forța de muncă constituie, prin urmare, un factor *indispensabil* al producției industriale. Conform ipotezei III, ea este și singurul factor *primar*.

Ipoteza V. *Producția de G_{n+1} necesită cel puțin un input pozitiv.*

Ipoteza VI. *Oricare formulă de producție poate fi întotdeauna folosită simultan de orice număr de unități de producție.*

Această ipoteză obligatorie constituie principala caracteristică a sistemului lui Leontief. Ea elimină orice fel de interacțiune între formulele folosite nu numai de unitățile care produc aceeași G_k, dar și de unitățile care produc mărfurile diferite.

Datorită acestei ipoteze, într-o industrie constând dintr-un număr de unități de producție care folosesc *exact* aceeași formulă de producție,

---

[2] *Demonstrația făcută de Paul A.Samuelson în cap. VII [cap. VII din* Analiza activității de producție și alocare, *citat în NOTA de mai sus] este, în bună parte, echivalentă cu corolarul 8.3 și teorema 9 de mai jos. Demonstrațiile de la 8.3 și de la 9 nu implică, totuși, existența derivatelor. Demonstrațiile alternative care nu implică existența derivatelor au fost prezentate de T.C. Koopmans,* ibid., *cap. VIII și Kenneth J. Arrow,* ibid., *cap. IX.*

Scanned with OKEN Scanner

fluxul input-ului şi cel al output-ului sunt proporţionale cu numărul de unităţi. Procesul reprezentat de o asemenea industrie, când numărul de unităţi de producţie variază, va fi numit proces *primar*. Evident, procesul există numai pentru valorile discrete de pe scala sa. Pentru a uşura analiza, îl vom înlocui cu un model continuu - un artificiu obişnuit în toate ştiinţele. (Artificiul funcţionează destul de bine atâta timp cât unitatea nu devine dominantă şi îşi pierde importanţa într-o masă de unităţi identice.) Rezultatul este acela că *un proces primar devine liniar în termeni de fluxuri ale input-ului şi output-ului, pe orice scală.*

Dându-se o mulţime de procese primare, fiecare lucrând conform unei scale definite, putem reprezenta, prin integrare *contabilă*, rezultatul ultim printr-un singur vector. Conform ipotezei VI, fiecare dintre procesele primare poate funcţiona şi printr-un multiplu al scalelor lor iniţiale. Aceeaşi integrare contabilă va avea ca rezultat un multiplu scalar al aceluiaşi vector. Astfel, am reuşit să stabilim un nou proces liniar, care poate fi sau nu un proces primar. Mai mult, în acelaşi fel putem integra orice mulţime de procese dacă ele sunt primare sau integrate din procesele primare. Dacă rezultatul nu este un proces primar, atunci noul proces va fi numit proces *derivat*. Fapt este că producţia reală are loc întotdeauna printr-un proces primar. Pe de altă parte, un proces derivat reprezintă numai o consolidare contabilă a proceselor primare. Conform ipotezei III, un proces pentru produse realizate în comun este un proces derivat. Dar şi un proces pentru un produs unic poate fi un proces derivat.

Mulţimea tuturor proceselor primare şi derivate formează orizontul tehnologic al informaţiilor tehnologice date[3].

În (*L*), ipoteza III se înlocuieşte cu

Ipoteza IIIa. *Conform informaţiei tehnologice, fiecare marfă* G_k *poate fi produsă numai printr-o singură formulă.*

---

[3] *Pentru alte detalii privind procesele liniare şi integrarea lor, vezi T.C.Koopmans,* Analiza producţiei, *considerată o combinaţie eficientă de activităţi, cap.iii din* Analiza activităţii de producţie şi alocare, *citată mai sus şi Georgescu-Roegen,* Funcţia de producţie liniară globală şi aplicarea ei la modelul economic al lui von Neumann, *ibid., cap IV. Ultima lucrare introduce şi conceptele de informaţie tehnologică şi de orizont tehnologic.*

Scanned with OKEN Scanner

3. Vom utiliza restrictiv notația:

$$P^{(k)}(-a_1^{(k)}, -a_2^{(k)}, \ldots, -a_{k-1}^{(k)}, b_k, -a_{k+1}^{(k)}, \ldots, -a_{n+1}^{(k)}) \qquad (1)$$

pentru un proces primar al industriei G_k. Fluxurile input-ului sunt reprezentate de *a*-uri, iar fluxurile output-ului, de *b*-uri. Conform ipotezelor IV și V:

$$b_k > 0, \quad a_{n+1}^{(k)} > 0, \quad a_i^{(k)} \geqq 0 \quad (i \leqq n), \qquad (2)$$

pentru $k \leqq n$ și

$$b_{n+1} > 0 \quad \text{cel puțin un} \quad a_i^{(n+1)} > 0, \qquad (3)$$

pentru $k = n + 1$. Datorită ipotezei VI, putem întotdeauna să luăm $b_k = 1$ în relația (1).

Modelul cuprinzând procesele care produc toate G_i ($k = 1,2, \ldots, n+1$) este model *închis*. Dacă procesele care produc G_{n+1} (forță de muncă) sunt excluse, modelul este deschis față de forța de muncă. Fie H și, respectiv, H' orizonturile tehnologice ale modelului închis și ale modelului deschis.

Procesul

$$\pi^{(k)}(0, 0, \ldots, 1, 0, \ldots 0, -l_k), \qquad (k = 1, 2, \ldots, n), \qquad (4)$$

va fi numit proces complet integrat al mărfii G^k.[4] Dacă:

$$L_k = \text{cea mai mare limită inferioară pentru } l_k \qquad (5)$$

pentru toate procesele complet integrate $\pi^{(k)}$ aparținând de H', procesul:

$$\Pi^{(k)}(0, 0, \ldots, 1, 0, \ldots 0, -L_k) \qquad (6)$$

va fi numit *procesul complet integrat cel mai eficient* al mărfii G_k.

4. Din ipoteza IV rezultă că, dacă H' conține un proces complet integrat $\pi^{(k)}$, atunci $L_k \geq 0$. Conform aceleiași ipoteze, dacă $L_k = 0$, atunci $\Pi^{(k)} \notin H'$, iar H' este un con *deschis*[5]. *La prima vedere*, relevanța

---

[4] *Poziția lui 1 este determinată de exponentul k (adică, $a_i^k = 0$ pentru $i \neq k, n+1$).*

[5] *Termenul "deschis" are aici sensul din teoria mulțimii punctelor și nu trebuie confundat cu expresia "model deschis".*

Scanned with OKEN Scanner

ultimului caz pare că se limitează la unele puncte nesemnificative ale analizei. Totuşi, lucrurile nu stau chiar aşa. Cazul unui orizont deschis *H'* este intim legat de acea proprietate a forţei de muncă în sprijinul căreia sunt invocate, cu îndreptăţire, realizările din domeniul automatizării moderne. Ipoteza că *forţa de muncă, ca factor indispensabil pentru producerea oricărei mărfi, poate fi înlocuită cu alţi factori dincolo de orice limită*. Sau, cu alte cuvinte, orice producţie cu orice volum se poate obţine cu o industrie care foloseşte atât de puţină forţă de muncă cât dorim noi, cu condiţia ca input-urile de nonmuncă să existe în cantităţi nelimitate. Deoarece această proprietate prezintă o analogie evidentă cu aceea a catalizatorului în reacţiile chimice, propunem o formulare în sensul că forţa de muncă este *catalitică* în industria G_k dacă are proprietatea menţionată în acea industrie.

Următorul exemplu numeric a fost conceput, în special, ca să asigure o bază utilă pentru complexitatea matematică impusă analizei modelului (*GL*) de cazul unui orizont deschis *H'*. Dar, datorită legăturilor dintre acest caz şi forţa de muncă catalitică, acelaşi exemplu va lămuri şi unele probleme privind această ultimă noţiune.

Să presupunem că informaţia tehnologică constă din funcţiile de producţie:

$$y_1 = \left(y_2 + \sqrt{y_2^2 + 4\alpha y_2 y_3}\right) / 2\alpha, \qquad y_2 = \left(y_1 + \sqrt{y_1^2 + 4\beta y_1 y_3}\right) / 2\beta, \quad (7)$$

pentru mărfurile G_1 şi G_2, ($\alpha, \beta > 0$) şi că G_3 este "forţa de muncă". Pentru $y_3 = 0$ obţinem procesele $S_1(1, -\alpha, 0)$, $S_2(-\beta, 1, 0)$, care nu poate eventual să aparţină lui *H'*. Totuşi, dacă (7) este valabilă pentru oricare $y_3 > 0$, forţa de muncă este catalitică în ambele industrii.

Este util să reprezentăm relaţiile dintre input-uri şi output-uri prin curbele (l_1), (l_2) în planul $x_1 0 x_2$ (fig. 9.1). Ecuaţiile acestor curbe se obţin din (7), făcând $y_3 = 1$ şi modificând semnul variabilei input-ului pentru fiecare caz:

(l_1) $$x_1 = \left(-x_2 + \sqrt{x_2^2 - 4\alpha x_2}\right) / 2\alpha;$$

(l_2) $$x_2 = \left(-x_1 + \sqrt{x_1^2 - 4\beta x_1}\right) / 2\alpha.$$

Scanned with OKEN Scanner

Curbele sunt asimptotice la liniile drepte:

$$\alpha x_1 + x_2 - \alpha = 0, \qquad x_1 + \beta x_2 - \beta = 0. \tag{8}$$

Alternativele relevante sunt în număr de trei:

1) $\alpha\beta = 1$. În acest caz , (8) sunt paralele, ca în fig. 9.1(b). Dacă $\alpha = \beta = 1$, (8) coincid, ca în fig. 9.1(a). În ultimul caz, $\Pi^{(1)}$ (1, 0, -1) și $\Pi^{(2)}$(0, 1, -1) nu aparțin lui H', chiar dacă $L_k > 0$. Motivul este simplu: $\Pi^{(1)}$, de exemplu, este limita lui $\pi^{(1)}$, în timp ce φ_1 și φ_2 (din care $\pi^{(1)}$ poate fi obținut prin integrare) tind spre infinit pe (l_1) și (l_2).

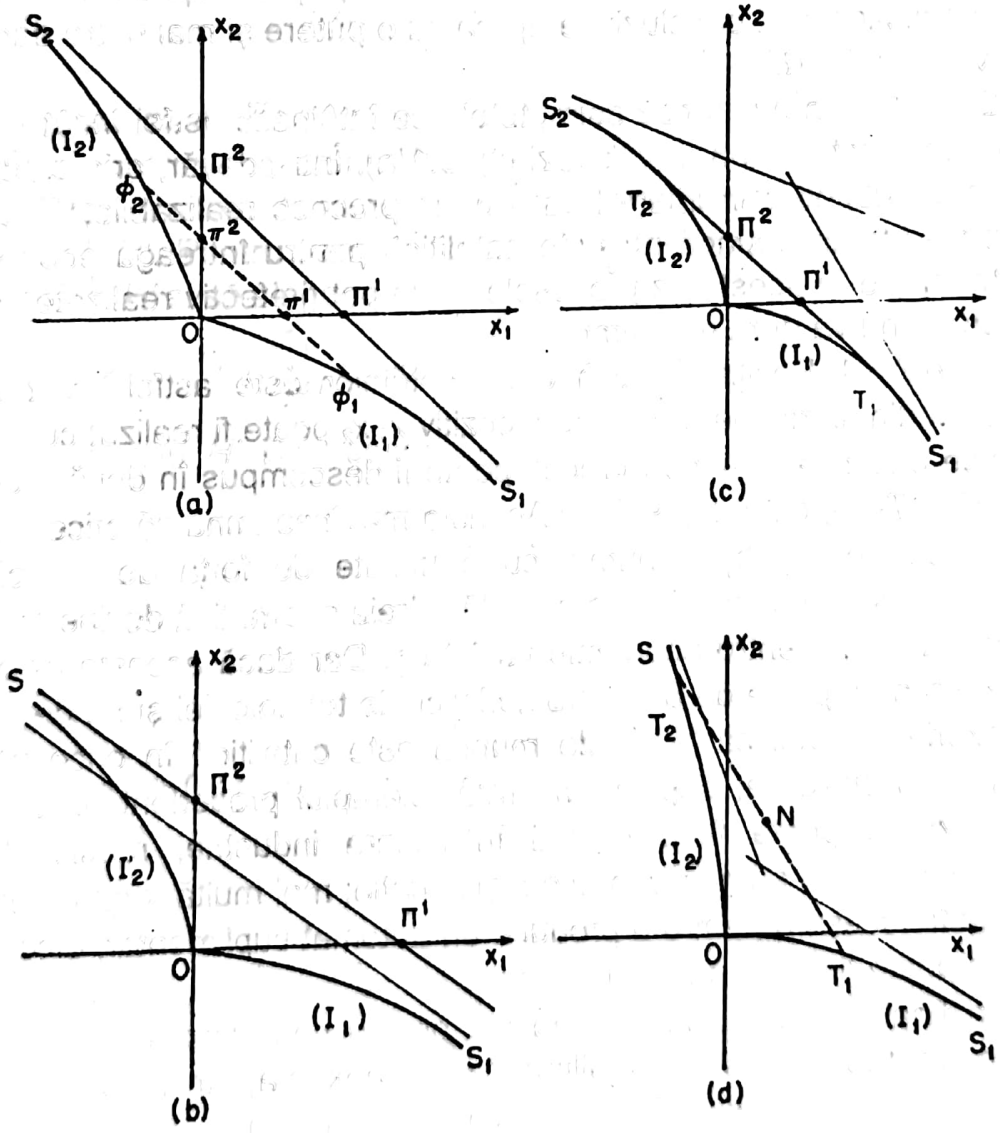

Figura 9.1

Conform ipotezei VI, φ_1 este echivalent cu:

$$\left[\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\alpha}{|x_2|}}\right), -\alpha, -\frac{\alpha}{|x_2|}\right],$$

care, pentru $|x_2| \to \infty$, tinde spre S_1. Dar S_1 nu aparţine de *H'*, adică nu este *realizabil*. Şi nici un proces de pe S_1S_2 nu este realizabil. Totuşi, producţia reală poate tinde nedefinit spre S_1 sau S_2. Aceasta poate crea impresia că forţa de muncă este catalitică pentru economie ca întreg. Dar observăm, că forţa de muncă nu este catalitică în sensul că orice produs net naţional poate fi obţinut cu atât de puţină forţă de muncă cât am dori noi. Aceleaşi concluzii se aplică cu o putere şi mai mare dacă α, $\beta \neq 1$; vezi fig. 9.1(*b*).

2) $\alpha\beta > 1$. În acest caz asimptotele se întâlnesc astfel încât $\Pi^{(1)}$ şi $\Pi^{(2)}$ aparţin întotdeauna de *H'*; vezi fig. 9.1(a). Într-adevăr, oricare dintre procese se obţine prin integrarea a două procese realizabile, T_1 şi T_2. Din nou, forţa de muncă nu este catalitică pentru întreaga economie, Dar, deoarece în acest caz procesele limită pot fi efectiv realizate, iluzia menţionată nu va dura mult timp.

3) $\alpha\beta < 1$ Poziţia relativă a asimptotelor este astfel încât orice proces, N, din sfertul de arc de cerc pozitiv $x_1 x_2$ poate fi realizat cu $y_3 = 1$, deoarece oricare asemenea proces poate fi descompus în două procese realizabile, T_1, T_2, ca în fig. 9-1(d). Aceasta mai înseamnă că orice produs naţional se poate obţine numai cu o unitate de forţă de muncă. În consecinţă, numai dacă este dominantă a treia alternativă devine forţa de muncă catalitică pentru economie ca întreg. Dar dacă aceasta este sau nu cazul real depinde de alte caracteristici ale tehnologiei şi nu de aceea care exprimă faptul că "forţa de muncă este catalitică în orice proces individual". Pentru că, după cum arată exemplul precedent, în timp ce automatizarea poate face minuni în fiecare industrie, rezultatul său general s-ar putea să nu fie în aceeaşi situaţie: mai multă forţă de muncă ar putea fi necesară pentru a produce un automat suplimentar, dincolo de ceea ce poate fi salvat prin utilizarea sa.

În final, exemplul indică motivul pentru care formularea dată de Samuelson teoremei substituibilităţii [6] este inexactă, iar demonstraţia lui nu este foarte riguroasă (cf. observaţia 2 de mai jos).

---

[6] *Samuelson, cap. VII din* Analiza activităţii.

Scanned with OKEN Scanner

5. Caracteristicile cele mai importante ale lui (*GL*) sunt descrise de următoarele două teoreme:

TEOREMA 1. *O condiție necesară și suficientă ca orice număr de bunuri să poată fi realizat numai prin forța de muncă (adică cu forța de muncă numai ca input net) este aceea că H' trebuie să conțină cel puțin un proces complet integrat pentru fiecare marfă* G_k ($k \neq n+1$). *Demonstrația acestei teoreme se face direct.*

TEOREMA 2. *Dacă condițiile din teorema 1 sunt îndeplinite, iar* $(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$ *este spațiul tuturor mărfurilor, atunci spațiul liniar*

$$L(x) = \sum_1^n {}_k L_k x_k + x_{n+1} = 0 \tag{9}$$

este un plan de sprijin pentru H'.[7]

Demonstrație: Datorită faptului că $L(\Pi^{(k)}) = 0$, el urmărește ușor condiția (a) din nota de subsol care este îndeplinită de câteva $\pi^{(k)}$, chiar dacă $(\Pi^{(k)} \notin H'$. Pentru condiția (b), să luăm în considerare orice proces primar $P^{(1)} \in H'$ și să alegem $\pi^{(k)} \in H'$.

Procesul $P_1 = P^{(1)} + \sum_2^n {}_k a_k^{(1)} \pi^{(k)} = \left(1, 0, \ldots, 0, -a_{n+1}^{(1)} - \sum_2^n {}_k a_k^{(1)} l_k\right)$ aparține de asemenea lui *H'*. Din acesta și din definiția lui L_k rezultă că:

$$a_{n+1}^{(1)} + \sum_2^n {}_k a_k^{(1)} l_k \geq L_1 . \tag{10}$$

Din aceeași definiție rezultă că putem alege l'_k ca să avem:

$$a_{n+1}^{(1)} + \sum_2^n {}_k a_k^{(1)} l_k < a_{n+1}^{(1)} + \sum_2^n {}_k a_k^{(1)} L_k + \varepsilon \tag{11}$$

pentru orice $\varepsilon > 0$ dat. De aceea, (10) conduce la:

$$L_1 - \sum_2^n {}_k a_k^{(1)} L_k - a_{n+1}^{(1)} < \varepsilon$$

---

[7] *Spațiul liniar L(x) = 0 va fi considerat ca plan de sprijin pentru H' dacă: (a) există vectori ai H' care formează cu L(x) = 0 un unghi atât de mic cât dorim noi;*

(b) unul dintre semispațiile deschise L(x) > 0, L(x) < 0 nu conține nici un vector al lui H'. Dacă H' este un con închis, condiția (a) este echivalentă lui: L(x) = 0 trebuie să conțină cel puțin un element al lui H'.

Scanned with OKEN Scanner

pentru orice ε. Aceasta arată că $L(P^{(1)}) \leq 0$.

Fie acum $P \in H'$ un proces derivat. Conform teoremei propuse de Krein-Milman, P poate fi descompus întotdeauna în cel mult n procese primare. Dacă acestea sunt notate cu $P^{(k)}$, $k = 1,2, \ldots, n$, avem

$$P = \sum_{1}^{n}{}_{k} \lambda_k P^{(k)} \tag{12}$$

cu $\lambda \geq 0$.[8] Din aceasta rezultă că $L(P) \leq 0$, ceea ce completează demonstrația.

6. Următoarele teoreme au aplicații importante atât pentru (L), cât și pentru (GL). Totuși, relevanța conținutului lor matematic nu se limitează la această problemă specifică.

TEOREMA 3. *Dacă matricea pătrată* $[a_{ik}]$ *satisface condițiile*:

$$a_{ii} > 0, \qquad a_{ik} \leq 0, \qquad (i \neq k) \tag{13}$$

și

$$\left(a_k = \sum_{1}^{n}{}_{i} a_{ik} \right) > 0, \tag{14}$$

atunci sistemul

$$\sum_{1}^{n}{}_{k} a_{ik} \lambda_k = A_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{15}$$

în care

$$A \geq 0, \tag{16}$$

admite o soluție $\lambda \geq 0$.[9]

Demonstrație: Să considerăm un sistem care îndeplinește (13), (14), (16) drept sistem S. Pentru $n = 2$ rezultă direct că un sistem S are o soluție $\lambda \geq 0$. Să admitem ipoteza inductivă că propoziția este

[8] *Îi sunt recunoscător lui Murray Gerstenhaber ideea valoroasă de a invoca aici teorema Krein-Milman pentru a scurta o versiune anterioară a demonstrației.*

[9] *Semnele* $\geq$ *și* $\geqq$ *au sensul obișnuit din algebra vectorială; vezi p. 292n 10.*

Scanned with OKEN Scanner

adevărată pentru $n' = n - 1 > 2$. Fie S_{rs} sistemul obținut din (15) prin eliminarea coloanei r și a rândului r din matricea $[a_{ik}]$ și utilizarea lui $A_s = 1$, $A_i = 0$ pentru $i \neq s$. S_{rs}, fiind un sistem S cu n' necunoscute, are o soluție: $\lambda_s^0 > 0$ și $\lambda_i^0 \geq 0$ pentru $1 \leq i \leq n$, $i \neq r, s$. Vom nota cu λ^{rs} vectorul $\left(\lambda_1^0, \lambda_2^0, \ldots, \lambda_{r-1}^0, 0, \lambda_{r+1}^0, \ldots, \lambda_n^0\right)$. Deoarece $\lambda^{rs} \geq 0$, utilizând (13) și (14) avem:

$$e_{rs} = \sum_1^n{}_k a_{rk}\lambda_k^{rs} \leq 0, \qquad 1 + e_{rs} = \sum_1^n{}_i \sum_1^n{}_k a_{ik}\lambda_k^{rs} = \sum_1^n{}_k a_{.k}\lambda_k^{rs} > 0.$$

În consecință, sistemul

$$\mu_1 + e_{rs}\mu_2 = 1, \qquad e_{rs}\mu_1 + \mu_2 = 0,$$

are o soluție $(\mu) \geq 0$. Prin urmare,

$$\Lambda^s = \mu_1^0(\lambda^{rs}) + \mu_2^0(\lambda^{sr}) \geq 0.$$

Fie acum S_s sistemul (15) în cazul în care $A_s = 1$, $A_i = 0$ pentru $i \neq s$. Se observă ușor că Λ^s este o soluție a lui S_s. Demonstrația este încheiată numai observând că

$$\lambda^* = \sum_1^n{}_i A_i(\Lambda^i)$$

satisface relația (15) și că $\lambda^* \geq 0$.

Corolarul 3.1. *Dacă condiției* (15) *a teoremei* 3 *i se adaugă* $A_i > 0$ *pentru* $i \leq \sigma$, *atunci* $\lambda_i > 0$ *pentru* $i \leq \sigma$.

Corolarul 3.2. *Dacă matricea pătrată* $[a_{ik}]$ *satisface relațiile* (13) *și* (14), atunci $|a_{ik}| \neq 0$.

Demonstrație: Să presupunem că $|a_{ik}| = 0$; atunci există $u \neq 0$ astfel încât

$$\sum_1^n{}_i a_{ik}u_i = 0, \qquad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Din (15) rezultă că $\sum_1^n{}_i A_k u_i = 0$ pentru oricare $A \geq 0$. De aceea, $u = 0$. Contradicția demonstrează corolarul.

Scanned with OKEN Scanner

TEOREMA 4. *Dacă matricea pătrată* $[a_{ik}]$ *este nonsingulară şi dacă*

$$a_{ii} > 0, \qquad a_{ik} \leq 0, \qquad (i \neq k) \tag{17}$$

şi

$$(a_{\cdot k}) \geq 0, \tag{18}$$

atunci sistemul

$$\sum_{1}^{n}{}_{k} a_{ik}\lambda_k = A_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{19}$$

în care

$$A \geq 0, \tag{20}$$

admite o soluţie $\lambda \geq 0$.

Demonstraţie: Fie $b_{ii} = a_{ii} + \varepsilon, b_{ik} = a_{ik}, \varepsilon > 0$. Sistemul:

$$\sum_{1}^{n}{}_{k} b_{ik}y_k = A_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{21}$$

fiind un sistem S, are o soluţie $y \geq 0$. Mai mult, deoarece $[a_{ik}]$ este nonsingular, $b(\varepsilon) = |b_{ik}|$ nu are nici un zero în vecinătatea lui $\varepsilon = 0$. Din formula lui Cramer rezultă că $y_k(\in)$ este o funcţie continuă de $\in$ în aceeaşi vecinătate. De aceea, pentru $\varepsilon \to 0$ avem $\lim y_k = y_k^0 \geq 0$. Luând limita din (21), se observă imediat că $y^0 \geq 0$ este soluţia pentru (19).

Corolarul 4.1: *Dacă, în teorema 4, (20) se suplimentează cu* $A_i > 0$ *pentru* $i \leq \delta$, *atunci* $\lambda_l > 0$, *pentru* $i \leq \sigma$.

TEOREMA 5. *Dacă o listă completă de bunuri,* $B^0 > 0$, *poate fi realizată numai cu forţa de muncă, orice altă listă de bunuri, completă sau nu, va putea fi, de asemenea, realizată numai cu forţă de muncă.*

Demonstraţie: Deoarece $P_0\left(B_1^0, B_2^0, \ldots, B_n^0, -L\right) \in H'$ şi $B_i^0 > 0$, descompunerea lui P_0 în procese primare, (12), este următoarea:

$$P_0 = \sum_{1}^{n}{}_{i} \lambda_i^0 P^{(i)}, \tag{22}$$

cu $\lambda^0 > 0$. Teorema este demonstrată dacă dovedim următoarea propoziție:

Dacă sistemul

$$\lambda_i - \sum'_k a_i^{(k)} \lambda_k = B_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{23}$$

în care $a_i^{(k)} \geq 0$, *are o soluție* $\lambda^0 \geq 0$ *pentru unele* $B^0 > 0$, *atunci acesta are o soluție* $\lambda \geq 0$ *pentru oricare* $B \geq 0$.[10]

Deoarece

$$\lambda_i^0 - \sum'_k a_i^{(k)} \lambda_k^0 = B_i^0 > 0, \qquad (i = 1,2,\ldots,n),$$

sistemul în μ

$$\lambda_k^0 \mu_k - \sum'_i (\lambda_k^0 \mu_i) a_i^{(k)} = \lambda_k^0 > 0, \qquad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{23a}$$

este un sistem S, și de aceea are o soluție $\mu^0 > 0$. (Corolarul 3.1 arată mai întâi că $\lambda^0 > 0$ și apoi că $\mu^0 > 0$). Prin urmare,

$$\mu_i^0 \lambda_i - \sum'_k (\mu_i^0 \lambda_k) a_i^{(k)} = \mu_i^0 B_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,n),$$

este un sistem S și de aceea are o soluție $\lambda \geq 0$. Faptul că acest sistem este echivalent cu (23) completează demonstrația.

Fie $P^{(k)}$, $k = 1,2,\ldots,n$, mulțime de procese primare care satisfac relația (22) a teoremei 5 pentru unele P^0. Dacă unitatea de măsură pentru fiecare G_i se modifică prin conversiunea factorului $u_i > 0$, în noua formă standard a lui $P^{(k)}$ avem $a_i^{(k)} = a_i^{(k)} (u_i / u_k)$. Și, fiindcă (23) și (23a) au soluții pozitive, putem alege $u > 0$ astfel încât unul dintre sistemele de inegalități

$$1 - \sum'_k a_i^{(k)} > 0, \qquad 1 - \sum'_k a_k^{(i)} > 0, \qquad (i,k = 1,2,\ldots,n),$$

[10] *Primul semn pentru* Σ' *indică faptul că suma nu acoperă* $k = i$.

să fie satisfăcut. Atunci putem întotdeauna să admitem că unităţile au fost deja alese astfel şi, prin urmare, că mulţimea dată pentru $P^{(k)}$ satisface oricare dintre următoarele două sisteme care ne convin:

$$1 - \sum_{1}^{n}{}' {}_k a_i^{(k)} > 0, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{24a}$$

$$1 - \sum_{1}^{n}{}' {}_i a_i^{(k)} > 0, \qquad (k = 1,2,\ldots,n). \tag{24b}$$

Dar nu trebuie să uităm că *nu orice mulţime de procese primare poate fi adusă într-o formă care să satisfacă unul dintre aceste sisteme.*

Se stabilesc uşor următoarele două propoziţii.

Corolarul 3.3: *Dacă* $P^{(k)}$, $k = 1,2, \ldots, n$, *satisface* (24a) *sau* (24b), *atunci* (23) *are o soluţie* $\lambda \geq 0$ *pentru oricare* $B \geq 0$.

Corolarul 3.4: *Dacă unul dintre sistemele* (24) *este satisfăcut, atunci*

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -a_1^{(2)} & \ldots & -a_1^{(n)} \\ -a_2^{(1)} & 1 & \ldots & -a_2^{(n)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -a_n^{(1)} & -a_n^{(2)} & \ldots & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \tag{25}$$

Fie Γ' proiecţia ortogonală pentru H' în spaţiul liniar $x_{n+1} = 0$. În acest spaţiu cu coordonatele $x_1, x_2, \ldots, x_n$, Γ' este un con convex. De asemenea, fie Ω_n^+ ortanta pozitivă închisă a spaţiului $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Cu aceste notaţii şi conform ipotezelor din teorema 5 avem două corolare.

Corolarul 5.1: $\Omega_n^+ \subseteq \Gamma'$. *În special, dacă* H' *este închis atunci* H' *conţine cel mai eficient proces complet integral,* $\Pi^{(k)}$, *pentru fiecare* G_k.

Corolarul 5.2: Γ' *este n-dimensional sau, cu alte cuvinte, există procese primare care satisfac relaţia* (25).

TEOREMA 6. *Dacă* (22) *are o soluţie* $\lambda \geq 0$ *pentru* $B > 0$ *dată, atunci*

$$\Delta_{j_1, j_2, \ldots j_s}^{j_1, j_2, \ldots j_s} > 0, \qquad \Delta_{j_1, j_2, \ldots j_{s-1}, i}^{j_1, j_2, \ldots j_{s-1}, k} \geqq 0, \tag{26}$$

în care $0 \le s \le n-2$, $k \ne i$. Simbolurile lui Δ cu indici și exponenți, care indică respectiv rândurile și coloanele eliminate, reprezintă notațiile clasice pentru cofactorii sau minorele cu semn pentru Δ în (25).

Demonstrație: Mai întâi, să observăm că schimbarea unităților pe G_k-uri nu modifică semnul vreunei minore a lui Δ. De aceea, pentru demonstrație putem admite că elementele lui Δ satisfac (24a). Sistemul redus, obținut din (23) prin eliminarea ecuațiilor corespunzătoare lui $i = j_1, j_2, \ldots, j_s$, cu $j_1 < j_2 < \ldots < j_s$, și apoi prin $a_{ik}^{(j)} = 0$ pentru aceleași valori ale lui j, satisface și relația (24a). Conform corolarului 3.3, sistemul redus are o soluție non-nulă $\lambda_j \ge 0$, pentru orice mulțime non-nulă $B_k \ge 0$; conform corolarului 3.4 este determinată. De aceea, dacă în continuare vom face ca toate B_k, cu excepția uneia, să fie egală cu zero, formulele lui Cramer dau

$$\frac{\Delta^{j_1, j_2, \ldots j_s, j}_{j_1, j_2, \ldots j_s, j}}{\Delta^{j_1, j_2, \ldots j_s}_{j_1, j_2, \ldots j_s}} > 0, \qquad \frac{\Delta^{j_1, j_2, \ldots j_{s-1}, j}_{j_1, j_2, \ldots j_{s-1}, k}}{\Delta^{j_1, j_2, \ldots j_s}_{j_1, j_2, \ldots j_s}} \ge 0,$$

pentru oricare j, $k \ne j_i$ ($i = 1,2, .., s$). Deoarece

$$\Delta^{1,2,\ldots,n-1}_{1,2,\ldots,n-1} = 1 ,$$

o succesiune obișnuită de operații, are atunci ca rezultat (26).

TEOREMA 7. *Condițiile necesare și suficiente ca sistemul (23) să admită o soluție $\lambda^0 \ge 0$ pentru o $B^0 > 0$ dată rezultă din inegalitățile n-1:*

$$\Delta > 0, \quad \Delta^1_1 > 0, \quad \Delta^{1,2}_{1,2} > 0, \quad \ldots, \quad \Delta^{1,2,\ldots,n-2}_{1,2,\ldots,n-2} > 0. \qquad (27)$$

Demonstrație: Teorema 6 arată deja că sunt necesare condițiile (27). Rămâne de dovedit suficiența lor. Aceasta este ușor de demonstrat pentru $n = 2$. Să admitem atunci ipoteza inductivă că suficiența a fost demonstrată pentru $n' = n - 1 > 2$. Conform acestei ipoteze, din (27) și din teorema 5 rezultă că sistemul

$$\mu_i - \sum_{2}^{n}{}'_k a_i^{(k)} \mu_k = e_i , \qquad (i = 2,3,\ldots,n),$$

în care $e_r = 1$ și $e_i = 0$, $i \ne r$, iar r este ales arbitrar, are o soluție nonnegativă $\mu_i = m_i^r \ge 0$. De aceea,

$$E_r = \sum_{2}^{n}{}_k a_1^{(k)} m_k^r \geq 0, \quad (r = 2,3,\ldots,n).$$

Pe de altă parte, algebra determinantă arată că $E_r = \Delta_r^1 / \Delta_1^1$. Atunci, din (27) rezultă că $\Delta_r^1 \geq 0$ pentru $r \geq 2$. Prin urmare, din formula lui Cramer obținem

$$\lambda_1^0 = \frac{1}{\Delta} \sum_{1}^{n}{}_k B_k \Delta_k^1 > 0. \tag{28}$$

Cunoscând această coordonată pentru λ^0, le putem determina pe cele rămase din sistemul redus

$$\lambda_i - \sum_{2}^{n}{}'_k a_1^{(k)} \lambda_k = B_i + a_i^{(1)} \lambda_1^0, \qquad (i = 2,3,\ldots,n). \tag{29}$$

Având în vedere definiția pentru m_i^r, observăm imediat că acest sistem este satisfăcut de

$$\lambda_i^0 - \sum_{2}^{n}{}_r m_i^r (B_r + a_r^{(1)} \lambda_1^0) > 0 \qquad (i = 2,3,\ldots,n). \tag{30}$$

Relațiile (28) și (30) demonstrează teorema.

Corolarul 7.1. *O condiție necesară și suficientă ca o listă completă de bunuri, $B > 0$, să poată fi realizată numai prin forța de muncă este aceea că un grup de procese primare, $P^{(1)}$, $P^{(2)}$, ..., $P^{(n)}$, aparținând lui H', poate fi stabilită astfel încât (27) să fie îndeplinită.*

Lema A: Fie

$$F_i(\lambda) = \sum_{1}^{n}{}_k a_{ik} \lambda_k = A_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{31}$$

un sistem care satisface relația (13). Dacă (31) are o soluție $\lambda^0 > 0$ pentru $A = A^0$, $A_i^0 > 0$ pentru $i \leq t$, $A_i^0 = 0$ pentru $i > t$, atunci, alegând corespunzător notațiile, aceasta este echivalentă cu:

$$\sum_{1}^{n}{}_k c_{ik} \lambda_k = D_i, \qquad (i = 1,2,\ldots,m), \tag{32a}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$U_i = 0, \qquad (i = m+1, \ldots, n), \tag{32b}$$

în care: 1) $m \geq t$; 2) $c_{ii} > 0$, $c_{ik} = 0$ *pentru* $i > k$, $c_{ik} \leq 0$ *pentru* $k > i$; 3) $D_i = \sum_1^i {}_k d_{ik} A_k$ *cu* $d_{ii} = 1$, $d_{ik} \geq 0$ *pentru* $i \neq k$; 4) $U_i = \sum_{m+1}^n {}_k g_{ik} A_k$ *cu* $g_{ii} = 1$, $g_{ik} \geq 0$ *pentru* $i \neq k$, *dar cel puțin una, astfel încât* $g_{ik} > 0$.

Demonstrație: Sistemul (31) este echivalent cu

$$F_1 = A_1 \tag{33a}$$

$$F'_i = F_i - (a_{i1} / a_{11}) F_1 = \sum_2^n {}_k b_{ik} \lambda_k = B_i, \qquad (i = 2, 3, \ldots, n), \tag{33b}$$

în care $b_{ik} = a_{ik} - (a_{i1}/a_{11}) a_{1k}$. $B_i = A_i - (a_{i1}/a_{11}) A_1$. Din (13), rezultă că $b_{ik} \leq 0$ pentru $i \neq k$. În ceea ce privește semnul pentru b_{ii}, trebuie să ținem seama de două alternative:

1) $t > 0$. Dacă $a_{i1} = 0$, atunci $b_{ii} = a_{ii} > 0$. Dacă $a_{i1} \neq 0$, atunci $B_i^0 > 0$. Și, deoarece (33b) este satisfăcută pentru $\lambda^0 > 0$ și fiindcă $b_{ik} \leq 0$, avem din nou $b_{ii} > 0$. De aceea, dacă notațiile sunt alese corespunzător, (33b) satisface condițiile lemei pentru $B_i^0 > 0$, $2 \leq i \leq t'$, $t' \geq t$, iar $B_i^0 = 0$ pentru $i > t'$.

2) $t = 0$. În acest caz, $B_i^0 = 0$ pentru oricare i. De aceea, este posibil să avem $b_{ii} = 0$ pentru unii i, astfel încât $a_{i1} \neq 0$; dar, atunci, F'_i trebuie să dispară în mod identic. Aceasta se poate întâmpla numai dacă și $a_{1j} = 0$, $a_{ij} = 0$ pentru $j \neq 1, i$. Prin urmare, dacă F'_t dispare în mod identic, atunci nici o altă F'_j, $j \neq 0$, nu mai poate să facă astfel. Dacă notațiile sunt alese corespunzător, (31) este echivalent cu:

$$F_1 = A_1 \tag{34a}$$

$$F'_t = \sum_2^{n-1} {}_k b_{ik} \lambda_k = B_i, \qquad (i = 2, 3, \ldots, n-1), \tag{34b}$$

$$V_n = A_n - (a_{n1}/a_{11}) A_1 = 0. \tag{34c}$$

Scanned with OKEN Scanner

Din nou, în (34b) avem $b_{ii} > 0$, $b_{ik} < 0$ pentru $i \neq k$; (34b) este de asemenea satisfăcută de $\lambda^0 > 0$ și $B_i^0 = 0$, pentru $2 \leq i \leq n\text{-}1$. Prin urmare, putem aplica fie la (33b), fie la (34b), după caz, același procedeu care duce de la (31) la (33) sau (34). Algoritmul se termină când ajungem la forma (32). Astfel, această lemă generală este demonstrată.

TEOREMA 5A: (Generalizarea teoremei 5). *Dacă o listă de bunuri* $(B_i^0, B_2^0, \ldots, B_t^0, 0, 0, \ldots, 0)$, $B_i^0 > 0, t > 0$) *poate fi realizată numai cu forța de muncă, atunci orice altă listă de bunuri,* $(B_1, B_2, \ldots, B_t, 0, \ldots, 0)$, $B_i \geq 0$ *poate fi de asemenea realizată numai cu forța de muncă.*

Mai întâi să observăm că dacă, în acest caz, descompunerea (12) este astfel încât $\lambda_i > 0$ pentru $i \leq m$, $m \geq t$, $\lambda_i = 0$ pentru $i > m$, atunci $a_k^{(j)} = 0$, pentru $k > m$, $j \leq m$. Atunci, demonstrația se face direct prin lema A.

Fie, acum, $t \leq n$ numărul maxim de mărfuri cuprinsă în orișice listă de bunuri care poate fi realizată numai cu forța de muncă; t va fi denumit *rangul modelului.*

Corolarul 5A.1: *Dacă în teorema 5A t reprezintă rangul modelului, atunci H' conține un proces complet integrat pentru oricare* G_k, $k \leq t$, *dar pentru nici o altă marfă.*

Astfel, ajungem să definim o marfă *eficientă* ca una pentru care H' conține un proces complet integrat. În continuare, vom presupune că notațiile au fost întotdeauna alese astfel încât G_k să fie o marfă efectivă dacă, și numai dacă $k \leq t$.

Sistemul (31) nu are în mod obligatoriu o soluție $\lambda \geq 0$ pentru fiecare grup de procese $P^{(k)} \in H', k = 1, 2, \ldots, n$. Exemplele pentru H' se pot construi ușor pentru a arăta că, pentru unele grupuri de procese (31) nu are nici o soluție $\lambda \geq 0$, chiar dacă toate $B_i = 0$ sau că, pentru unele grupuri de procese, o asemenea soluție există dacă, și numai dacă $B_j = 0$ pentru unele valori $j \leq t$.

Corolarul 5A.2: *Nici o listă de bunuri care conține mărfuri ineficiente nu poate să fie realizată numai cu forța de muncă.*

Dat fiind un grup de procese $P^{(k)} \in H', k = 1, 2, \ldots, n$, vom spune că $P^{(j)}$, $j \leq t$, este un proces *eficient* dacă sistemul

Scanned with OKEN Scanner

$$\sum_{1}^{n}{}_{i}\lambda_i P^{(i)} = B \qquad (35)$$

are o soluție $\lambda \geq 0$ pentru o $B \geq 0$, astfel încât $B_j > 0$. Evident, în aceste caz $\lambda_j > 0$. Dar dacă $\lambda_j > 0$ numai pentru $B_j = 0$, atunci $P^{(j)}$ este un proces *redundant*. Și dacă $\lambda_j = 0$ pentru oricare B pentru care (35) are o soluție $\lambda \geq 0$, atunci $P^{(j)}$ este un proces *inutil*. În final, un grup de procese $P^{(k)} \in H'$, care conține un proces efectiv pentru fiecare marfă eficientă va fi numit *congruent*.

Corolarul 5A.3: *Input-urile oricărui proces eficient al unui grup congruent sunt mărfuri eficiente.*

Demonstrație: Să presupunem că $a_j^{(k)} > 0$ pentru o parte din $j > t$ și $k \leq t$. Datorită faptului că (31) are o soluție $\lambda^0 \geq 0$, $\lambda_i^0 > 0$ dacă $i \leq t$, pentru $B_i^0 > 0$ dacă i $\leq t$, $B_i^0 = 0$ dacă $i > t$, rezultă că $\lambda_j^0 > 0$. De aceea, sistemul

$$\mu_i - \sum_{t+1}^{n}{}_{k} a_i^{(k)} \mu_k = \sum_{1}^{t}{}_{k} a_i^{(k)} \lambda_k^0 = F_i \qquad (i = t+1, \ldots, n), \qquad (36)$$

în care $F_j > 0$ și $F_i \geq 0$ pentru $i \neq j$, are o soluție $\mu_i = \lambda_i^0 \geq 0$ *cu* $\mu_i > 0$. Conform teoremei 5A, sistemul rezultat din (36) prin introducerea lui $F_j = 1$ și $F_i = 0$ pentru $i \neq j$, are o soluție $\mu_i^0 \geq 0$ cu $\mu_j^0 > 0$. În consecință, procesul $P(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n+1}) = \sum_{t+1}^{n}{}_{i} \mu_i^0 P^{(i)}$ aparține lui H'. Reținând că $\alpha_k \leq 0$ dacă $k \leq t$, $\alpha_k = 0$ pentru $k \neq j$, $t < k \leq n$ și $\alpha_j = 1$, ajungem la concluzia că $P - \sum_{1}^{t}{}_{i} \alpha_i \pi^{(i)} = \pi^{(j)}$. Deoarece aceasta contrazice corolarul 5A.1, propoziția este demonstrată.

Observația 1. Este util să distingem cazul unei mărfi ineficiente pentru care procesul corespunzător din oricare grup este inutil. O asemenea marfă va fi denumită *marfă inutilă*. Să alegem notațiile astfel încât G_k să fie inutil dacă, și numai dacă $s < k \leq n$. Pentru oricare marfă G_j, $t < j \leq s$, există un grup congruent, astfel încât $P^{(j)}$ este un proces redundant. O asemenea marfă va fi numită *marfă redundantă*. Dar, din

nou, un proces corespunzător unei mărfi redundante dintr-un grup - congruent sau nu - nu este în mod obligatoriu redundant; el ar putea, la fel de bine, să fie inutil.

Corolarul 5A.4: *Dacă într-un grup congruent $P^{(k)}$ este redundant şi $P^{(i)}$ este inutil, atunci G_j nu este un input pentru $P^{(k)}$.* (Demonstraţia este în întregime analogă cu aceea a corolarului 5A.3.)

Rezultă direct că, în orice grup, numărul de procese redundante sau inutile trebuie să fie mai mare decât unu. De asemenea, numărul mărfurilor inutile dintr-un sistem trebuie să fie mai mare decât unu. Mărfurile inutile nu pot fi produse niciodată într-un sistem, deoarece, intuitiv vorbind, ele necesită, împreună, un input mai mare decât output-ul corespunzător.

Din corolarele 5A.3 şi 5A.4 rezultă că matricea oricărui grup congruent are următoarea distribuţie standard:

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} E & S & T \\ 0 & R & U \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \qquad (36)$$

în care E,R,I sunt matrice pătrate. Mai departe,

1) Coloanele cuprinse în E reprezintă procesele efective; E este de ordinul t şi satisface relaţia (27).
2) Coloanele cuprinse în R reprezintă procesele redundante; R este singular şi ordinul său este cel mult egal cu $s - t$. Sistemul $\mu R' = B$ are o soluţie $\mu \geq 0$ dacă, şi numai dacă, $B = 0$.
3) Coloanele cuprinse în I reprezintă procesele inutile; ordinul său este cel puţin egal cu $n - s$. Sistemul $\mu I' = B$ nu are nici o soluţie $\mu \geq 0$ chiar dacă $B = o$.[11]

Deoarece mărfurile inutile nu pot fi produse deloc, putem să le ignorăm complet şi să admitem $s = n$ în orice problemă privind alocarea resurselor. Şi deoarece mărfurile redundante nu pot fi produse în exces faţă de necesităţile industriale, problema principală a alocărilor de resurse se reduce la aceea a soluţiilor $\lambda \geq 0$ din sistemul:

[11] *Pentru R este uşor de arătat că un şir de relaţii similare relaţiei (27) trebuie să înceapă cu egalităţi şi să se termine cu inegalităţi. Pentru I, condiţiile sunt mai complicate: matricea I poate fi fie singulară, fie nonsingulară.*

Scanned with OKEN Scanner

$$\lambda_i - \sum_1^n{}_k a_i^{(k)} \lambda_k = B_i \geq 0, \qquad (i = 1,2,\ldots,t), \tag{37}$$

$$\lambda_i - \sum_1^n{}_k a_i^{(k)} \lambda_k = 0, \qquad (i = t+1,\ldots,n). \tag{38}$$

Din teorema 5A rezultă ușor că, pentru orice grup congruent, acest sistem admite o soluție $\lambda^* \geq 0$, astfel încât $\lambda_i^* = 0$ *pentru* $i \geq t$. Cu alte cuvinte:

Corolarul 5A.5: *Orice listă de mărfuri eficiente poate fi realizată fără utilizarea proceselor redundante.*

Fie, acum, $\lambda^0 \geq 0$ orice soluție pentru (37) și (38) astfel încât o parte din $\lambda_i^0 > 0$ pentru $i > t$. Evident, $\lambda_i^0 \geq \lambda_i^*$ pentru $i \leq t$. De aceea,

$$\ell = \sum_i{}_i \lambda_i^0 a_{n+1}^{(i)} > \ell^* = \sum_i{}_i \lambda_i^* a_{n+1}^{(i)}, \tag{39}$$

ceea ce demonstrează

Corolarul 5A.6: *Utilizarea proceselor redundante pentru realizarea unei liste de produse presupune o irosire de resurse.*

De aici,

TEOREMA 8. *Cea mai mare limită inferioară, L, a volumului de forță de muncă necesară pentru realizarea unei liste de produse eficiente,* $(B_1, B_2, \ldots, B_t, 0, \ldots, 0)$, *este dată de*

$$L = \sum_1^t{}_k B_k L_k . \tag{40}$$

Corolarul 8.1: *Dacă* $t = n$ *și dacă H' este un con închis, volumul minim de forță de muncă necesară pentru realizarea unei liste de produse,* $B \geq 0$, *este dată de*

$$L = \sum_1^n{}_k B_k L_k ; \tag{41}$$

adică, procesul P $(B_1, B_2, \ldots, B_n, -L)$, *care aparține lui H', aparține și spațiului liniar* (9).

Corolarul 8.2: *Dacă t = n şi dacă H' este un con închis, procesul*

$$P(B_1, B_2, \ldots, B_n - L) = \sum_1^n {}_k \lambda_k \bar{P}^{(k)} \qquad (\lambda \geq 0), \tag{42}$$

în care $\bar{P}^{(k)}$ *este oricare proces primar aparţinând relaţiei* (9) *şi lui H'.*

Demonstraţie: $\bar{P}^{(k)}$ ţine de (9), adică

$$L_k - \sum_1^{n\prime}{}_i \bar{a}_i^{(k)} L_i = \bar{a}_{n+1}^{(k)} > 0, \qquad (k = 1,2,\ldots,n). \tag{43}$$

Sistemul

$$L_i(\lambda_i - \sum_1^{n\prime}{}_k \bar{a}_i^{(k)} \lambda_k) = L_i B_i$$

este un sistem *S*. Prin urmare, el are o soluţie $\lambda \geq 0$. Pe de altă parte, din (43) rezultă ..

$$\sum_1^{n\prime}{}_k \bar{a}_{n+1}^{(k)} \lambda_k = \sum_1^n {}_k B_k L_k = L,$$

care încheie demonstraţia.

Pentru orice *k* dat, ar putea să existe mai mult decât un $\bar{P}^{(k)}$. Dar, în măsura în care intervine cantitatea de resurse necesare pentru a produce *P*, este indiferent care $\bar{P}^{(k)}$ este folosit. De aici,

Corolarul 8.3. *Dacă t = n şi dacă H' este un con închis, procesele* $\bar{P}^{(k)}$ *folosite pentru realizarea unei liste de bunuri, B, cu minimum de forţă de muncă sunt independente de lista de bunuri (adică de cererea consumatorilor).*

7. Rezultatele prezentate în secţiunile precedente au în vedere, mai ales, partea tehnologică a economiei. Dacă menţinem ipoteza că *t = n* şi că *H'* este un con *închis* şi mai admitem condiţiile clasice pentru echilibrul competitiv pe termen lung pentru fiecare industrie G_k, avem mai multe rezultate.

TEOREMA 9. *Oricare proces cu un echilibru competitiv pe termen lung folosit de industria* G_k *este un* $\bar{P}^{(k)}$.

Demonstraţie: Dacă toate procesele sunt liniare, principiul profitului maxim devine inoperant, dacă nu stabilim scala aritrar[12]. Să alegem

[12] *Vezi, totuşi, observaţia 3 de mai jos.*

Scanned with OKEN Scanner

apoi scala corespunzătoare unei unități de input de forță de muncă din fiecare proces. Fie V_k mulțimea formată prin intersectarea tuturor proceselor elementare, $\overline{P}^{(k)} \in H'$, cu planul $x_{n+1} + 1 = 0$. Fie Γ intersecția lui H' cu același plan; Γ este convex, închis și *limitat*. Mai reprezintă și anvelopa convexă a însumării tuturor V_k.

Conform ipotezei III, o firmă din industria G_k poate să folosească numai formule corespunzătoare unui $P^{(k)}$. Având în vedere o mulțime de prețuri $(p_1, p_2, \ldots, p_{n+1})$, profitul unei astfel de firme este:

$$w(P^{(k)}) = p_k b_k - \sum_1^n {}_i p_i a_i^{(k)} - p_{n+1}. \tag{44}$$

Fiindcă V_k este închisă și limitată, $w(P^{(k)})$ atinge efectiv nivelul maxim, W_k, pentru puțin o $P_0^{(k)} \in V_k$. De aceea, $W_k = w(P_0^{(k)}) \geq w(P^{(k)})$ pentru oricare $P^{(k)} \in V_k$. Prin urmare,

$$\sum_1^n {}_i p_i x_i - p_{n+1} - W_k = 0 \tag{45}$$

este un plan de sprijin al anvelopei convexe V_k.

Atâta timp cât W_k nu are aceeași valoare pentru toate industriile, resursele vor continua să se deplaseze dinspre întreprinderile cu profit mic spre cele cu profit mare, determinând astfel schimbarea prețurilor cât și a profiturilor. Fie p^* prețurile de echilibru și W^* profitul de echilibru; din (45) rezultă că:

$$T(x) = \sum_1^n {}_i p_i^* x_i + (p_{n+1}^* + W^*) x_{n+1} = 0 \tag{46}$$

este un plan de sprijin pentru H', astfel încât să conțină procesul (-ele) de echilibru pentru oricare G_k și, mai mult, $T(P) \leq 0$ pentru fiecare $P \in H'$. Din motive evidente, acest plan trebuie să coincidă cu (9). De aceea, orice proces în echilibru este un $\overline{P}^{(k)}$, iar teorema este demonstrată.

Observația 2. O simplă privire asupra fig. 9.1 (6), în special, este suficientă să ne convingă că ipoteza unui H' închis este vitală pentru concluziile ultimelor trei propoziții.

Scanned with OKEN Scanner

Totuși, ipoteza $t = n$ nu este indispensabilă pentru ultimele două propoziții. Aceasta este evidentă pentru corolarul 8.3. În cazul teoremei 9, să observăm că, în orice moment, prețurile și profiturile maxime satisfac sistemul:

$$X_k(b_k p_k - \sum_1^t{}' {}_i a_i^{(k)} p_i) = X_k(p_{n+1} + W_k), \quad (k = 1,2,\ldots,t), \tag{47a}$$

$$X_k(b_k p_k - \sum_{t+1}^t{}' {}_i a_i^{(k)} p_i) = X_k(p_{n+1} + W_k + \sum_1^t {}_i a_i^{(k)} p_i), \ (k = t+1,\ldots,n), \tag{47b}$$

în care X_k este producția brută a industriei G_k. Datorită proprietății fundamentale a mărfurilor ineficiente, (47) nu poate fi satisfăcută de $p \geq 0$ cu $p_k > 0$ pentru o parte dintre $k > t$, dacă fiecare termen din dreapta al relației (47b) nu este zero sau dacă unii nu sunt negativi. Să admitem că orice $X_k = 0$ pentru $k > t$. Atunci, în oricare dintre cele două alternative menționate există $j > t$, astfel încât

$$X_j > 0, \quad W_j \leq -p_{n+1} - \sum_1^t {}_i a_i^{(j)} p_i \leq -p_{n+1}. \tag{48}$$

Dar din (47) rezultă

$$\sum_1^n {}_k \frac{X_k}{b_k}(p_{n+1} + W_k) = \sum_1^t {}_k p_k B_k > 0.$$

De aceea, există cel puțin o industrie G_h, $h \neq j$, astfel încât $W_h > -p_{n+1}$. Prin urmare, atâta timp cât (48) predomină, resursele se vor deplasa din industria G_j spre alte industrii, cum ar fi G_j. În consecință, condițiile concurențiale - așa cum au fost interpretate în teorema 9 - vor elimina, până la urmă, industria care produce o marfă ineficientă.

Analiza precedentă demonstrează:

Corolarul 9.1: *Dacă H' este închis, atunci, într-un model deschis generalizat, echilibrul concurențial pe termen lung determină alocarea optimă a resurselor (forță de muncă).*

Observația 3. Din identitatea dintre (9) și (46) rezultă:

$$p_k^* = L_k(p_{n+1}^* + W^*), \tag{49}$$

care arată că *prețul de echilibru al fiecărui produs, G_k, este proporțional cu cantitatea de forță de muncă necesară pentru producerea unei unități din acel produs cu forța de muncă luată ca unic input.* Avem o egalitate între

Scanned with OKEN Scanner

valoarea forței de muncă și valoarea produsului dacă, și numai dacă, $W^*=0$. Dar, dacă procesele sunt liniare, condițiile concurențiale nu determină singure distribuția valorii adăugate între salarii și profituri; de aceea, nimic nu garantează totuși că $W^* = 0$.[13] Numai invocând o creștere generală în ceea ce privește scara producției și concurența mai mare dintre întreprinzători pe piața forței de muncă, putem justifica $W^* = 0$. Dacă acest procedeu este acceptat, atunci (49) devine

$$p_k^* = L_k p_{n+1}^*, \tag{50}$$

așa cum se întâlnește în teoriile valorii pentru forța de muncă.

Dacă, acum, adoptăm pentru fiecare G_k, ca unitate de măsură, cantitatea produsă de o unitate de forță de muncă în procesul $\Pi^{(k)}$, rezultă că $L_k = 1$. Dacă forța de muncă este considerată ca și *numerar*, (50) devine $p_k = 1$, ceea ce înseamnă că noua unitate pentru G_k este *valoarea dolarului*. Din relația (41) rezultă:

$$L = \sum_1^n {}_i B_i .$$

Această relație indică faptul că unitatea naturală de măsură care trebuie să fie adoptată ori de câte ori consolidarea industriilor este avută în vedere pentru investigații practice este valoarea dolarului pentru produs. Aceasta oferă o justificare pentru procedeul adoptat de Leontief[14].

8. O continuare normală a analizei precedente ar fi adoptarea modelului închis (*GL*). Totuși, se pare că rămân puține lucruri de spus despre un asemenea model. Cele ce urmează reprezintă unele puncte de vedere sumare.

Fie U_{n+1} anvelopa convexă a tuturor $P^{(n+1)}$ cunoscute ca fezabile. Dacă $P \in U_{n+1}$ și $L(P) = 0$, atunci P este un echilibru *posibil*. Dacă $P \in U_{n+1}$ și $L(P) < 0$, atunci, adoptând P pentru relația dintre forța de muncă și

---

[13] *De fapt, în demonstrația teoremei 9, ar fi trebuit să corelăm echilibrul concurențial pe termen lung cu uniformitatea câștigurilor față de dolar, sau în mod echivalent cu acea a ratei profitului (cf. Georgescu-Roegen, citat în nota 3 de mai sus). Dacă am fi procedat așa, în loc de un singur plan (45) am fi avut mai multe planuri paralele care nu trebuie să coincidă. Într-adevăr, în această alternativă, profitul de echilibru pentru scala specifică aleasă nu trebuie să fie același în fiecare industrie, iar proporționalitatea dintre p^* și L_k nu mai rezistă în general.*

[14] *Leontief,* Structura economiei americane *(citată în nota mea 1), cap. III, p. 14 și urm.*

venitul real, economia se va restrânge până la zero: nu se întrevede suficientă forță de muncă care să realizeze lista de bunuri necesară. Dacă $P \in U_{n+1}$ și $L(P) > 0$, atunci adoptarea lui P duce la o ofertă excedentară de forță de muncă; economia poate fie să se extindă nelimitat, fie să apară, ca alternativă, șomajul. Dar aceste rezultate sunt de așteptat într-un sistem din care orișice interacțiune este eliminată în întregime pe baza unei ipoteze cum ar fi VI.

A. Post scriptum (1964)

Lucrarea prezentată mai sus a fost scrisă inițial pentru Conferința privind "programarea liniară", organizată de Comisia Cowles la Universitatea din Chicago, în iunie 1949, din inițiativa lui T.C.Koopmans. La vremea aceea, teoremele demonstrate în lucrarea mea - ca și majoritatea teoremelor prezentate de alți participanți - erau foarte noi pentru economia matematică din simplul motiv că temele conferinței erau noi și ele. De fapt, din reacția mai multor matematicieni de prim rang care au participat la conferință, se pare că teoremele erau noi și pentru ei. Dar, pe măsură ce un număr tot mai mare de economiști începeau să recunoască marea importanță a sistemului lui Leontief și a sistemelor liniare în general, numeroși matematicieni, de asemenea, au fost atrași de matematica specială asociată cu noile domenii ale științelor economice. Datorită interesului tot mai mare pentru structurile liniare, s-a dovedit că mai multe teoreme relevante, cuprinse în aceste noi subiecte, fuseseră deja incluse în literatura matematică. Iar dacă erau cunoscute puțin în afara unui cerc restrâns de specialiști, acest lucru se datora, fără îndoială, domeniului lor limitat de aplicare. Dar, pe la mijlocul anilor '50, numele lui Frobenius a devenit tot atât de cunoscut economiștilor matematicieni, ca și acela a lui Lagrange cândva. Au fost informați privind existența a trei memorii - o adevărată lucrare de pionierat, acum o lucrare clasică de referință - în care Frobenius a prezentat unele rezultate extrem de interesante privind matricele cu elemente pozitive și nonnegative[1]. (Poate

[1] *G. Frobenius,* Über Matrizen aus positiven Elementen, *Părțile I și II,* Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften, *1908, Bd. I, 471-476, și 1909, Bd. I, p. 514-518;* Über Matrizen aus nicht negativen Elementen, *ibid., 1912, Bd. I, p. 456-477. (Aceste memorii vor fi citate sub forma: Frobenius I, II și, respectiv III).*

ar trebui să adaug că matematicienii, în totalitatea lor, l-au descoperit și pe Frobenius în cursul aceloraşi evenimente.)

După cum era normal, noul curent din domeniul economiei matematice i-a făcut pe mulți autori să scrie articole explicative care să îi familiarizeze pe economiști și pe econometricieni cu rezultatele obținute de Frobenius și de alți câțiva după el și să pună aceste rezultate de acord cu teoremele demonstrate în mod independent de economiștii matematicieni care - ca și mine - au fost determinați să procedeze astfel datorită cunoștințelor lor limitate din domeniul matematicilor. Din păcate, în unele dintre aceste lucrări - precum și în unele comentarii ocazionale din articole de natură diferită - se poate constata o mare confuzie, care nu poate fi decât în defavoarea celor încă neinițiați. Situația a îndemnat la acest postscriptum.

Poate cea mai bună ilustrare a acestei situații este articolul, altfel foarte instructiv, scris de A.Woodbury, *Proprietățile matricelor de tipul Leontief pentru input și output*[2]. La pagina 358, el afirmă că "rezultatul prezentat de Hawkins și Simon (1949) și formularea echivalentă dată de Georgescu-Roegen (1950), provin de la Frobenius [III] și Ostrowski (1937)". Prima referire are în vedere o propoziție enunțată în 1949 de Hawkins și de Simon[3], a doua, teorema 7 prezentată de mine[4].

Acum, propoziția Hawkins-Simon afirmă că, dându-se sistemul

$$\sum_{1}^{n} {}_{k} a_{ik} \lambda_k = A_i , \qquad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{1}$$

în care: 1) $a_{ii} > 0$, $a_{ik} < 0$ pentru $i \neq k$, 2) matricea $[a_{ik}]$ este *nonsingulară* și 3) $A_i > 0$, condiția necesară și suficientă ca λ care satisface relația (1) să fie pozitivă este aceea că *toate* minorele principale pentru $|a_{ik}|$ să fie pozitive (Hawkins și Simon, p. 246-247.) Dar, contrar afirmației lui Woodbury, nici una dintre lucrările lui Frobenius nu conține această propoziție: intenția lui Frobenius nu era studierea sistemelor de ecuații

---

[2] *În* Analiza activității economice, *edit. Oskar Morgenstern (New York, 1954), p. 341-363.*

[3] *D. Hawkins și H.A. Simon, "Notă: Câteva condiții ale stabilității macroeconomice",* Econometrica, *XVII (1949), p. 245-248.*

[4] *Georgescu-Roegen,* Sistemul lui Leontief în lumina rezultatelor recente, Review of Economics and Statistics, *XXXII (1950), p. 214-222, în care s-a tipărit teorema 7 prima dată.*

Scanned with OKEN Scanner

liniare, nonomogene. Cel mult, se poate spune că *partea suficientă* a propoziţiei este un corolar direct al unei teoreme a lui Frobenius (I, p. 471-472) care, reinterpretată, afirmă că, dacă $|a_{ik}|$ îndeplineşte cele de la 1) şi de la 2) şi dacă minorele principale pentru $|a_{ik}|$ sunt pozitive, atunci cofactorul pentru oricare a_{ik} este pozitiv. Este adevărat că Ostrowski foloseşte o formă mai puternică a aceleiaşi teoreme (Frobenius, III, p. 457-458) ca să demonstreze elementul de suficienţă a propoziţiei analoge cu aceea a lui Hawkins şi Simon pentru condiţii mai puţin restrictive[5]. Pe de altă parte, chiar lucrarea lui Ostrowski nu conţine nici o teoremă pentru *elementul de necesitate* al propoziţiei formulate de Hawkins-Simon. Dovada lui Woodbury nu arată, prin urmare, că ei au fost precedaţi de alţii în această chestiune. Totuşi, nu trebuie să omitem să recunoaştem dificultatea demonstraţiei, chiar dacă condiţia (3) este dată[6].

Voi reveni acum la afirmaţia că teorema mea nr. 7 reprezintă o formulare echivalentă cu aceea a lui Hawkins şi Simon[7]. Desigur, oricare două propoziţii, A şi B, care conţin condiţiile necesare şi suficiente pentru acelaşi lucru sunt echivalente în sensul strict al acestui termen din logică. Adică, A⇔B. Dar, dacă nu dorim să ignorăm aspecte care contează foarte mult în matematică, trebuie să avem în vedere diferenţele esenţiale dintre "condiţia necesară şi suficientă pentru $n > 10$

---

[5] *A.Ostrowski,* Über die Determinanten mit überwiegender Hauptdiagonale, Commentarii Mathematici Helvetici, *X (1937), p. 71, Satz II.*

[6] *Hawkins şi Simon nu au observat că demonstraţia lor nu are nevoie de acea premisă, care apare ca o consecinţă necesară. Mai doresc să subliniez că - o stranie coincidenţă - demonstraţia lor este strict exactă numai pentru elementul de necesitate. Mai mult argumentul lor (p.245n 3) că propoziţia se extinde direct la* $a_{ik} \leq 0$, $i \neq k$, *"din cauza continuităţii soluţiilor acestor ecuaţii în raport cu variaţiile acestor coeficienţi" este fals: pe aceleaşi baze, propoziţia lor ar trebui să fie adevărată pentru* $a_{ii} \geq 0$. *Dar toate aceste reproşuri nu le diminuează cu nimic meritul de a fi primii economişti care au abordat o problemă de o deosebită importanţă, de a fi enunţat o teoremă valoroasă - din care o parte era nouă - şi de a fi demonstrat acea parte într-un mod foarte simplu.*

[7] *Fără îndoială, din cauza frecvenţei cu care apare această afirmaţie în literatură, un scriitor aşa de atent, cum este Michio Morishima, a numit teorema mea "teorema Hawkins-Simon". Vezi lucrarea sa* Echilibru, stabilitate şi creştere *(Oxford, 1964), p. 15.*

Scanned with OKEN Scanner

este că $n = 10 + m$, $m > 0$" și "condiția necesară și suficientă pentru $n > 10$ este că $n = 1 + c$, $c > 9$; $n = 2 + d$, $d > 8$; ..; $n = 10 + m$, $m > 0$". Distincția elementară dar vitală dintre aceste două propoziții *echivalente* este aceea că prima este mai *puternică*. Or, cum spun economiștii, prima ajunge la același lucru pe o cale mai economicoasă. Exact acesta este tipul de diferență dintre propoziția lui Hawkins și a lui Simon și teorema mea nr. 7. În cazul unui sistem de n ecuații, trebuie să calculăm $2^n - n - 1$ determinanți dacă se folosește propoziția lui Hawkins și a lui Simon, dar numai $n - 1$ dacă se folosește teorema 7. Diferența este și mai mare dacă avem în vedere ordinul determinanților de calculat. Mai mult, inegalitățile (27) din teorema 7 constituie o mulțime de condiții *independente*, astfel încât, dacă una este lăsată la o parte, mulțimea rămasă nu poate să reprezinte condiția de suficiență. Ori, în termeni de cost ai calculului, ele au un cost minim.

Metoda de demonstrare a teoremei 7 este atât de simplă, încât nu aș fi surprins deloc să aflu că teorema a fost demonstrată în vreo lucrare încă necunoscută. Dar rămâne faptul că nimic în aceasta nu se întâlnește în lucrările lui Frobenius, ale lui Ostrowski sau ale altor autori (cunoscuți) înainte de 1950 cel puțin. Următoarele două teoreme sunt interesante prin ele însele, dar ele arată și influența teoremei 7 asupra rezultatelor la care au ajuns Ostrowski și Frobenius când le-au făcut mai *puternice*.

În lucrarea sa, citată mai sus, Ostrowski propune studierea proprietăților *determinantului* M, pe care îl definește prin următoarele proprietăți: 1) $m_{ii} \geq 0$, $m_{ik} \leq 0$ pentru $i \neq k$, 2) *toate* minorele principale de orice ordin sunt nonnegative[8]. Teorema 7 arată imediat că, pentru $m_{ii} > 0$ și minorele principale pozitive, a doua condiție a lui Ostrowski este *supraabundentă*. De fapt, se poate stabili ușor un rezultat și mai puternic.

TEOREMA A: *Dacă M este un determinant de ordinul n cu* $m_{ii} \geq 0$, $m_{ik} \leq 0$ *pentru* $i \neq k$, *iar dacă*

$$M \geq 0, \qquad M_1^1 \geq 0, \qquad M_{1,2,\ldots,n-2}^{1,2,\ldots,n-2} \geq 0, \tag{2}$$

[8] *Ostrowski, p. 69.*

atunci M este un determinant M, adică toate minorele sale principale sunt nonnegative[9].

După cum au remarcat Debreu şi Herstein, teorema 7 propune o formă mai puternică a propoziţiei pe care am demonstrat-o şi care conţine opusul teoremei principale a lui Frobenius[10]. Frobenius a demonstrat că dacă A este o matrice nonnegativă şi r este rădăcina maximală a ecuaţiei caracteristice

$$A(s) = |sE - A| = 0,$$

atunci toate minorele principale de la ordinul 1 până la ordinul n al lui $A(s)$ sunt pozitive pentru $s > r$ (Frobenius, III, p. 457). Propoziţia propusă de Debreu şi Herstein, într-o formulare mai generală, este

TEOREMA B: *Dacă*

$$A(s) \geq 0, \qquad A_1^1 \geq 0, \ldots, A_{1,2,\ldots,n-1}^{1,2,\ldots,n-1} \geq 0, \tag{3}$$

atunci $s > r$ sau $s = r$ dacă nu este dominant nici un semn de egalitate în (3) sau $A(s) = Q$.[11]

---

[9] *Trebuie să menţionez numai că demonstraţia se face prin inducţie, foloseşte dezvoltarea lui Cauchy pentru M şi invocă unele dintre teoremele lui Frobenius (III, p. 457, 462).*

[10] *G.Debreu şi I.N.Herstein,* Matrice pătrate nonnegative, Econometrica, *XXI (1953), p. 603n6.*

[11] *Demonstraţia acestei teoreme se face tot prin inducţie şi foloseşte dezvoltarea lui Cauchy pentru A(s). Aceasta invocă teorema directă a lui Frobenius, menţionată cu câteva rânduri mai sus.*

Scanned with OKEN Scanner

10

Limitaționalitate, limitativitate și echilibrul economic

1. În atmosfera intelectuală a celei de-a doua jumătăți a secolului trecut, caracterizată printr-o încredere în puterea nelimitată a instrumentelor cantitative și prin speranțe nelimitate că, o dată cu perfecționarea lor, omul va fi descompus până la urmă, într-o serie de angrenaje mecanice, formularea lui Walras pentru echilibrul economic general a fost, în mod firesc, primită cu un entuziasm deosebit și considerată un nou mesaj care să confirme convingerea predominantă. Pe măsură ce timpul a trecut și faimosul sistem al lui Walras nu a dat alte rezultate în afară de egalitatea inițială dintre numărul de necunoscute și de ecuații, reacția a constat în plasarea economiștilor la cealaltă extremă, subliniindu-se sterilitatea acestei egalități și minimalizând - sau ignorând - celelalte învățături din teoria lui Walras. "Și ce dacă sistemul nu are nici o soluție?" au început să se întrebe economiștii cu minte de matematicieni. S-a considerat că odată cu răspunsul la această nouă problemă, se va face o nouă lumină. După câtva timp, geniul matematic al lui Abraham Wald a dat primul răspuns, deși în demonstrația lui a folosit formularea lui K. Schlesinger, o versiune simplificată a cadrului propus de Walras[1]. După două decenii, perspicacitatea lui Kenneth J. Arrow și a lui Gerard Debreu a mai înlăturat un obstacol și a demonstrat existența unei soluții în condiții mai generale decât acelea

---

Notă: O versiune a dezbaterii acestui eseu a fost publicată în vol. I. în Procedings of the Second Symposium in Linear Programming, *Washington, D.C., 27-29 ian. 1955, Biroul de Cercetări Științifice, United States Air Force, p. 295-330.*

[1] *K. Schlesinger, "Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre",* Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums, *VI (1933-1934). 10-11. Abraham Wald, "Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen", ibid., p. 12-18, în traducere,* Despre sistemele de ecuații din economia matematică, *Econometrica, XIX (1951), p. 368-403.*

Scanned with OKEN Scanner

date de Schlesinger[2]. Totuşi, o atenţie mai mare acordată relevanţei economice a acestor două contribuţii valoroase va dezvălui că - oricât de paradoxal ar părea - ei au deschis o cale care mai mult va dăuna valorii sistemului propus de Walras pentru economie ca ştiinţă socială, în loc să o amplifice. Două aspecte diferite ale rezultatelor obţinute se asociază pentru a pune în evidenţă principalul punct slab al sistemului lui Walras. Ceea ce este relevant la rezultatele obţinute de Wald nu este unicitatea soluţiei, ci faptul că preţul vector nu este limitat de nici o altă condiţie în afară de aceea de a fi nonnegativ. Prin urmare, preţul de "echilibru" al oricărui factor de producţie poate fi zero. Nu există nimic care să excludă preţurile zero pentru factorii de producţie care implică costul uman, cum ar fi forţa de muncă sau aşteptarea. Deoarece forţa de muncă trebuie să aibă o contribuţie pozitivă la produsul naţional, o soluţie în care rata salarială este zero - deşi matematic valabilă - este pur "imaginară" din punctul de vedere al realităţii economice. Rezultatul obţinut de Wald este, aşadar, analog cu propoziţia din geometria analitică care afirmă că oricare linie intersectează un cerc, uneori în puncte reale, alteori în unele imaginare. *La prima vedere*, rezultatele obţinute de Arrow-Debreu par inatacabile din acest punct de vedere, deoarece, conform schemei lor, forţa de muncă deţine întotdeauna o proporţie suficientă ca să menţină viaţa. Dar acest rezultat surprinzător se datorează unei premise speciale, care este tot atât de inutilă din punct de vedere economic cât sunt de "imaginare" rezultatele lui Wald. Într-adevăr, Arrow şi Debreu admit că toţi indivizii implicaţi primesc, *ab initio*, un venit real corespunzător pe durata întregii lor vieţi. În acest fel, valabilitatea proporţiei de forţă de muncă nu se datorează mecanismului economic, ci unei ipoteze lucrative din punct de vedere analitic. Ca să folosim aceeaşi analogie ca mai înainte, linia dreaptă este, în acest caz, obligată să intersecteze cercul cel puţin într-un punct real, pur şi simplu fiindcă, *ex hypothesi* are deja un asemenea punct în comun cu cercul[3].

Semnificaţia evidentă a observaţiilor de mai sus este aceea că sistemul lui Walras ar putea să nu reprezinte întotdeauna o descriere

---

[2] *Kenneth J.Arrow şi Gerard Debreu, "Existenţa unui echilibru pentru o economie competitivă"*, Econometrica, *XXII (1954), p. 265-290.*

[3] *Într-un fel, modelul Schlesinger-Wald este superior aceluia propus de Arrow-Debreu, deoarece este scutit de această formulare* petitio principii. *Iată de ce primul permite să se arate dificultatea fundamentală imediat.*

Scanned with OKEN Scanner

corespunzătoare a realității și că, în acele cazuri în care soluția analitică este "imaginară", soluția reală trebuie să fie rezultatul unui sistem diferit. În mod cert, nu ne putem aștepta ca o societate care nu poate exista conform teoriei distribuției a lui Walras - adică conform teoriei productivității marginale - mai degrabă să se sinucidă, în loc să adopte un alt sistem.

Evident, semnificația celor discutate anterior depinde de faptul dacă există sau nu structuri economice în care să nu funcționeze teoria productivității marginale. Dovedirea existenței unei asemenea structuri este o sarcină aproape imposibilă, dar nu mai mult decât *dovedirea* directă a existenței celuilalt tip. În ambele cazuri trebuie să ne bazăm pe dovezi indirecte adunate prin procese mentale. De fapt, experimentul *in vivo* pare să fie neconcludent în cazul în care teoria productivității marginale funcționează mai bine decât alta[4]. Fără a subestima importanța acestor contestări, putem găsi exemple reale de economii în care teoria productivității marginale nu reușește să asigure o distribuție valabilă a venitului național. Acestea sunt așa-numitele țări suprapopulate, care în ultimii ani au devenit obiectul unui interes crescând.

Scopul acestei lucrări este analiza echilibrului economic al structurilor concepute să reprezinte economiile suprapopulate și să indice motivele pentru care mecanismul teoriei productivității marginale nu poate în aceste cazuri să asigure produsul național maxim[5]. Diferitele cazuri de îndepărtare de teoria productivității marginale vor fi prezentate

---

[4] *Vezi, de exemplu, disputa benefică dintre Richard A.Lester și Fritz Machlup: Richard A.Lester, "Lacunele analizei marginale în cazul problemelor privind salariile și ocupația",* American Economic Review, *XXXVI (1946), p. 63-82; Fritz Machlup, "Analiza marginală și cercetarea empirică", ibid., XXXVI (1946), p. 519-554; Richard A.Lester și Fritz Machlup,* Comunicații, *ibid., XXXVII (1947), p. 135-154.*

[5] *Au existat unele dezacorduri în ceea ce privește cuantificarea obiectivului economic al omului și prezentarea lui ca fiind maxim prin limitarea unei anumite funcții, F(I,L), pentru I, venitul real, și L, timpul liber - cel puțin pentru unele scopuri. Se pare, prin urmare, că produsul național maxim nu trebuie avut în vedere singur. O asemenea obiecție - perfect justificată în cazul în care venitul mediu este cu mult peste minimul de trai - este inutilă în cazul unei țări suprapopulate. Nu trebuie uitat că funcția F(I,L) nu are nici un sens dacă (I,L) nu este cel puțin egală cu minimul de trai (I_0,L_0). Mai mult, este improbabil ca F(I,L) să varieze o dată cu L în vecinătatea lui (I_0,L_0).*

Scanned with OKEN Scanner

mai întâi pentru economiile izolate; în ultimele secțiuni va fi prezentat pe scurt și comerțul exterior. Deoarece, după cum vom vedea, întreaga problemă ține de raportul relativ dintre unii factori primari de producție și forța de muncă, trebuie clarificate mai întâi unele definiții noi ale conceptului de limitaționalitate.

2. Existența factorilor de producție limitaționali și a problemelor speciale de echilibru a firmei datorate acestor factori a fost menționată, cu mult timp în urmă, în literatura economică[6]. Totuși, înainte de ascensiunea spectaculoasă a modelului lui Leontief și de generalizarea sa, s-a acordat puțină atenție efectului limitaționalității asupra echilibrului general. Chiar în modelul lui Leontief sau în programarea liniară apare în mod direct numai un aspect al limitaționalității. Într-adevăr, limitaționalitatea a fost deseori interpretată ca fiind unul dintre două lucruri diferite, nu total rupte unul de altul. Interpretarea comună a limitaționalității este aceea prezentată în fig. 10.1(a), mai exact, aceea indicată de poziția de la *A*. Totuși, limitaționalitatea a mai fost interpretată ca descriind situația lui B din fig. 10.1(b)[7]. Următoarele definiții au menirea de a elimina ambiguitatea.

Definiția I. *Un factor de producție este limitațional dacă o creștere a input-ului său este o condiție necesară, dar nu suficientă pentru o creștere a output-ului.*

Conform acestei definiții, atât *L* cât și *L'* sunt limitaționale la *A* din fig. 10.1(a). Este util să considerăm o funcție de producție care are proprietatea descrisă în fig. 10.1(a) ca o funcție de producție limitațională. Unele funcții de producție limitaționale se caracterizează prin faptul că pentru fiecare output există o combinație în care toți factorii sunt limitaționali. Dacă funcția de producție este și omogenă, atunci este complet definită de un singur "proces", cum ar fi *Om* din figura 10.1(a).

---

[6] *De exemplu, Erich Schneider,* Theorie der Produktion *(Viena, 1934); Georgescu-Roegen.* Coeficienții de producție ficși și teoria productivității marginale, Review of Economic Studies, *III (1935), p. 40-49 [în acest volum, Eseul 7, p. 195-220]. Termenul "limitațional" a fost introdus de Ragnar Frisch în 1931; vezi nota 6 din articolul meu deja citat.*

[7] *Cf. Herbert Zassenhaus,* Dr. Schneider și teoria producției, Review of Economic Studies, *III (1935), p. 35-39.*

Scanned with OKEN Scanner

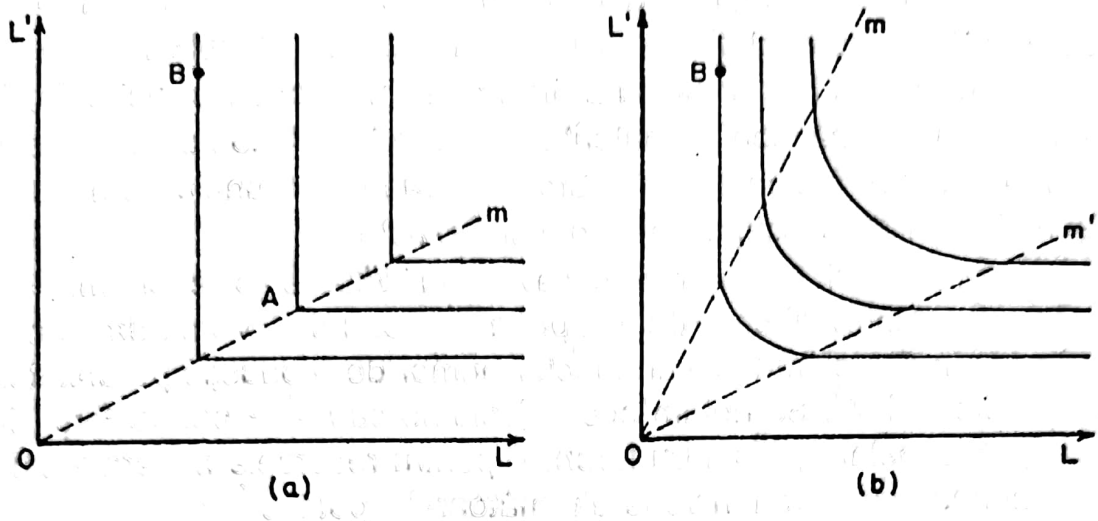

Figura 10.1

Definiția II. *Un factor de producție este* limitativ, *dacă o creștere a input-ului său este o condiție atât necesară cât și suficientă pentru o creștere a output-ului.*

L este limitativă la *B* din fig. 10.1(a și b).

Pentru orice funcție de producție există un domeniu de limitativitate pentru fiecare factor de producție. Prin urmare, limitativitatea este un aspect comun al tuturor funcțiilor de producție, în timp ce limitaționalitatea impune funcției de producție o structură specială.

Limitaționalitatea, fiind o proprietate tehnică în esență, ține, mai ales de partea "inginerească" a științelor economice. Limitativitatea poate, totuși, să pună probleme delicate care complică atât aspectele sociale cât și cele economice. Economiștii care s-au confruntat cu problemele formidabile ale țărilor suprapopulate au fost interesați, de fapt, de structura economică specifică în care factorii de producție primari - alții decât forța de muncă - sunt limitativi.

3. Ipotezele cuprinse în următoarea analiză sunt, normal, aproximări brute ale lumii reale. Ca și majoritatea altor scheme folosite în științele economice, acelea din această lucrare servesc numai la asigurarea unei baze convenabile pentru argumente. Ar fi o eroare dacă am considera că ele au același rol ca și modelele din științele naturale și le-am folosi *tale quale* la măsurarea indirectă sau la planificarea exactă. Ele trebuie considerate, mai degrabă, "metafore", care servesc aceluiași

scop, cum ar fi diagramele bidimensionale folosite de matematicieni pentru a facilita argumentaţia în cazul structurilor mai complicate. Ele ne ajută să izolăm direcţia principală a argumentului economic, astfel încât acesta să nu devină confuz datorită complexităţii fenomenelor reale, care, de fapt, sunt afectate de nenumărate variabile - unele nemăsurabile şi multe nefiind susceptibile de definiţii exacte.

În argumentul următor vom avea în vedere o economie C, constând din P indivizi, care trăiesc pe un teritoriu dat. Vom admite mai departe că, în C, volumul oricărui factor primar de producţie pe unitatea de timp este limitat[8]. Să notăm aceste volume cu $i = {}_kP$ pentru forţa de muncă (k = constant), l' pentru teren, l'' pentru resursele minerale etc.[9] De asemenea, vom avea în vedere următoarele ipoteze[10]:

A. Informaţiile tehnice privind economia C constau numai din tehnici prin care numai una dintre mărfurile X_1, X_2, ... poate fi produsă.

B. Tehnicile elementare sunt de asemenea natură, încât fiecare industrie X_i funcţionează cu un cost real constant[11], sau, cu alte cuvinte, producţia brută a X_i este o funcţie omogenă de gradul întâi: $x_i = f_i\,(x_{k,i};\ l_i, l'_i, \ldots)$, în care $x_{k,i}$ ($k \neq i$) este input-ul pentru X_k; l_i, pentru L; l'_i pentru L' etc.

C. Toate bunurile economice sunt omogene.

D. Condiţiile de pe piaţă sunt de asemenea natură, încât preţul de echilibru este egal cu costul mediu.

4. Pentru a lămuri un punct important pe care se bazează analiza din această lucrare, vom avea în vedere mai întâi o schemă foarte simplă: o ţară care produce numai o marfă (X) cu forţa de muncă (L) şi

---

[8] *Factorii de producţie primari înseamnă acei factori care nu pot fi produşi (terenul, resursele minerale, ţărmul mării etc.) sau a căror aprovizionare este în mare măsură dominată de motive neeconomice (forţa de muncă).*

[9] *Ipoteza unui flux maxim constant de resurse minerale ridică o dificultate oarecare. Această dificultate devine, mai mult, extrem de gravă dacă ipoteza se foloseşte în paralel cu aceea a veniturilor constante la scara industriei. Deoarece acest studiu are în vedere ambele ipoteze, el are, cel puţin, această imperfecţiune majoră.*

[10] *Cf. Georgescu-Roegen,* Sistemul lui Leontief în lumina recentelor rezultate. Review of Economics and Statistics, *XXXII (1950), p. 214-222.*

[11] *Aceasta este binecunoscuta ipoteză a lui Wicksell, care nu este incompatibilă cu existenţa unei dimensiuni optime a fabricii.*

Scanned with OKEN Scanner

cu terenul (L'). Dacă volumul disponibil de factori de producție primari este reprezentat prin T(figura 10.2), terenul este un factor limitativ. Problema este să aflăm mărimea venitului național și a distribuției sale. Dacă proprietarii măresc profitul-rentă, atunci echilibrul va ajunge într-un punct, I, iar produsul național net (x') va fi distribuit conform faimoasei teoreme din teoria productivității marginale: $x^1 = wl^1 + w'l'$ cu $l' < l$.Aportul factorilor se va determina prin înclinația tangentei JJ' față de izocuanta (x^1). Aceste lucru este valabil cu condiția ca $l^1w \geq \beta P'$, în care β este standardul economic minim[12], iar P', întreaga populație din categoria forței de muncă. Modelele sociale - ca și acelea avute în vedere de toate țările care nu sunt suprapopulate - vor fi ușor de creat pentru a menține și echilibrul social. Vom constata, de exemplu, că numai unii membrii ai familiei - soțul sau numai bărbații peste o anumită vârstă - pot merge la muncă fără a-și pierde "prestigiul social". Ei vor asigura întregii familii cele necesare traiului. Foarte probabil că înainte de a atinge un asemenea echilibru, oferta la un preț mai mic pentru lucrători va fi redus rata salariului până la $l^1w = \beta P'$.

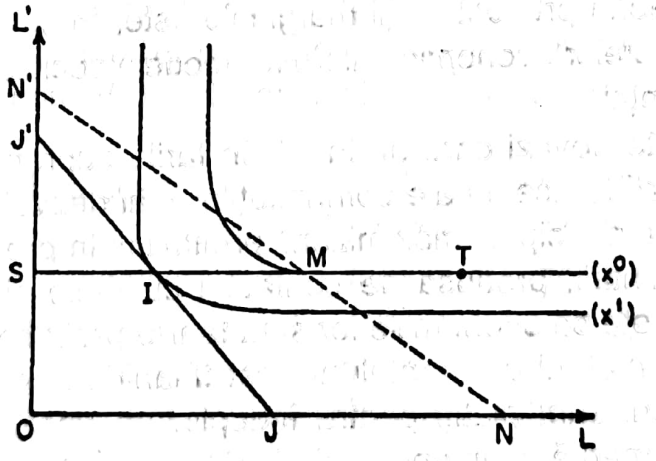

Figura 10.2

5. Totuși, să luăm în considerare situația în care nu există nici un echilibru compatibil cu teoria productivității marginale, astfel încât $l'w \geq \beta P'$. Teoria clasică și cea neoclasică îndepărtează o asemenea posibilitate: pentru a justifica o asemenea atitudine, s-a admis că P' va

[12] *Acesta nu este egal cu minimul de trai. După cum se cunoaște, β variază o dată cu modelele sociale și este influențat în mare măsură de dezvoltarea economică.*

scădea până când va dispărea incompatibilitatea. Astfel, productivitatea marginală şi, implicit, principiul maximizării profitului au fost salvate. În acelaşi timp, alte alternative au fost îndepărtate din atenţia economiştilor. Dar se constată că aceste alternative sunt dominante în lumea reală tot atât cât sunt şi modelele bazate pe maximizarea profitului. Ele pot fi uşor observate în toate ţările suprapopulate, mai ales în regiunile în care modelele capitaliste nu au pătruns încă complet.

Dacă x^1, când se distribuie conform teoriei productivităţii marginale, nu este suficient pentru a asigura clasei muncitoare nivelul economic minim nu înseamnă că respectiva comunitate nu are alte mijloace pentru rezolvarea problemei. Este evident că economia analizată îşi poate mări produsul naţional (care, în acest caz, reprezintă şi venitul) dincolo de x^1, şi anume până la x^0. S-ar putea întâmpla ca x^0 distribuit în alt mod, să poată asigura forţei de muncă o parte corespunzătoare, fără pierderi sau cu unele mici, în rentă în raport cu ceea ce reprezintă aceasta pentru x^1.[13] Dar, pentru ca produsul naţional să atingă nivelul maxim, distribuţia sa trebuie să nu ţină seama de teoria productivităţii marginale. Prin urmare, se observă că teoria productivităţii marginale este, în cel mai bun caz, o traducere a aspectelor economice ale *unor* modele sociale compatibile cu o "ţară a abundenţei".

Există multe dovezi care arată că, în ţările suprapopulate, modelele sociale diferă de acelea ale comunităţilor mai dezvoltate. Ele impun alte reguli decât principiul maximizării profitului. Impresia generală a călătorilor occidentali, produsă de contactul cu ţările suprapopulate şi sărace din Est, este că economiile lor sunt foarte prost conduse şi foarte ineficiente. Observatorii occidentali au fost unanimi în ceea ce priveşte faptul că lucrătorii sunt plătiţi pentru îndeplinirea unor sarcini care, în mod evident, nu merită asemenea salarii. (Un exemplu clasic şi elocvent - ca să menţionăm numai unu - este acela al culegătorilor de spice, care

---

[13] *Condiţia pentru aceasta este ca* $x^0 = w_0 l^0 + w'_0 l' = \beta P' + w'_0 l'$, *în care* $w_0 l^0, w'_0 l'$ *reprezintă proporţia de forţă de muncă şi, respectiv, de teren, iar* t^0 *este cantitatea de forţă de muncă în M. Nimic nu împiedică partea de teren să fie aceeaşi în M şi în I, adică* $w'_0 = w'$. *Totuşi, în acest caz, linia NN', care reprezintă distribuţia lui* x^1, *are o înclinaţie mai mică decât JJ'. Într-adevăr, deoarece productivitatea marginală medie a forţei de muncă în I este mai mică decât w, avem* $x^0 - x^1 < w (l^0 - l)$. *Din aceasta rezultă direct* $w_0 < w$.

sunt plătiți, în termeni reali, mai mult decât culeg.) Evident, din punctul de vedere al productivității marginale, asemenea fapte vădite nu sunt decât simptomele neîndoielnice ale "irosirii". Dar nici unul dintre observatorii externi nu a înțeles că numai așa - și nu prin metode mai "eficiente" - se poate ajunge la produsul național maxim. Pe de altă parte, putem înțelege logica internă a acelor europeni care, păstrând încă unele rămășițe ale acelor modele sociale în care valoarea nu se stabilește după formula neoclasică, acuză locuitorii Statelor Unite de materialism excesiv. Judecata lor de valoare exprimă greșit un fapt indubitabil: în condițiile date în această secțiune, principiul maximizării profitului va conduce, cu adevărat, la "ineficiență", deoarece va face ca produsul net să nu atingă nivelul său maxim.

În final, trebuie să reținem că, dacă funcția de producție a lui X este limitațională, nu există nici o diferență între x^0 și x^1, adică produsul național net este același în ambele sisteme economice. Dar atunci, nici teoria productivității marginale nu poate oferi o explicație a felului în care se distribuie produsul național net între factorii de producție. Admit că, într-o asemenea situație, sută la sută dintre marginaliști vor trebui să recurgă la unele motive, mai degrabă extraeconomice, în bună parte similare cu acelea care determină distribuția din țările suprapopulate.

6. Observațiile precedente se aplică la fel de bine și schemelor care reflectă ceva mai mult din complexitatea realității economice. Vom avea în vedere mai întâi o economie care produce numai două mărfuri X_1, X_2 cu ajutorul forței de muncă și a terenului. Vom începe cu ipoteza că ambele funcții elementare de producție sunt limitaționale. Apoi, fiecare producție este descrisă printr-o mulțime de coeficienți ai input-ului[14].

	Input – uri ale			
	X_1	X_2	L	L'
Pentru X_1		a_{21}	b_1	b'_1
Pentru X_2	a_{12}		b_2	b'_2

[14] *Binecunoscuta condiție care garantează un produs național net pozitiv este aceea că* $1 - a_{12}a_{21} > 0$. *Se poate demonstra ușor că, în acest caz, unitățile pentru* X_1 *și* X_2 *pot fi alese astfel încât* $a_{12}, a_{21} < 1$. *O reprezentare schematică mai bună se obține dacă admitem că unitățile au fost alese în acest fel.*

Scanned with OKEN Scanner

Cu valorile date pentru L şi L', mulţimea de produse naţionale nete fezabile este reprezentată prin:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq l, \quad p'_1x_1 + p'_1x_2 \leq l', \tag{1}$$

$$x_1, x_2 \geq 0. \tag{2}$$

Inegalităţile (1) sunt relaţiile obişnuite din sistemul lui Leontief. Fiecare se obţine pornind de la ipoteza că L' şi L sunt bunuri gratuite. După cum cunoaştem, p_1, p_2, de exemplu, reprezintă preţurile de echilibru în ipoteza că L' este un bun gratuit, ceea ce reduce sistemul la unul propus de Leontief, având-l pe L ca unic factor primar de producţie[15]. Schema avută în vedere aici este o situaţie particulară a modelului lui Koopmans, care oferă o abordare mai realistă decât aceea a lui Leontief[16]. Putem admite în primă instanţă că liniile drepte:

$$(S_1S_2) \quad p_1x_1 + p_2x_2 = l, \qquad (S'_1S'_2) \quad p'_1x_1 + p'_2x_2 = l', \tag{1a}$$

se întâlnesc în interiorul cadranului pozitiv (figura 10.3). Pentru o economie izolată, curba costului oportun este R_1RR_2. Forţa de muncă apare complet pe RR_1, iar terenul pe RR_2. Din punctul de vedere al produsului naţional net, forţa de muncă şi terenul sunt limitaţionale la R.

În situaţia din fig. 10.3, industria X_1 utilizează mai multă forţă de muncă pe unitate de teren decât industria X_2.[17] De aceea

$$\frac{b_1}{b_2} > \frac{b'_1}{b'_2}. \tag{3}$$

---

[15] *Georgescu-Roegen,* Câteva proprietăţi ale modelului generalizat al lui Leontief, *în* Analiza activităţii de producţie şi de alocare, *edit. T.C.Koopmans, et al. (New York, 1951), p. 171-172 [În varianta completă a lucrării, tipărită în acest volum, referinţa apare la p. 259-263.]*

[16] *T.C.Koopmans,* Analiza producţiei ca o combinaţie eficientă de activităţi", *în Analiza activităţii, p. 37. Vezi şi lucrarea sa* Maximizarea şi substituirea din modelele liniare de producţie, *în* Relaţii de input-output, *Lucrările unei Conferinţe asupra relaţiilor interindustriale, care a avut loc la Driebergen, Olanda, edit. Institutul Economic Olandez (Leyden, 1953), p. 106-107.*

[17] *Aceasta rezultă imediat din faptul că, în S_1 cantitatea de teren folosită este mai mică decât în S_2, în timp ce aceeaşi cantitate de forţă de muncă este folosită în S_1 şi S_2.*

Scanned with OKEN Scanner

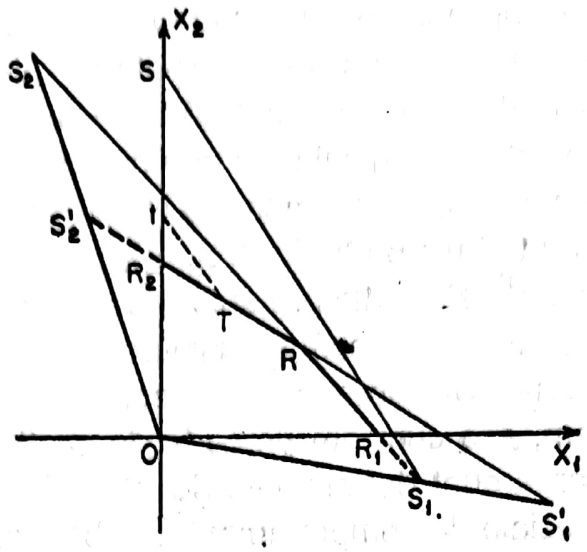

Figura 10.3

Putem considera X_1 ca o *industrie intensivă* din punctul de vedere al forței de muncă, iar X_2 ca *una intensivă din punctul de vedere al terenului*. Prețurile de echilibru trebuie să satisfacă condițiile:

$$\begin{aligned} \pi_1 - a_{21}\pi_2 &= wb_1 + w'b'_1, \\ \pi_2 - a_{12}\pi_1 &= wb_2 + w'b'_2, \end{aligned} \tag{4}$$

în care $w > 0$, $w' \geq 0$. Fiindcă

$$\begin{aligned} p_1 - a_{21}p_2 &= b_1, \quad p'_1 - a_{21}p'_2 = b'_1, \\ p_2 - a_{12}p_1 &= b_2, \quad p'_2 - a_{12}p'_1 = b'_2, \end{aligned} \tag{5}$$

din sistemul (4) rezultă:

$$\pi_1 = wp_1 + w'p'_1 \qquad \pi_2 = wp_2 + w'p'_2. \tag{6}$$

Prin urmare, prețurile de echilibru trebuie să satisfacă condiția:

$$\frac{p'_1}{p'_2} < \frac{\pi_1}{\pi_2} \leq \frac{p_1}{p_2}. \tag{7}$$

De aceea, echilibrul trebuie să fie ori pe R, dacă $w' > 0$, ori pe RR_1 dacă $w' = 0$. Dacă cererea pentru X_1 și X_2 este satisfăcută de un punct de pe RR_1, atunci totul se potrivește perfect în teoria productivității marginale, adică raportul prețurilor este egal cu rata marginală tehnică

Scanned with OKEN Scanner

de înlocuire a produsului. Dacă echilibrul este în R_1, din nou constatăm că raportul prețurilor este egal cu rata marginală de înlocuire din cerere. Dar dacă cererea este de asemenea natură încât nu există echilibru pe RR_1, atunci productivitatea marginală din nou nu va putea să arate cum se ajunge la echilibru. Dacă, de exemplu, x_2 trebuie să fie cel puțin egal cu ξ_2, atunci echilibrul trebuie să fie în $T(\xi_1, \xi_2)$, fără ca forța de muncă să fie complet angajată[18]. Raportul prețurilor de echilibru reprezentat de înclinația *Tt* trebuie să fie astfel încât să asigure nivelul economic minim pentru clasa muncitoare. Dar un asemenea echilibru nu poate fi menținut dacă nu admitem, așa cum am procedat în secțiunea precedentă, că salariile și ocuparea sunt determinate de un mecanism care presupune unele tipuri speciale de comportament. În absența lor sau înaintea dispariției, echilibrul poate fi încă menținut în *T* prin unele ajustări de prețuri, inclusiv prin salarii *reale* minime pentru cazuri de necesitate. Pe de altă parte, putem observa în această schemă motivul real pentru care, în toate țările suprapopulate, proprietarii nu doresc să-i încurajeze pe cei fără pământ să se obișnuiască cu niveluri economice mai înalte: aceasta ar duce la diminuarea rentei totale.

Situația de echilibru în *T* indică o țară care poate fi numită *relativ* suprapopulată. Deși, din punct de vedere tehnic, întreaga forță de muncă ar putea fi absorbită în producție, acest lucru nu este permis de producția minimă necesară de hrană. După cum se știe, marxiștii argumentau că suprapopulația este doar un mit, susținut, în cel mai bun caz, de false simptome cauzate de proasta alocare a resurselor. Schema avută în vedere oferă un exemplu tranșant pentru ceea ce aveau în minte când considerau suprapopulația numai o aparență care conduce la erori, dar în același timp observăm că, foarte probabil, pseudosuprapopulația nu poate fi corectată din interior, numai dacă nu vrem să hrănim oamenii cu ocarine în loc de pâine.

Evident, echilibrul în *T* nu poate fi stabil, dacă modelele sociale care stau la baza sa nu sunt și ele stabile. Pot apărea dificultăți majore dacă au loc modificări ale modelelor sociale. Astfel, dacă X_1 este o marfă consumată mai ales de proprietari, s-ar putea întâmpla ca, urmărind mai atent formula teoriei neoclasice, clasele de sus să aloce mai multe resurse producției de bunuri de lux, pe seama mărfurilor de bază consumate de

[18] *X_2 poate, de exemplu, să reprezinte "grâul", iar X_1, "cânepa".*

Scanned with OKEN Scanner

clasele de jos. Apariția unor asemenea fenomene a fost observată în aproape fiecare țară subdezvoltată, ca o consecință a influenței tot mai mari a modelelor occidentale asupra obiceiurilor locale.

7. Să luăm acum cazul în care S_1S_2 și $S'_1S'_2$ nu se intersectează în interiorul sfertului de arc de cerc pozitiv și S'_1, respectiv S'_2 sunt mai aproape de origine decât S_1S_2. Majoritatea observațiilor din ultima parte a secțiunii precedente se aplică cu o forță și mai mare în acest caz. Această structură oferă, totuși, imaginea unei țări suprapopulate care va rămâne astfel independentă de distribuția resurselor sale. Avem aici un contra-exemplu pentru teza marxistă care se referă la cele de mai sus.

8. Multe alte variante ale schemelor avute în vedere în secțiunile precedente conduc la rezultate similare. Una dintre aceste variante merită o atenție specială, deoarece ea poate să ilustreze un aspect particular care nu apare în schema de mai sus: factori primari specifici de producție. Astfel, să presupunem că terenul este folosit numai pentru producerea lui X_1, iar resursele minerale numai pentru X_2. Dacă funcțiile de producție elementare sunt limitaționale, la cantitatea dată de teren, l', și de resurse minerale, l'', și la forța de muncă suficient de mare, curba costului oportun este reprezentată de R_2RR_1 (figura 10.4)[19]. Liniile drepte RR_1 și RR_2 sunt paralele la OS''_2 și OS'_1:

$$(RR_1) \quad x_1 + a_{12}x_2 = v_1, \qquad (RR_2) \quad x_2 + a_{21}x_1 = v_2 \tag{8}$$

Prețurile de echilibru trebuie să îndeplinească condițiile:

$$\begin{aligned} \pi_1 - a_{21}\pi_2 &= wb_1 + w'b'_1, \\ \pi_2 - a_{12}\pi_1 &= wb_2 + w''b''_2, \end{aligned} \tag{9}$$

cu $w > 0$, $w', w'' \geq 0$. Rezultă că

$$a_{21} < \frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{1}{a_{12}}. \tag{10}$$

[19] *Lăsăm deoparte cazul în care utilizarea la întreaga capacitate a unuia dintre factorii primari de producție nu este fezabilă. Se admite astfel că liniile (8) se intersectează în interiorul sfertului de arc pozitiv.*

Scanned with OKEN Scanner

Conform ultimei relaţii, echilibrul poate exista numai în R, dacă este în concordanţă cu productivitatea marginală[20]. Atunci, terenul şi resursele minerale sunt folosite în întregime. Dar distribuţia produsului naţional rămâne nedeterminat dacă se au în vedere numai consideraţiuni pur economice. Aici, din nou, distribuţia, dacă totuşi există, trebuie să fie determinată de factori extraeconomici[21]. Nevoia de X_1 ar putea fi atât de mare, încât resursele minerale ar putea fi puţin folosite, cu o rentă zero sau apropiată de zero. Dar, atunci, ne putem confrunta, din nou, cu situaţia în care, în cazul echilibrului, raportul preţurilor să nu fie egal cu rata tehnică de înlocuire. Aceasta ar putea să se întâmple chiar în cazul în care forţa de muncă nu ar fi suficientă să asigure ambele domenii cu personal la întreaga capacitate; atunci se ajunge la o situaţie similară cu aceea din secţiunea 4.

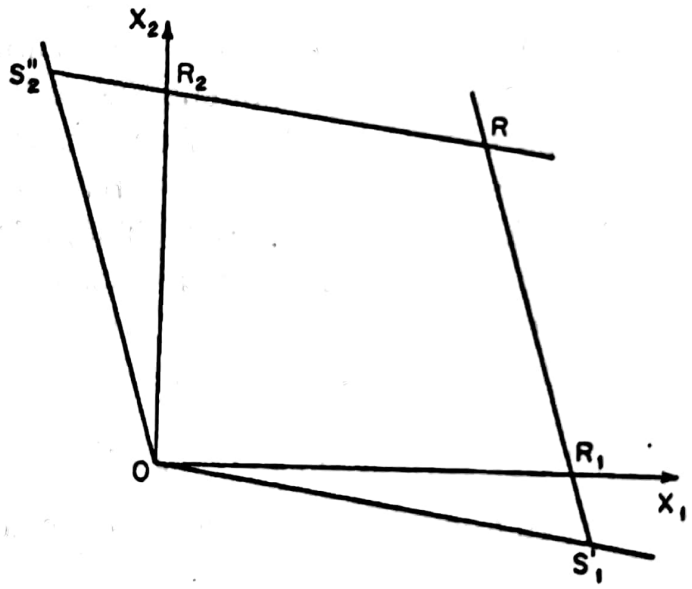

Figura 10.4

9. Până acum, în schemele cu mai mult decât o singură marfă, am admis că funcţiile de producţie elementare sunt limitaţionale. Acum vom reconsidera schema din secţiunea 7, fără această restricţie, şi vom

---

[20] *Această propoziţie este valabilă pentru schema generalizată cu mai multe mărfuri. Vezi Nota matematică A, de la sfârşitul acestei lucrări.*

[21] *Din consideraţiuni economice, π_1 / π_2 se poate determina prin rata marginală de înlocuire a cererii, cu condiţia ca această rată în R să îndeplinească relaţia (10). Dar, şi în acest caz, relaţia (9) nu poate determina w, w', w".*

formula mai exact condiția de acolo privind forța de muncă. Forța de muncă va fi considerată atât de mare, încât din punctul de vedere al economiei luate *ca întreg*, terenul rămâne un factor limitativ în orice situație. Dacă definim curba costului de oportunitate ca una care reprezintă producția netă maximă X_1 pentru oricare X_2 dat, atunci este ușor să arătăm că teorema demonstrată de Samuelson și de autor în cazul modelului generalizat al lui Leontief[22] rămâne și în această schemă. Adică:

Curba costului de oportunitate este o linie dreaptă $p'_1x_1 + p'_2x_2 = l'$, *iar combinațiile optime de factori din cadrul fiecărui proces de producție elementar nu se modifică o dată cu structura produsului național net*[23].

Fie S'_1 și S'_2 combinațiile optime, fiecare utilizând tot terenul disponibil. În S'_1, S'_2, cantitatea de forță de muncă utilizată este reprezentată de l_1, respectiv l_2, cu $l_2 < l_1 < l$. X_1 este industria consumatoare de forță intensivă de muncă. Curba costului oportun este R_1R_2 (figura 10.5). Desigur, în S'_1 și S'_2 forța de muncă este folosită până în punctul în care productivitatea sa marginală este zero. Astfel, R_1R_2 reprezintă, într-un fel, un maxim pur tehnologic care poate fi atins cu cantitatea disponibilă de factori primari. Evident, este vorba de echivalentul bidimensional al lui M, și nu al lui l (figura 10.2). Dacă ne intersectează echivalentul lui l, atunci condiția ca salariile să fie egale cu productivitatea marginală a forței de muncă trebuie adăugată la sistem. De fapt, va fi folosită mai puțin forța de muncă, iar curba costului de oportunitate, realizată pe baza acestei ultime ipoteze, nu va mai fi o linie dreaptă, ci o curbă r_1r_2. Această curbă corespunde lui l, și, exact ca l, reprezintă un produs național net *mai mic* decât R_1R_2. Aici, exact ca în schema din secțiunea 4, ar fi complet inutil ca o țară suprapopulată să recurgă la mecanismul productivității marginale și să nu îl abandoneze numai de dragul unui produs național net maximal.

---

[22] *În* Analiza activității *(citat în nota 15 de mai sus), Paul A.Samuelson, cap. vii; Georgescu-Roegen, cap. X ["Unele proprietăți ale modelului generalizat al lui Leontief", a cărui versiune completă este prezentată în Eseul 9, p. 240-268 din acest volum].*

[23] *Pentru demonstrație, vezi Nota matematică B de la sfârșitul acestui articol. Teorema nu este valabilă dacă există mai mult de un singur factor de producție limitativ. Numărul de mărfuri poate avea totuși orișicând orice valoare.*

Scanned with OKEN Scanner

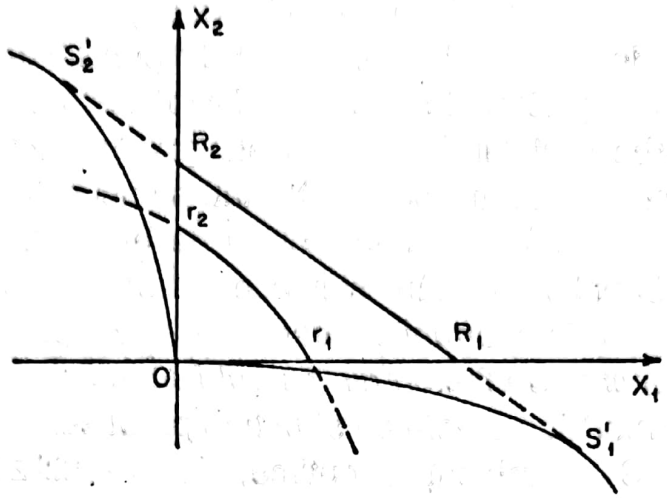

Figura 10.5

Dacă procesele OS'_1, OS'_2 sunt identificate prin coeficienții inputului, cu notațiile de mai sus, prețurile de echilibru trebuie să satisfacă sistemul (4) în care totuși $w,w' > 0$. Iar dacă, conform ipotezei, X_1 este industria forței de muncă intensivă, obținem:

$$\frac{p'_1}{p'_2} < \frac{\pi_1}{\pi_2}. \qquad (11)$$

Aceasta înseamnă că raportul prețurilor nu poate eventual egala rata marginală de substituire. Datorită relației (11), există tendința ca structura industrială să se deplaseze către R_1, adică resursele să se deplaseze către industria consumatoare de forță de muncă intensivă; astfel, dacă nu există o cerere minimă de X_2, echilibrul se stabilește în R_1.

10. O altă observație, în sprijinul căreia vine precedenta analiză, este aceea că curbele costului de oportunitate - pe care le folosesc mult teoriile echilibrului general, ale comerțului internațional sau ale bunăstării pozitive - nu sunt entități pur tehnologice, așa cum se admite, deseori, în mod tacit. Curba oportunității poate fi ori R_1R_2, ori r_1r_2, în funcție de volumul forței de muncă utilizate. Din utilizările lor reiese evident că curbele costului de oportunitate care se întâlnesc, de obicei, în literatura economică nu se stabilesc pe baza ipotezei privind utilizarea maximă a forței de muncă. Într-adevăr, curba costului de oportunitate poate să fie obținută fie admițând că trebuie folosită întreaga forță de

muncă, fie că ea se folosește numai până în punctul în care productivitatea marginală a forței de muncă este suficientă ca să asigure nivelul economic standard minim pentru clasa muncitoare.

În al doilea rând, putem să arătăm faptul că mecanismul descris de teoria productivității marginale nu asigură un produs național net maxim ci constituie una dintre principalele cauze care fac ca munca liberă să fie suspendată în caz de necesitate, cum ar fi războaiele, de exemplu.

În final, trebuie să observăm că un argument care se bazează pe curba costului oportun stabilită printr-o valoare dată a productivității marginale a forței de muncă, înseamnă să admitem că rata salariului real nu este o necunoscută, ci un element exogen al sistemului economic. În general, nu există nimic eronat în aceasta, dar teoria productivității marginale cu greu ar putea să o accepte.

11. Analiza precedentă poate să fie extinsă ca să cuprindă cazul în care C are acces la piețele străine. Sunt unele puncte ale acestei probleme care nu au nevoie de alte explicații decât cele întâlnite, de obicei, în literatură, dar sunt unele care trebuie analizate mai profund.

Să presupunem, de exemplu, că o țară cu o structură de producție ca aceea din secțiunea 6 se află în legătură cu o piață străină în care prețurile pentru X_1,X_2 sunt respectiv P_1,P_2.[24] Mai multe cazuri trebuiesc luate în considerație.

a) $p'_1/\ p'_2 \leq P_1/\ P_2 < p_1/p_2$ Înlocuindu-l pe π_i cu P_i în relația (6), obținem un sistem care determină w,w', cu un echilibru posibil în R (figura 10.3). Presupunând că în R există o cerere excesivă de X_2, o parte din X_2 va fi importată, iar o parte din X_1, exportată. Dacă, totuși, proporția forței de muncă determinată prin relația (6) este insuficientă, echilibrul nu poate fi în R dacă raportul prețurilor interne nu depășește P_1/P_2. Aceasta se poate realiza în mai multe feluri, cum ar fi introducerea unei prime de export pentru X_1, plătită din încasările provenite din taxa pe vânzările de X_2.[25]

---

[24] *Se presupune aici că prețurile sunt date și comerțul țării C nu poate să le influențeze.*

[25] *Acest procedeu a fost folosit de România în anii '30; o primă de export pentru grâu a fost asigurată din taxa pe vânzarea mai multor produse manufacturiere.*

Scanned with OKEN Scanner

b) $P_1/P_2 \geq p_1/p_2$. Dacă egalitatea este dominantă în (b), echilibrul structurii industriale poate fi oriunde pe RS_1, cu terenul ca bun gratuit. Totuşi, dacă $P_1/P_2 > p_1/p_2$, salariile se stabilesc prin $P_1 - a_{21}P_2 = wb_1$, şi întrucât $P_2 - a_{12}P_1 < wb_2$, iar X_2 nu poate să fie produs în ţară. Echilibrul structural este, prin urmare, în S_1; oportunitatea pentru comerţul exterior este reprezentată de S_1S (figura 10.3).[26]

c) $P_1/P_2 < p_1/p'_2$. Din cauza relaţiei (7), preţul intern depăşeşte p'_1/p'_2 pentru oricare w şi w'; prin urmare, numai X_2 poate fi produs în ţară, cu echilibrul în S'_2. Distribuţia produsului naţional net rămâne, şi în acest caz, nedeterminat, dacă numai factorii economici *stricto sensu* sunt luaţi în considerare. Într-adevăr, singura condiţie, $P_2 - a_{12}P_1 = b_2w + b'_2w'$, nu poate determina pe w, şi pe w'.

Evident, şomajul este mai mare în S'_2. Ţara, ca întreg, ar putea să fie într-o situaţie mai bună producând X_2 şi importând X_1, decât renunţând la comerţul exterior, dar creşterea şomajului fără o creştere substanţială a ratei medii a salariului va duce, aproape sigur, la nemulţumiri. Numai dacă avantajele din comerţul exterior sunt cu adevărat foarte mari, se poate evita nemulţumirea socială. Astfel; Anglia a putut să transforme aproape tot terenul arabil în păşuni, deoarece condiţiile comerciale extrem de favorabile au sporit venitul mediu britanic până acolo, încât surplusul de muncă a putut să fie transformat în timp liber prin introducerea weekend-ului britanic[27].

12. Analiza din secţiunea precedentă poate fi uşor extinsă la structura din secţiunea 8. O singură observaţie pare corectă. Structura industrială se află în S''_2 numai dacă $P_1/P_2 < a_{21}$. Aceasta înseamnă că o

---

[26] *Acest rezultat arată că analizele obişnuite ale comerţului exterior ignoră faptul că, pentru ele, curba costului oportun nu este identică cu cea sub izolare. Ultima trebuie să fie prelungită în afara sfertului de arc pozitiv în măsura în care se justifică acest lucru. Astfel, în modelul folosit aici pentru problemele de comerţ exterior, curba costului oportun este $S_1RS'_2$, şi nu R_1RR_2 (Fig. 10.3). Numai în acest fel putem să luăm în considerare acele industrii care există pentru că se importă o parte sau totul dintr-un anumit input.*

[27] *Încă din 1927, Sir Max Muspratt a recunoscut înainte de Conferinţa economică internaţională de la Geneva, că termenii comerciali favorabili ai Angliei au condus la "Ore de muncă, mai puţine şi mai multă distracţie pentru masa de oameni".*

altă țară oarecare poate să transforme X_2 în X_1 la o rată mai înaltă de conversiune, care, în ultimă instanță, înseamnă că, în privința lui X_1, terenul sau forța de muncă - sau, probabil, amândouă - au o eficiență mai mare în acea țară decât în C. Aceasta confirmă un rezultat bine cunoscut al teoriei privind comerțul internațional.

Pe lângă aceasta, este clar că în S''_2 terenul devine neproductiv și, prin urmare, un bun practic gratuit. Se întâmplă ca termenii comerciali să amenințe venitul proprietarilor, este normal ca ei să susțină introducerea unei taxe de import pentru X_1. O asemenea acțiune este ușurată de faptul că deplasarea de la R la S''_2 va reduce șomajul. Deși acest lucru este adevărat - și impresionant - motivul este aparent veridic, deoarece o taxă pe import în aceste condiții nu numai că reduce bunăstarea generală, dar și duce, dacă este eficientă, la creșterea acțiunii terenului fără să afecteze deloc structura industrială. Ceva asemănător s-a întâmplat în anii '30, când protecționismul agricol a devenit regulă în Europa Occidentală, ca rezultat al deschiderii progresive a foarfecelor prețurilor internaționale.

13. Un alt impact major al comerțului exterior asupra economiei unei țări suprapopulate poate fi ilustrat cu ajutorul structurii analizate în secțiunea 9. Dacă o asemenea țară izolată se află în legătură directă cu o piață internațională, nu se va produce numai o modificare a structurii sale industriale, ci și o modificare în modelele ei sociale, adică a principiilor care guvernează tranzacțiile economice. În mod cert, țara, ca întreg, va avea multe avantaje de pe urma schimbării, dar legăturile cu țările mai avansate vor distruge gradat vechile forme și le vor înlocui cu modelele economice ale țărilor mai bogate, ale țărilor caracterizate prin abundență. Proprietarii și comercianții vor adopta treptat principiul profitului în creștere, cu rezultatul că șomajul va crește, iar aportul forței de muncă se va reduce. Tabloul general al tuturor țărilor est-europene de la mijlocul secolului al XIX-lea - incluzând modernizarea tot mai profundă și mizeria tot mai mare a dezrădăcinaților - este prea bine cunoscut ca să mai fie prezentat. Este cu atât mai mult o ilustrare indiscutabilă a argumentului prezentat în acest studiu. Cunoscută este și lupta - deseori greșit înțeleasă - dusă de agrarieni, care deplângeau rapiditatea cu care vechile forme din țările agrare au fost distruse de impactul capitalismului și care susțineau menținerea lor până când alte modele ar fi fost adaptate, dar

Scanned with OKEN Scanner

fără să plătească pentru aceasta numai generaţiile acestei perioade intermediare.

În ultimul rând, ne putem întreba dacă regimul sovietic, care a distrus intenţionat vechile forme cu forţa, nu le-a înlocuit cu un principiu economic regulator complet diferit de sistemul capitalist, tocmai fiindcă a intuit că acesta din urmă nu conduce la un produs naţional net maxim. Aceasta poate oferi o explicaţie parţială, dar nu neglijabilă a creşterii, frecvent numită "spectaculoasă", a produsului naţional net al URSS în ultimii treizeci de ani.

Analiza anterioară aruncă destulă lumină asupra principalelor probleme controversate care ţin de ideea reformei agrare - o soluţie susţinută continuu de agrarieni. Lichidarea proprietăţilor mari a avut ca scop înlocuirea modelelor capitaliste cu acelea ale fermelor familiare, în care munca membrilor familiei poate să fie folosită până acolo unde productivitatea sa marginală este zero. Astfel, venitul fermei ar putea să atingă nivelul maxim compatibil cu forţa de muncă disponibilă. Problemele agrarienilor au venit totuşi din altă direcţie. În cele mai multe ţări în care s-au aplicat reforme agrare extensive, fermele medii care au rezultat au fost sensibil mai mici decât mărimea optimă din punct de vedere tehnic. Ce s-a câştigat într-o parte nu a compensat întotdeauna ce s-a pierdut în alta[28].

Notă matematică

A. Pentru n mărfuri X_1, sistemul (8) este înlocuit cu

$$\Sigma A_{ik} x_i = v_k, \qquad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{12}$$

în care A_{ik} sunt cofactorii determinantului lui Leontief

$$A = |a_{ik}| = \begin{vmatrix} 1 & -a_{12} & \cdots & -a_{1,n} \\ -a_{21} & 1 & \cdots & -a_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n,1} & -a_{n,2} & \cdots & 1 \end{vmatrix}, \tag{13}$$

[28] *Au fost susţinute mai multe căi de a remedia acest lucru. Din păcate, agrarienii, care în mod clar nu prea au fost conştienţi de implicaţiile economice ale platformelor lor, au ajuns să înţeleagă dificultăţile şi să se gândească la aceste remedii numai* post partum.

Scanned with OKEN Scanner

și $v > 0$. Sistemul (12) este determinat deoarece $A \neq 0$. Fie x^0 soluția sa; atunci (12) poate fi scris:

$$\Sigma_i A_{ik}(x_i - x_i^0) = 0. \tag{14}$$

Să ne amintim că sistemul

$$\Sigma_i a_{ik}\pi_i = u_k, \qquad (k = 1,2,\ldots,n), \tag{15}$$

în care $u > 0$, are o soluție pozitivă $\pi > 0$:

$$\pi_i = \frac{\Sigma_k u_k A_{ik}}{A}. \tag{16}$$

TEOREMA I. *Pentru oricare* u > 0, *hiperplanul* $\Sigma_i \pi_i (x_i - x_i^0) = 0$, *este un plan de sprijin al mulțimii convexe* Γ

$$\Sigma_i A_{ik}(x_i - x_i^0) \leq 0, \qquad (k = 1,2,\ldots,n). \tag{17}$$

Aceasta decurge direct din faptul că, pentru oricare $y \in \Gamma$, $y \neq x^0$,

$$\Sigma_i \pi_i (y_i - x_i^0) \frac{1}{A} \Sigma_k u_k \Sigma_i a_{ik}(y_i - x_i^0) < 0. \tag{18}$$

TEOREMA II. *Nici un hiperplan de sprijin pentru* Γ *în punctul* $x^1 \neq x^0$ *nu poate să îndeplinească condițiile* (15).

Fie $\Sigma_i \pi'_i (x_i - x_i^1) = 0$ un asemenea plan. Deoarece oricare z este astfel încât $z - x^0 < 0$, aparține, în mod evident, lui Γ și deoarece putem alege z astfel încât și $z - x^1 < 0$, rezultă că $\Sigma_i \pi'_i (y_i - x_i^1) \leq 0$ pentru oricare $y \in \Gamma$. Conform teoremei precedente, $\Sigma_i \pi'_i (y_i - x_i^0) \leq 0$. Scriind ultimele două inegalități pentru $y = \lambda x^0 + (1 - \lambda)x^1$ care pentru $0 < \lambda < 1$ aparține lui Γ, obținem:

$$\lambda \Sigma \pi'(x_i^0 - x_i^1) \leq 0, \qquad (1-\lambda)\Sigma\pi(x_i^1 - x_i^0) \leq 0.$$

De aceea, $\Sigma \pi'(x_i^1 - x_i^0) = 0$. Aceasta contrazice relația (18) și teorema este, astfel, demonstrată.

Luând în considerare o generalizare a structurii prezentate în secțiunea 8, se poate da următoarea interpretare teoremelor tocmai demonstrate:,

Scanned with OKEN Scanner

(1) Dacă $x^0 > 0$, adică dacă este fezabil să utilizăm toate resursele naturale la întreaga capacitate, echilibrul compatibil cu teoria productivităţii marginale este, în mod obligatoriu în x^0, cu distribuţia nedeterminată de factori pur economici.

(2) Dacă $x^0 \not> 0$, raporturile preţurilor de echilibru nu pot fi egale cu ratele marginale de substituire.

B. Demonstraţia urmează linia adoptată de Samuelson în cazul unui model generalizat Leontief[29]; pentru simplificare, se are în vedere cazul a numai două industrii şi numai unui factor supraabundent, L. Produsul naţional net este dat de

$$y_1 = f_1(x_{21}, l_1, l'_1) - x_{12}, \quad y_2 = f_2(x_{12}, l_2, l'_2) - x_{21}, \tag{19}$$

cu $l_1 + l_2 = l$, $l'_1 + l'_2 = l'$. Funcţiile de producţie f_1 şi f_2 sunt considerate omogene de gradul întâi. Maximizând y_1 cu y_2 constant, obţinem condiţiile:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f_1}{\partial x_{21}} - \lambda = 0, \quad -1 + \lambda \frac{\partial f_2}{\partial x_{12}} = 0, \\ &\frac{\partial f_1}{\partial l_1} + \mu = 0, \quad \lambda \frac{\partial f_2}{\partial l_2} + \mu = 0, \\ &\frac{\partial f_1}{\partial l'_1} + \nu = 0, \quad \lambda \frac{\partial f_2}{\partial l'_2} + \nu = 0. \end{aligned} \tag{20}$$

Din acestea rezultă:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_{21}} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial x_{12}} = 1, \tag{21}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial l_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_{21}} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial l_2}, \tag{22}$$

[29] Analiza activităţii, *cap. VII. După cum am arătat în "Câteva proprietăţi ale modelului generalizat al lui Leontief" [a cărei versiune completă este tipărită în acest volum, p. 240-268], pentru teorema substituibilităţii trebuie să mai admitem mai întâi că rangul modelului nu este zero şi în al doilea rând că orizontul tehnologic este un con închis. Ambele ipoteze sunt îndeplinite aici.*

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{\partial f_1}{\partial l'_1} = \frac{\partial f_1}{\partial x_{21}} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial l'_2}. \tag{23}$$

Dacă l este suficient de mare, atunci (22) se înlocuiește cu:

$$\frac{\partial f_1}{\partial l_1} = 0, \qquad \frac{\partial f_2}{\partial l_2} = 0. \tag{24}$$

În acest caz, ecuațiile (21), (23) și (24), fiind omogene de grad zero, determină $\frac{x_{21}}{l'_1}, \frac{l_1}{l'_1}, \frac{x_{12}}{l'_2}, \frac{l_2}{l'_2}$ independent de oricare altă condiție. Aceasta dovedește că proporțiile factorilor utilizați de fiecare industrie pentru a obține un produs net maxim nu depind de structura celui din urmă sau de volumul de muncă folosită.

Mai mult, λ, μ, ν sunt constante ($\mu = 0$). Utilizând proprietatea de bază a funcțiilor omogene, din (20) rezultă:

$$f_1 - \lambda x_{21} + \nu l'_1 = 0, \qquad -x_{12} + \lambda f_2 + \nu l'_2 = 0, \tag{25}$$

și, în continuare,

$$y_1 + \lambda y_2 + \nu l' = 0. \tag{26}$$

Se observă imediat că aceasta este echivalentă cu

$$p'_1 y_1 + p'_2 y_2 = l'. \tag{27}$$

Dacă l nu este suficient de mare, atunci condițiile (21), (22), (23) nu determină proporțiile factorilor și λ, μ, ν nu mai sunt constante. Mai mult, curba oportunității este concavă către origine[30], și nu, în mod obligatoriu, o linie dreaptă[31].

---

[30] *Georgescu-Roegen,* Funcția producției liniare globale și aplicarea sa la modelul economic al lui Neumann, *Analiza activității, p.107.*

[31] *După ce această lucrare a fost citită la Simpozionul de programare liniară din 28 ianuarie 1955, am aflat din articolul lui Masao Fukuoka* Ocuparea completă a forței de muncă și coeficienții de producție constanți, *care a apărut în februarie 1955 în* Quarterly Journal of Economics *și care tratează unele teme interesante ale lui Keynes într-un cadru similar. Am considerat că nu ar fi drept pentru analiza lui Fukuoka să fac observații pripite în lucrarea mea, care - cu excepția câtorva modificări editoriale minore - apare aici [în* Lucrările *Simpozionului] în versiunea care a circulat sub formă de copie în timpul Simpozionului.*

Scanned with OKEN Scanner

Partea a III-a

Dezvoltarea economică

Scanned with OKEN Scanner

11

Teoria economică şi economia agrară

După unele studii recente, peste 1,3 miliarde de oameni trăiesc încă într-o economie de autosubzistenţă, adică sunt ţărani. De asemenea, mulţi trăiesc la limita sărăciei. Asia şi Africa, care împreună reprezintă peste 60 la sută din populaţia lumii, produc puţin mai mult de 30 la sută din producţia agricolă mondială. Unele estimări moderate arată că, dacă nevoile alimentare de bază ale întregii populaţii a lumii ar trebui satisfăcute, este necesar ca producţia de alimente să crească cu cel puţin 30 la sută[1]. Nici importanţa numerică copleşitoare a economiei ţărăneşti şi nici lipsa hranei nu constituie o nouă dezvoltare economică specifică timpului nostru.

În ciuda tuturor acestora, economia agrară - prin care eu înţeleg ştiinţele economice privind o economie agricolă suprapopulată, şi nu numai ştiinţele economice agricole - are o istorie demnă de milă. Economiile necapitaliste pur şi simplu nu au manifestat interes pentru economiştii clasici. Marxiştii, pe de altă parte, au abordat problema cu elanul lor caracteristic, dar au pornit de la idei preconcepute despre legile unei economii agrare. O şcoală de gândire mai puţin cunoscută - agrarianismul - a dorit să studieze numai o economie agrară, dar numai atât. Un dispreţ făţiş faţă de analiza teoretică cantitativă i-a împiedicat totuşi pe agrarieni să îşi construiască o teorie a obiectului de studiu specific şi, în consecinţă, să se facă înţeleşi în afara propriului lor grup. Rămân economiştii "standard" (după cum sunt numiţi recent membrii şcolii economice moderne, pentru care nu este suficientă sub o singură etichetă nici denumirea de neoclasici şi nici cea de adepţi ai echilibrului general). În ultimul timp, pe măsură ce dezvoltarea economică a devenit

---

Notă: Această lucrare s-a retipărit cu amabilitatea editorului pentru Oxford Economic Papers, XII (1960), p. 1-40.

[1] *Datele de mai sus sunt prezentate de W.S. şi E.S. Woytinsky,* Populaţia lumii şi producţia *(New York, 1953), p. 307, 435 et passim.*

Scanned with OKEN Scanner

dependentă de politica internațională precară, economiștii standard au fost aproape obligați să abordeze problema economiilor subdezvoltate și, de aceea, cea a științelor economice necapitaliste. Dar prin modul de abordare au comis, în general, același tip de eroare ca și marxiștii.

Astfel, economia agrară a rămas, până acum, o realitate fără teorie. Și interesul actual pentru o politică economică sănătoasă în țările cu o suprapopulație agrară reclamă o asemenea teorie mai mult decât oricând în istorie. Dar nimeni nu poate spera că va prezenta o teorie a unei realități atât de complexe ca economia agrară într-un articol. Scopul meu, mult mai modest, este de a sublinia trăsăturile de bază care diferențiază o economie agrară suprapopulată de o economie avansată. M-am străduit să prezint chestiunea în termenii instrumentelor analitice cunoscute din teoria standard sau din altele înrudite cu aceasta. Scurta critică istorică care prefațează analiza teoretică are menirea de a o pune pe aceasta într-o perspectivă mai bună, mai ales în ceea ce privește implicațiile politicii.

I. Teorie, realitate și politică

1. *Teorie și realitate.* Teoria este, în primul și în ultimul rând, un șir logic al cunoștințelor noastre factuale care țin de un anumit domeniu fenomenologic[2]. Numai matematica are în vedere proprietățile "vreunui lucru oarecare", motiv pentru care, din timpul lui Aristotel, aceasta s-a plasat, în general, într-o categorie specială numai pentru ea. Prin urmare, fiecărei teorii trebuie să îi corespundă un domeniu specific al realității. În orice știință, chestiunea circumscrierii exacte al acestui domeniu se confruntă cu dificultăți bine cunoscute. Unde se termină fizica și începe chimia și unde se termină economia și începe etica constituie niște întrebări spinoase, deși nu în aceeași măsură. Totuși, aici doresc să abordez o chestiune mai prozaică care privește domeniul propriu al unei teorii. Și aceasta este: poate o teorie economică care descrie cu succes sistemul capitalist, de exemplu, să poată fi folosită pentru a analiza cu succes alt sistem economic, să zicem feudalismul ?

Să remarcăm că o întrebare similară cu greu s-ar putea pune în științele fizicii, pentru că nu există nimic care să îi facă pe fizicieni să

[2] *Nu se poate nega că teoria poate servi și altor scopuri, dar acestea sunt produse secundare ale esenței sale.*

Scanned with OKEN Scanner

creadă că această chestiune este astăzi altfel decât era ieri. Spre deosebire de acestea, constatăm că societățile umane variază atât în funcție de timp, cât și de loc. Desigur, o școală de gândire încă susține că aceste variații sunt numai situații diferite ale unui arhetip unic și că, în consecință, toate fenomenele sociale pot fi acoperite de o singură teorie. Nu este acesta locul pentru a prezenta în detaliu unde se află punctele slabe ale diverselor încercări în această direcție. Este suficient să menționăm aici că, atunci când teoriile elaborate ca urmare a acestor încercări reușesc în alte privințe, ele nu sunt nimic altceva decât o sumă de generalități fără vreo valoare operațională oarecare. După cum remarcase corect "cândva", Kautsky, "Marx și-a propus să studieze în *Capitalul* modul de producție capitalist, [și nu] formele de producție care sunt comune tuturor oamenilor, deoarece un asemenea studiu ar putea, în cea mai mare parte, să ducă la platitudini"[3]. Pentru ca o teorie economică să fie operațională, până la urmă, adică să fie capabilă să servească ca ghid politic, ea trebuie să aibă în vedere un tip specific de economie, nu mai multe tipuri în același timp.

Care realitate specifică este descrisă printr-o teorie dată se poate determina numai pornind de la baza axiomatică a acelei teorii. Astfel, teoria standard descrie procesul economic al unei societăți în care individul se comportă *hedonistic*, unde întreprinzătorul caută să își mărească profitul numerar și unde orice marfă poate fi schimbată pe piață la prețuri uniforme, dar nici una schimbată altfel. Pe de altă parte, teoria marxistă se referă la o economie caracterizată prin monopolul de clasă al mijloacelor de producție, antreprenorii care câștigă bani, piețele cu prețuri uniforme pentru toate mărfurile și independența completă a factorilor economici față de cei demografici[4]. Considerate ca abstracțiuni de grade diferite, ambele baze axiomatice reprezintă, fără îndoială, elementele cele mai caracteristice ale sistemului capitalist[5]. Mai mult,

---

[3] *Karl Kautsky,* Doctrinele economice ale lui Karl Marx *(New York, 1936), p. 1.*

[4] *Mă refer la faptul că ipoteza unei armate permanente de rezervă înseamnă pur și simplu că, la rata salariului de subzistență, oferta de forță de muncă este "nelimitată" atât pe termen scurt, cât și pe termen lung, în timp ce economia clasică susținea că acest lucru este valabil numai pe termen lung.* Infra, *nota 51.*

[5] *Am lăsat proporția plusvalorii în afara axiomelor marxiste, deoarece această propoziție - după cum voi arăta în continuare - se referă la feudalism, nu la capitalism.*

Scanned with OKEN Scanner

departe de a fi absolut contradictorii, ele sunt complementare, în sensul dat de principiul complementarităţii al lui Bohr[6]. Iată de ce putem vorbi despre Marx ca despre "floarea economiei clasice"[7].

O observaţie mult mai importantă este aceea că bazele teoretice atât ale teoriei standard, cât şi ale celei marxiste constau în trăsăturile culturale sau, dacă doriţi, instituţionale, De fapt, acelaşi lucru este valabil pentru orice teorie economică. Ceea ce caracterizează un sistem economic este instituţiile sale, nu tehnologia pe care o foloseşte. Dacă nu ar fi aşa, nu ar exista nici o bază de distincţie între comunism şi capitalism, în timp ce, pe de altă parte, ar trebui să considerăm capitalismul de astăzi şi capitalismul, să zicem, de acum cincizeci de ani ca pe două sisteme esenţial diferite.

Odată ce înţelegem că, pentru teoria economică, un sistem economic se caracterizează exclusiv prin elementele instituţionale, devine evident că nici teoria marxistă, nici teoria standard nu este valabilă în întregime pentru analiza unei economii necapitaliste, adică a unei economii aparţinând unei societăţi în care o parte dintre instituţiile capitaliste sau toate sunt absente. O chestiune aparţinând oricăreia dintre teorii poate fi valabilă până la urmă, pentru o economie necapitalistă, dar valabilitatea ei trebuie să fie stabilită *de novo* în fiecare caz, fie prin dovezi faptice, fie prin derivare logică pornind de la baza axiomatică corespunzătoare. Chiar şi conceptele analitice create prin aceste teorii nu pot fi folosite nediferenţiat la descrierea altor economii. Printre puţinele care au o aplicabilitate generală, există conceptul de funcţie de producţie, luată împreună cu toate noţiunile derivate. Dar aceasta se datorează naturii pur fizice a conceptului. Cele mai multe concepte economice sunt, dimpotrivă, greu de transplantat. "Clasa socială" pare singura excepţie, pentru că, evident, este inseparabilă de "societatea" propriu-zisă (cu excepţia societăţii lui Robinson Crusoe şi, probabil, a aceleia de la începuturile speciilor

---

[6] *Acest principiu, prin care Bohr a depăşit impasul produs de descoperirile moderne din domeniul fizicii, afirmă că realitatea "nu poate să fie înţeleasă printr-o singură imagine" şi că "numai totalitatea fenomenelor epuizează informaţiile posibile despre obiecte". Niels Bohr,* Fizica atomică şi cunoaşterea umană *(New York, 1932), p. 40 et passim.*

[7] *Terence McCarthy, în prefaţa la Karl Marx,* O istorie a teoriilor economice *(New York, 1952), p. XI.*

Scanned with OKEN Scanner

umane). Aceasta nu înseamnă că teoriile standard şi cele marxiste nu ne oferă scheme utile pentru a pune întrebările juste şi pentru a căuta constituenţii relevanţi ai oricărei realităţi economice. Acestea sunt, la urma urmelor, singurele teorii economice create vreodată.

Toate acestea par extrem de simple. Totuşi nu aceasta este ceea ce au făcut teoreticienii standard şi (mai ales) cei marxişti, când au fost confruntaţi cu problema formării politicii pentru ţările agrare suprapopulate. Şi, aşa cum se spune, "economia înseamnă ceea ce fac economiştii".

2. *O realitate fără teorie*. După cum s-a remarcat deseori, economiştii din toate epocile au fost obligaţi de mediul social să fie mai oportunişti decât colegii lor din alte domenii ale ştiinţei, cu rezultatul că atenţia s-a concentrat asupra problemelor economice din timpul lor[8]. Şi, fiindcă trecerea economiei de la faza pur descriptivă (adică taxonomică) la cea teoretică a coincis cu perioada în care, în Europa Occidentală, feudalismul producea rapid capitalismul, era normal ca acest capitalism să devină obiectul de studiu al primilor teoreticieni economişti. Aceasta poate explica numai faptul că economiştii occidentali au fost interesaţi de crearea teoriei sistemului capitalist, dar nu faptul că nici unul nu a fost tentat de o teorie a unei economii necapitaliste. Singura explicaţie a acestei omisiuni este marea dificultate de a ajunge la rădăcinile culturale ale unei societăţi, alta decât aceea căreia îi aparţine cineva. Şi, după cum am menţionat, o cunoaştere intuitivă a caracteristicilor culturale de bază ale unei comunităţi este indispensabilă pentru bazele unei teorii economice proprii.

Prin adevărata sa natură, un sat de ţărani este mediul cel mai puţin potrivit pentru activitatea ştiinţifică modernă. Omul de ştiinţă modern trebuie, prin urmare, să îşi stabilească cartierul general la oraş. Dar, de aici, nu ar putea observa viaţa unei comunităţi ţărăneşti. Londra, de exemplu, oferă, într-adevăr, "o perspectivă favorabilă ... pentru observarea societăţii burgheze" - o situaţie extrem de apreciată de Marx[9]- dar nici măcar o crăpătură prin care să fie privită economia

---

[8] *Acest lucru îşi găseşte o ilustrare elocventă în voga recent dobândită de problema dezvoltării economice printre economiştii occidentali: am ajuns în punctul în care dezvoltarea ţărilor subdezvoltate este o problemă economică atât a Vestului, cât şi a acestor ţări.*

[9] *K.Marx,* O contribuţie la critica economiei politice *(Chicago, 1904), prefaţa, p. 14.*

Scanned with OKEN Scanner

rurală. Chiar dacă, spre deosebire de Marx, un economist s-a născut într-un sat, el a trebuit să vină la oraş pentru educaţia sa. Astfel, el însuşi a devenit orăşean, în acest proces pierzând mult, dacă nu toată, din capacitatea de înţelegere a societăţii rurale. Prin urmare, era normal, ca lui Marx, precum şi altor economişti occidentali (mai ales acelora provenind din ţări fără ţărani), ţăranul să le pară "o creatură misterioasă, străină, deseori chiar supărătoare"[10]. Totuşi, nici unul nu şi-a arătat disprețul nemăsurat, ca Marx, faţă de ţărănime. Pentru el, ţăranii erau ca un sac cu cartofi, nu ca o clasă socială. În *Manifestul comunist*, el a denunţat "idioţenia vieţii rurale" în cele patru colţuri ale lumii. Dar lăsând la o parte aceste hiperbole marxiste, există, după cum vom vedea aici, o analiză raţională fără cusur dincolo de atitudinea lui Marx faţă de ţărani.

Diferenţa dintre filosofia oraşului industrial şi aceea a zonei rurale agricole a atras deseori atenţia sociologilor, precum şi a poeţilor[11]. Dar puţini au înţeles că această diferenţă nu este tot una cu a merge la altă biserică şi că ea presupune orice act concret legat de producţie, precum şi de justiţia socială. Fără îndoială, motivul acestei diferenţe este faptul că natura vie impune un tip diferit de restricţie unui *homo agricola*, spre deosebire de acela impus de materia inertă asupra unui *homo faber*.

Pentru început, nu există nici un paralelism între legea volumului producţiei agricole şi cel al producţiei industriale. Putem cultiva grâu într-un vas sau putem creşte pui într-o curte minusculă, dar nici un amator nu poate construi un automobil numai cu uneltele din atelierul său. Atunci, de ce volumul optim pentru agricultură să fie acela al unei fabrici uriaşe în aer liber ? În al doilea rând, rolul factorului timp este complet diferit pentru cele două activităţi. Cu mijloacele mecanice, putem să scurtăm timpul pentru ţeserea unui cot de pânză, dar nu am putut încă să scurtăm perioada de creştere a animalelor sau (într-o măsură sesizabilă) perioada de coacere a plantelor. Mai mult, activitatea agricolă este legată de un ritm strict, în timp ce în activitatea industrială putem, la fel de bine, să facem mâine ceea ce nu dorim să facem astăzi. În final, există o diferenţă între cele două sectoare care sunt legate de bazele mult discutatei legi a veniturilor

[10] *Karl Kautsky*, La question agraire *(Paris, 1900), p. 3.*

[11] *În literatura occidentală, Oswald Spengler este, probabil, cel mai cunoscut autor care atribuie acestei diferenţe o importantă valoare istorică. Vezi, mai ales, lucrarea sa* Declinul Occidentului *(New York, 1928), vol. II, cap. IV.*

Scanned with OKEN Scanner

descrescătoare (în sens evoluționar). În scopuri industriale, omul a putut să utilizeze sursele de energie una după alta, de la energia eoliană la cea atomică, dar, pentru tipul de energie necesar vieții însăși, el este totuși complet dependent de sursa cea mai "primitivă", animalele și plantele din jurul lui. Scurtele observații sunt suficiente pentru a surprinde nu numai de ce filosofia omului legat de agricultură diferă de aceea a orășeanului, ci și de ce agricultura și industria nu pot fi totuși subsumate aceleiași legi. Faptul că viitoarele descoperiri științifice ar putea să aducă viața la același numitor cu materia inertă constituie, în prezent, un subiect foarte controversat, dar nu mai puțin speculativ.

Probabil, cea mai mare eroare a lui Marx a fost incapacitatea lui de a recunoaște simplul fapt că agricultura și industria se supun unor legi diferite: drept rezultat; el a proclamat că legea concentrării se aplică la fel de bine industriei și agriculturii[12]. Reluând ideea, Marx nu a avut posibilitatea să observe o economie agrară. Nici nu există ceva în vasta sa activitate literară care să arate că a studiat vreodată o agricultură necapitalistă[13]. Analiza rentei din *Capitalul* se bazează în întregime pe producția capitalistă, chiar și în cadrul unei scurte abordări a agriculturii țărănești, făcute de Marx[14].

Probabil că nici o altă aberație teoretică nu a fost respinsă de evoluția istorică atât de prompt și de categoric, așa cum a fost legea marxistă a concentrării în agricultură. În a doua jumătate a secolului al XIX-lea, un recensământ după altul au arătat că, în agricultură, concentrarea scădea continuu, în timp ce țăranii, în loc să devină proletari, deveneau proprietari în număr tot mai mare. Deplângând acestea, Kautsky spunea: "capitaliștii evoluau, nu proletariatul". Acuzația era fără drept de apel, deoarece acest fenomen avea loc în țările capitaliste, fără vreo intervenție planificată. Aceasta a convins pe toată lumea, cu excepția marxiștilor ultraortodocși, că legea concentrării este falsă.

3. *Politică și falsă teorie.* Consecințele nedorite a "celei mai mari experiențe a doctrinei marxiste" - cum a denumit Veblen respingerea

[12] *Karl Marx*, Capitalul, *vol. I (Chicago, 1906), cap. XIV, sec. 10.*
[13] *Kautsky*, La question agraire, *p. XII. De asemenea, F. Engels în prefața la al treilea volum al Capitalului (Chicago, 1909), p. 16.*
[14] *Marx*, Capitalul, *vol. III (Chicago, 1909), cap, XLVII, sec.5.*

Scanned with OKEN Scanner

legii concentrării[15] - poate să fie apreciată mai bine în lumina tezei hegeliene care constituie piatra de hotar a doctrinei marxiste. Conform acelei teze, este peste puterea omului o schimbare a cursului istoriei. Iată de ce Marx a susținut că socialismul va apărea ca produs firesc al evoluției relațiilor de producție, și nu din cauză că interesele clasei muncitoare ar putea fi în vreun fel, superioare sau mai importante față de acelea ale capitaliștilor. Marx chiar și-a bătut joc de aceia care doreau să creeze o platformă socialistă pe baza unor argumente atât de "neștiințifice", apreciate pentru dreptatea lor socială mai profundă. Dar, mereu în concordanță cu hegelianismul marxist, omul poate grăbi procesul istoric pentru scurtarea perioadelor de suferințe tot mai mari. O politică justă trebuie să aibă la bază acceptarea unei consecințe greu de evitat. Din cauza încrederii în legea concentrării în agricultură, socialiștii au făcut mai mult decât să salute orice măsură care tindea să îi transforme pe țărani în proletari, astfel încât să grăbească venirea socialismului. Dar, fiindcă țăranul nu dorea să audă de proletarizare, partidele socialiste au fost respinse peste tot de masele de țărani. Eșecurile de pe frontul electoral, combinate cu dovezile tot mai multe împotriva teoriei marxiste, au cauzat criza internă cunoscută ca problema agrară. La congresele de la Frankfurt (1894) și de la Breslau (1895), această problemă aproape a distrus unitatea partidului[16]. Deși, oficial, această unitate a fost salvată atunci, problema a continuat să facă viața grea marxiștilor. Până la urmă, chiar Marx a fost evident deranjat de dovezile copleșitoare și de criticile tot mai ascuțite, deoarece, în ultimii doi ani de viață, el a încercat din greu să își îmbunătățească teoria, dar nu atât încât să submineze mișcarea politică pe care a inițiat-o și căreia i-a fost

[15] *Thorstein Veblen,* Locul științei în civilizația modernă *(New York, 1919), p. 150 și urm.*

[16] *Pentru problema agrară, vezi Kautsky,* La question agraire, *și G.Gatti,* Le socialisme et l'agriculture *(Paris, 1902). Lucrarea lui Kautsky este importantă, deoarece ea a apărut (ediția în limba germană,* Die Agrarfrage, *Stuttgart, 1899) numai la câțiva ani după Congresul de la Breslau, unde Kautsky a avut un rol important în apărarea mișcării "deviaționiste". Gatti, pe de altă parte, a fost un socialist proeminent care a acceptat, până la urmă, punctul de vedere nemarxist asupra agriculturii.*

Scanned with OKEN Scanner

ataşat de la început până la sfârşit[17]. Dar dorinţa sa era irealizabilă, fiind contradictorie. După moartea lui Marx, partidul a făcut mari eforturi pentru a evita problema agrară. Ei au oscilat între oportunismul leninist, conform căruia ei proclamau că nimeni nu intenţionează să distrugă ţăranul, şi diverse sinuozităţi dialectice, cu scopul de a demonstra că *există* concentrare, deşi cu un înţeles complet nou[18]. Problema agrară a fost, astfel, menţinută la foc mocnit până când Stalin a hotărât să o rezolve, proclamând un război sfânt împotriva ţăranilor, un război cu care neomarxismul a devenit, de atunci, sinonim.

Nu se poate să nu observăm în această hotărâre importantă ultimul produs al disprețului lui Marx faţă de ţărani. Într-adevăr, acest dispreţ a reprezentat un ferment durabil al gândirii liderilor marxişti. Destul de curând, nimeni altul decât Engels a vorbit despre necesitatea ca proletariatul "să distrugă o revoltă ţărănească generală"[19].

Oricum ar fi, războiul stalinist, care, prin numărul de victime, depăşeşte toate celelalte războaie cunoscute în istorie, nu şi-ar fi putut afla

---

[17] *Concesia publică făcută de Marx, deşi întrucâtva voalat, se află în prefaţa la ediţia rusă din 1882 a* Manifestului Comunist - *vezi K. Marx şi F. Engels,* Corespondenţă, 1846-1895, *ed. Dona Rorr (New York, 1935), p. 355. O formă mai clară a devierii de la "linia marxistă" a apărut într-o scrisoare pe care Marx i-a trimis-o în 1881 Verei Zasulich, ca răspuns la o întrebare clară privind necesitatea accelerării proletarizării ţăranului rus. Totuşi, scrisoarea a fost publicată de Institutul Marx-Engels abia în 1924, când lupta dintre marxiştii ruşi şi adversarii lor se încheiase demult. (D. Mitrany,* Marx împotriva ţăranului, *University of North Carolina Press, 1951, p. 31-33, a fost primul care a atras atenţia cititorului de limbă engleză asupra acestei scrisori). Mai ştiu, de asemenea, că în ultimi săi ani Marx s-a hotărât să înveţe rusește (şi se pare chiar turcește) pentru a avea acces la sursele originale privind problemele agrare ale Europei de Est (*Corespondenţă, *p. 353). Din mai multe motive, era prea târziu.*

[18] *O scurtă prezentare a acestor încercări este făcută de Kautsky,* La question agraire. *El a arătat că, deşi legea concentrării nu este valabilă în cazul loturilor de pământ, ea este valabilă pentru proprietatea globală, cu mai mulţi proprietari care au importante surse externe de venit. Apoi a aruncat totul peste bord, argumentând că agricultura ţărănească trebuie să dispară în orice caz, deoarece volumul maxim al producţiei este acela al latifundiilor.*

[19] *Citat după Mitrany,* Marx împotriva ţăranului, *p. 219.*

Scanned with OKEN Scanner

impulsul necesar în opoziția culturală dintre sectorul urban și cel rural. Nici nu ar fi putut să fie stimulat de ideea "distrugerii bogaților", pentru că, exact în regiunile în care s-a răspândit stalinismul, clasa burghezo-capitalistă era foarte slabă și țăranii bogați constituiau o raritate. Războiul trebuie să fi avut alte resorturi.

Că interesele orașului intră în conflict cu cele ale zonei rurale este, de acum, un fapt bine cunoscut. Totuși, nu se înțelege întotdeauna că foarfeca prețurilor nu reflectă întreaga situație. Pentru aceasta, observăm că hrana este indispensabilă, în timp ce producția industrială este secundară, dacă nu superfluă. Pentru a obține hrana din sectorul agricol și, încă *ieftin*, constituie o reală problemă pentru societatea industrială. În ultimă instanță, "pâinea ieftină" este un strigăt îndreptat împotriva lucrătorilor pământului și mai puțin împotriva partenerilor capitaliști ai muncitorilor industriali. În unele împrejurări, acest conflict poate deveni deosebit de grav. Și el este permanent grav în țările suprapopulate, în care venitul maselor permite numai satisfacerea celor mai elementare nevoi și în care populația orașelor este masiv umflată de exodul rural. Aceasta a fost situația în toate țările - cu una sau două excepții - în care stalinismul a venit la putere. Chiar în această stare de lucruri și-a aflat resortul necesar războiul împotriva țăranilor[20].

Este clar că formula stalinistă constituie o soluție (cel puțin una temporară) pentru conflictul dintre sectorul industrial și cel agricol. Dar soluția se bazează pe întâietatea intereselor sectoarelor industriale și birocratice ale societății, și nu pe vreo lege evoluționară privind proletarizarea inexorabilă a țăranilor[21]. Prin urmare, chiar conform esenței

---

[20] *Conflictul dintre interesele sectorului agricol și cele ale sectorului industrial se întâlnește și în economiile avansate, inclusiv Statele Unite. Cf. J.D.Black, "Discuție"*, Lucrările celei de-a V-a Conferințe Internaționale ale Economiștilor Agricoli *(Londra, 1939), p. 86-87. Singura diferență este aceea că în asemenea economii conflictul este atenuat de venitul mare și, prin urmare, poate fi soluționat prin metode cum ar fi programul de sprijin pentru prețurile agricole. Suprapopulația reprezintă condiția necesară ca acest conflict să devină, din punct de vedere social,* vis viva.

[21] *Un croitor londonez, J.G.Eccarius,* Eines Arbeiters, Widerlegung der National - Ökonomischen Lehren, John Stuart Mills *(Zürich, 1868) a fost primul care a arătat că, pentru a garanta muncitorului industrial "pâine ieftină", țăranul*

marxismului, formula stalinistă nu poate să pretindă că este "ştiinţifică"[22].

Totuşi, Marx era conştient de conflictul dintre sectorul industrial şi cel agricol. El a remarcat cândva destul de *în treacăt*, că "întreaga istorie economică a societăţii se concentrează în această antiteză [separarea oraşului de sat]"[23]. Această observaţie este extrem de importantă. Ea arată că Marx, măcar o dată, a recunoscut existenţa unei antiteze care - după cum am arătat în secţiunea precedentă - îşi află rădăcinile în condiţiile permanente ale speciei umane şi care ar trebui, prin urmare, să prevaleze asupra oricărei antiteze specifice unui sistem economic anume. Din păcate, Marx nu a cercetat mai departe această chestiune, ca să explice cum ar fi conceput soluţia *ştiinţifică* (în sens hegelian) a acestei antiteze.

4. *Politica fără teorie*. În prima jumătate a secolului al XIX-lea, Occidentul se dezvolta intensiv, fiind interesat de masele industriale, Rusia era martora apariţiei unei mişcări sociale care avea în vedere numai ţăranii. Mereu, condiţiile economice esenţial diferite au determinat preocupări complet diferite. Deci, nu din cauza mult discutatei izolări intelectuale a Rusiei fondatorii acestei noi ideologii nu au împrumutat nimic din teoriile economice occidentale. Pur şi simplu, ei au ajuns la concluzia logică a faptului că aceste teorii erau modelate după o realitate economică diferită. Dar, fiindcă moştenirea lor intelectuală nu avea nimic din economia unei comunităţi ţărăneşti, noii reformişti sociali au trebuit să înceapă din nimic. Curând au constatat că nu puteau fi ajutaţi de condiţiile sociale personale la înţelegerea problemelor care îi interesau şi, ca urmare, s-au hotărât să meargă "către oameni". Acest slogan le-a dat numele, în limba rusă, de

---

trebuie să se afle sub dictatura proletariatului. Cartea, se spune, s-a bucurat de un mare prestigiu printre marxişti în anii '70 ai secolului trecut (vezi Mitrany. Marx împotriva ţăranilor, *p. 15). Că opinia lui Eccarius a constituit baza politicii agrare a comuniştilor este dincolo de orice îndoială: "colectivizarea generală a ţăranilor este un mijloc real de ... asigurare a hranei [pentru oraşe]" (V.I.Lenin.* Opere alese, *Moscova, 1934-1939, XII, p. 13). Fapt este că narodnicismul este o şcoală de gândire mai veche decât marxismul.*

[22] *După cum vom vedea, nici una nu se justifică pe baza bunăstării pozitive; infra, note de subsol 83 şi 85.*

[23] *Marx,* Capitalul, *vol.I, cap. XIV, sec. 4, p. 387.*

Scanned with OKEN Scanner

narodnici, dar în afara Rusiei au fost cunoscuți, în general, ca populiști[24]. Pe măsură ce marxismul își câștigă o bază în Rusia, incompatibilitatea dintre teoria marxistă și realitatea din Rusia a dat naștere unui conflict dur și de durată între narodnici și marxiști, și nu între marxiștii ortodocși și socialiștii agrarieni din Occident. Unii *narodnici* au fost atrași de marxism, în primul rând fiindcă implicațiile sale programatice și dialectica socială făceau apel la spiritul lor revoluționar. Deoarece era imposibil să pună de acord caracteristicile unei economii agrare cu cadrul marxist, mulți au sfârșit ca heteromarxiști. Totuși, marea majoritate a *narodnicilor* au refuzat să fie amăgiți să nege trăsăturile specifice acestei economii. Și astfel, ideologia agrariană a ajuns să fie identificată cu o dublă negație: nici capitalism, nici socialism. Exact această dublă negație a fost pusă la îndoială de economiștii occidentali, marxiști sau nu.

David Mitrany observă că opinia lui Marx asupra agriculturii țărănești combină "disprețul orășeanului pentru tot ceea ce este rural cu dezaprobarea micii producții de către economiști"[25]. Dar acest lucru este valabil pentru majoritatea oamenilor de știință occidentali preocupați de problemele sociale. Să adăugăm la acestea mai ales disprețul lor uzual pentru orice idee care nu este prezentată ca un model matematic și avem explicația neînțelegerii agrarienilor de către occidentali[26]. Într-adevăr, *narodnicii*, ca și agrarienii în ultimul timp, nu numai că nu au reușit să elaboreze o teorie a economiei țărănești - așa cum au făcut ceilalți

---

[24] *Alexander Herzen, care în 1847 a plecat în exil din cauza activității sale politice, a fost considerat "fondatorul «socialismului» rus sau «narodnicismului»", după cum arăta Lenin. Citat după Marx și Engels,* Corespondență, *p. 285.*

[25] *Mitrany,* Marx împotriva țăranului, *p.6.*

[26] *În această privință, este foarte util să comparăm, de exemplu, analiza populismului făcută de L.H.Roberts,* România *(New Haven, 1951), p. 142 și următoarele, cu aceea făcută de Rosa Luxemburg,* Acumularea capitalului *(Londra, 1959), p. 271-291. Deși Rosa Luxemburg era "o marxistă mai autentică decât oricare alt membru al mișcării germane" (Paul M.Sweezy,* Teoria dezvoltării capitaliste, *New York, 1942, p. 207), analiza ei este mult mai obiectivă decât aceea a lui Roberts. În privința narodnicilor puteți consulta și J. Delewski,* 'Les idées des "narodniki" russes', *Revue d'économie politique, XXXV (1921), p. 432-462, și mai ales Mitrany,* Marx împotriva țăranului, *cap. IV. Memoriile "bunicii" revoluției ruse, Katerina Breshkovskaia,* Cauzele ascunse ale revoluției ruse *(Standford, 1931) sunt interesante ca istorie personală.*

Scanned with OKEN Scanner

pentru capitalism -; dar ei s-au remarcat prin lipsa de interes, dacă nu chiar respingere, faţă de problemele analitice. Ei s-au bazat exclusiv pe o tratare intuitivă, pe înţelegerea *Verstehen*-ului şi a *Weltanschauung*-ului ţăranilor, în mare măsură la fel ca şcoala istorică germană (deşi cu greu s-ar putea face vreo legătură directă între cele două şcoli). Populismul, ca şi marxismul, a reprezentat nu numai o doctrină economică, ci şi o convingere. Şi această convingere "a produs şi un puternic efect sentimental asupra pietăţii emoţionale şi asupra relaţiilor rustice" printre adepţii ei[27]. Aceasta a expus populismul acuzaţiei de romantism.

Condiţiile specifice în care şi-a început cariera *narodnicismul* pot justifica în mare măsură spiritul său. Dar lipsa unei teoretizări reale din doctrina populistă s-a datorat mai mult dificultăţii de a introduce comportamentul economic al ţăranilor într-o schemă şi nu altor cauze. În acest sens, avem mărturia unuia dintre cei mai merituoşi agrarieni ruşi Alexander Tschajanov, care a dat uneia dintre lucrările sale un titlu simptomatic: *Die Lehre von der bäuerlichen Wirtschaft: Versuch einer Theorie der Familienwirtschaft im Landbau* (Berlin, 1932). În cadrul observaţiilor finale din această carte, el supune numai diversele activităţi ale producţiei agricole unei analize cantitative, Tschajanov îşi arată insatisfacţia că nu avem încă o teorie a comportamentului economic al ţăranilor. El remarcă faptul că legătura dintre economia clasică şi o teorie a comunităţii săteşti pare similară cu aceea dintre geometria euclidiană şi cea noneuclidiană. Totuşi, el admite până la urmă că o teorie abstractă a economiei agrare nu poate fi elaborată uşor[28].

Oricare ar fi explicaţia concepţiei agrarienilor, nu există un exemplu mai dramatic de dezastru care îl aşteaptă pe acela care, formulând o politică economică, nesocoteşte analiza teoretică, decât soarta bine cunoscută a partidelor agrariene din Europa de Est.

II. Suprapopulaţia: o reexaminare

1. *Faptele analizate.* Agrarienii au sesizat tot timpul că problema celor mai subdezvoltate economii agrare este suprapopulaţia şi, în

[27] *Mitrany*, Marx împotriva ţăranului, *p. 40.*
[28] *Tschajanov*, Die Lehre *(citată în text), p. 130.*

Scanned with OKEN Scanner

consecință, problema unei economii rurale este, în mare măsură, o problemă a populației[29]. De aceea, este normal să încercăm să aflăm dacă o analiză a suprapopulației nu ne conduce la o soluție a enigmei agrare.

Este de așteptat ca acela care vorbește de "exces" să îl definească în termenii unui punct de referință care, într-un fel, trebuie să reprezinte o situație normală dacă nu una optimă. Dar definirea ca "normală" sau "optimă" nu este ușoară, mai ales dacă avem de-a face cu un relativist ambiguu. Un asemenea relativist ar putea argumenta că de exemplu, capacitatea în exces a industriei monopoliste este o ficțiune, deoarece s-ar putea folosi întreaga capacitate dacă monopolul ar fi înlăturat și un nou sistem de distribuție ar fi introdus. O poziție asemănătoare întru totul este adoptată de Marx când argumentează că suprapopulația există numai în raport cu "necesitățile medii de autoextindere de capital"[30]. Oricum ar fi, trebuie să recunoaștem că acest concept de suprapopulație creează dificultăți neobișnuite. Populația normală (sau optimă) presupune conceptul de viață normală (sau optimă). Chiar dacă acesta nu ar fi un concept evaziv, totuși ar fi imposibil să alegem "normalul" valabil în orice perioadă și în orice loc. Ca să evităm concluzia banală că orice populație este normală pentru timpul și pentru locul în care se află, este necesar să adoptăm un criteriu de normalitate. Acest criteriu poate fi dinamic sau static, în funcție de problema respectivă[31].

De când datele statistice au fost folosite pentru comparații, s-a dovedit că unele țări agricole prezentau simptome care sugerau existența unui anume fel de suprapopulație. S-a observat, pe baza datelor prezentate mai jos pentru două economii agricole proeminente, că, dacă Iugoslavia și-ar putea mări producția agricolă până la nivelul atins de Danemarca, iugoslavul mediu va avea numai un sfert din hrana pe care o are danezul mediu.

	Danemarca	Iugoslavia
Locuitori per km^2 de teren arabil	36,6	157,4
Recolta de grâu, în chintale, la hectar	22,9	11,0

[29] *Cf. Tschajanov, p. 131, de exemplu.*

[30] *Marx,* Capitalul, *vol.I, cap. XXV, sec. 3, p. 695.*

[31] *Marx, de exemplu, a arătat că mijloacele de comunicație dezvoltate din Statele Unite de la mijlocul secolului trecut au făcut ca această țară să aibă o populație mai densă decât India. Ibid., vol.I, cap. XIV, sec.4, p. 387.*

Scanned with OKEN Scanner

Această observație a oferit baza pentru un concept brut de supra-populație relativă, după care se stabilește unitatea de măsură a suprapopulației în termeni de coș al recoltei ca etalon[32]. Așa cum s-a acceptat în general, conceptul de suprapopulație relativ definit astfel, este ambiguu, iar procedeul de măsuri, îndoielnic[33]. Marele neajuns al acestui mod de abordare este, totuși, acela că a ocolit analiza din direcția corectă. Într-adevăr, o diferență în cazul produsului național *per capita* (sau al unui sector al său) poate fi un *simptom* al diferenței dintre două sisteme economice, dar, în nici un caz, o *coordonată intrinsecă* a acelei diferențe. Altfel, ar trebui să considerăm sistemul economic din Belgia, diferit de acela din Statele Unite. Este încă frecventă convingerea că diferența dintre o economie agrară și una capitalistă este o chestiune numai de grad, nu de esență.

Și, totuși, elementele pentru soluționarea problemei erau la îndemână. În anii '30, studiile realizate în mai multe țări pe mase largi de țărani au scos la iveală un fapt surprinzător: o mare parte a populației ar putea dispărea fără diminuarea produsului național[34]. Exactitatea estimărilor independente ale populației superflue pentru fiecare caz în parte dovedește că ne confruntăm cu un fenomen cantitativ real[35]. Dacă ar mai fi nevoie de încă o dovadă, se pot invoca unele "experiențe" semnificative realizate de istorie *in vivo*. Timp de doi ani după începerea ostilităților în 1914, producția agricolă a Rusiei a fost menținută la nivelul antebelic, deși

---

[32] *Cf. W.E.Moore*, Demografia economică în Europa de Est și de Sud *(Geneva, 1945), cap.III.*

[33] *Ibid., p.55 și urm.*

[34] *Referințe asupra celor mai vechi studii privind Polonia și Bulgaria sunt prezentate de Doreen Warriner*, Economia gospodăriilor țărănești *(Londra, 1939), p. 68-69.*

[35] *Pentru România, un studiu (*Enciclopedia României, *București, 1939, III, p. 60) aprecia proporția populației țărănești superflu la 48 la sută, un altul la 45 la sută (V. Madgearu,* Evoluția economiei românești după războiul mondial, *București, 1940, p. 49). Prima estimare s-a făcut pe baza datelor statistice naționale, iar a doua s-a realizat prin* observație directă *în timpul unei munci de teren extensive, care a cuprins șaizeci de sate selectate la întâmplare. Moore,* Demografia economică, *p. 63-64, folosind datele naționale, a ajuns la o proporție de 51,4 la sută.*

Scanned with OKEN Scanner

nu mai puţin de 40 la sută dintre ţăranii bărbaţi apţi erau în armată[36]. Acelaşi fenomen s-a produs în România în timpul celui de-al doilea război mondial. Când producţia agricolă s-a prăbuşit în Europa de Est în timpul războaielor mondiale, acest lucru s-a datorat numai rechiziţionării unui număr mare de animale de tracţiune, dificultăţilor de înlocuire a uneltelor uzate şi, desigur, perturbărilor produse de deplasarea armatelor. Chiar dispariţia a zece milioane de ţărani ucraineni în timpul aşa-zisei lichidări a culacilor, deşi însoţită şi de o dereglare majoră a întregii economii, a avut numai o influenţă efemeră asupra producţiei agricole[37].

Acum, numai spunând că o parte a populaţiei ar putea dispărea fără să producă vreo diminuare a producţiei nu este suficient pentru o caracterizare teoretică a suprapopulaţiei. Produsul naţional al Statelor Unite *ar putea* fi uşor menţinut la acelaşi nivel, chiar dacă o mare parte a populaţiei ar urma să dispară. *Diferenţa specifică* dintre cele două situaţii este aceea că în ultimul caz produsul naţional ar putea fi mărit dacă oamenii s-ar decide numai să aibă mai puţin timp liber, în timp ce în primul caz, nu[38]. Această diferenţă arată că situaţia în care productivitatea marginală a forţei de muncă este egală cu zero constituie punctul de pornire pentru căutarea unei definiţii a supra-populaţiei. Existenţa ţărilor în care productivitatea marginală reală a forţei de muncă este zero a fost acceptată, din motive practice, de toţi observatorii atenţi ai economiei rurale[39].

---

[36] *Leonard E.Hubbard,* Economia agriculturii sovietice *(Londra, 1939), p. 59,65.*

[37] *Ibid., p. 117. Harvey Leibenstein, într-o lucrare recentă, "Teoria subocupării în economiile înapoiate",* Journal of Political Economy, *LXV (1957), p. 103, face aluzie la unele experienţe din zona de influenţă sovietică când industrializarea ar fi produs lipsa forţei de muncă din sectorul agricol, dar nu spune exact la ce evenimente se referă. Eu cred că ei au prezentat numai tipul obişnuit de falsă penurie cauzată de dizlocările mari de persoane, dacă nu au reflectat cumva rezistenţa ţăranilor sau ineficienţa administrativă.*

[38] *Marx, în* Capitalul, *vol.I, cap. XXV. sec. 3, p. 698, afirmă că, dacă populaţia Angliei s-ar reduce în aceeaşi proporţie pentru toate categoriile, restul populaţiei "ar fi absolut insuficientă" să menţină acelaşi nivel al producţiei, în ciuda mijloacelor "colosale" pe care le are Anglia pentru a economisi forţa de muncă. Evident, aceasta presupune faptul că mâna de lucru calificată nu are timp* liber, *care este o ipoteză caracteristică a economiei marxiste.*

[39] *De ex., Warriner,* Economia gospodăriei ţărăneşti, *p. 65.*

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta contrazice în mod clar afirmaţia categorică a profesorului Schultz că nu există nicăieri un exemplu de ţară săracă care să sugereze numai că un transfer al unei părţi mici, să spunem 5 la sută, din forţa de muncă existentă în agricultură, egală în alte privinţe, ar putea fi făcut fără reducerea producţiei [agricole]"[40]. Departe de mine gândul de a contesta faptul că acele cazuri concrete citate de el dovedesc că, în mai multe ţări latino-americane, producţia a scăzut după ce o parte din forţa de muncă a fost transferată pentru alte activităţi[41]. Dar acest lucru nu este suficient pentru a justifica bine cunoscuta lui opinie, şi anume că teoria suprapopulaţiei raportată la subdezvoltare "ca o 'teorie' ... este greşită pentru că consecinţele dorite nu sunt acelea care sunt şi constatate"[42]. Situaţia din majoritatea ţărilor latino-americane nu este identică cu aceea a ţărilor est-europene sau cele asiatice, deşi ele au un lucru în comun: sunt subdezvoltate. Deşi suprapopulaţia este întotdeauna însoţită de subdezvoltare, ea nu este nici cauza necesară şi nici cauza unică. Subdezvoltarea ţărilor latino-americane ar putea avea alte cauze, dar nu suprapopulaţia[43]. Prin urmare, suprapopulaţia nu poate constitui baza unei teorii generale a economiilor subdezvoltate, ci numai a acelor realităţi economice stabilite de ea. Aceasta este o ilustrare concretă a acelui punct de vedere pe care una din secţiunile precedente încerca să îl clarifice.

Faptul că noţiunea de suprapopulaţie este considerată un mit constituie, fără îndoială, o reminiscenţă marxistă. Şi tocmai pentru că această noţiune este încă contestată de anumite cercuri, ar mai trebui făcute unele observaţii. Dacă, în "aşa-numitele" economii suprapopulate, productivitatea marginală este zero - ar putea întreba un critic - cum putem explica faptul că în asemenea economii este o nevoie de forţă de muncă mai mare decât în alte ţări? Desigur - poate continua el -

---

[40] *Theodore W.Schultz,* Rolul guvernului în stimularea creşterii economice, *în* Starea ştiinţelor sociale, *edit. L.D.White (Chicago, 1956), p. 375 (cursivele folosite de autor).*

[41] *Ibid., p. 375-376.*

[42] *Theodore W.Schultz,* Proba economică în America Latină, *New York State School of Industrial and Labor Relations, Bulletin 35, august 1956, p. 15.*

[43] *Deşi cunoştinţele mele privind starea de lucruri din acele ţări sunt foarte superficiale, aş risca să sugerez că unele sunt "subpopulate" faţă de resursele disponibile de teren. Dovezile profesorului Schultz ar putea fi coroborate cu un asemenea punct de vedere.*

Scanned with OKEN Scanner

că nu vrei să spui că productivitatea marginală a unui inginer din India sau a unuia din Egipt este zero. Dar acest mod de a trata chestiunea înseamnă să amestecăm factorii evolutivi cu conceptele statice şi, mai mult, să confundăm forţa de muncă cu capitalul. O modificare a evoluţiei este obligată să determine şi lipsa unor tipuri de forţă de muncă calificată (şi surplus pentru altele) în *oricare* economie. Astfel, Italia resimte astăzi o lipsă de tehnicieni pentru noile câmpuri petrolifere. Aceasta reprezintă totuşi un cvasineajuns, ca să folosim o expresie în spiritul lui Marshall impusă de profesorul Lewis[44]. Dacă nu apar alte modificări evolutive, cvasineajunsul va dispărea tot aşa cum o va face şi o cvasirentă. Dar, odată atins noul echilibru, ar putea productivitatea marginală a unui tehnician petrolist să devină zero? Câtuşi de puţin. Fiindcă productivitatea marginală de echilibru a unui asemenea tehnician reprezintă nu numai productivitatea marginală a muncii lui, ci şi pe aceea a capitalului investit pentru pregătirea lui[45]. Evident, acest tip de gândire priveşte munca ca pe o calitate uniformă, plastică a tuturor fiinţelor umane; şi este - cred eu - în tradiţia clasicilor şi, întrucâtva, în aceea a marxiştilor, o ştiinţă economică. Dar eu nu văd o cale mai bună pentru analizarea problemelor ridicate de populaţie în forma sa pur cantitativă. De fapt, acest punct de vedere asupra forţei de muncă este şi mai necesar pentru analiza creşterii economice decât pentru analiza stării staţionare, în care populaţia ar putea fi considerată, tot atât de bine, o distribuţie îngheţată a *calităţilor*.

Prin urmare, afirmaţia că productivitatea marginală a forţei de muncă este zero înseamnă că productivitatea marginală a forţei de muncă calificate constă numai în productivitatea marginală a capitalului investit pentru realizarea calificării. Consecinţa cea mai raţională ar fi ca o economie suprapopulată să resimtă o lipsă de forţă de muncă calificată mai mare decât una nonsuprapopulată. Totul indică faptul că penuria de forţă de muncă calificată reflectă penuria de capital, şi nu în mod obligatoriu de forţă de muncă. Este o caracteristică a economiei suprapopulate ca mâna de lucru calificată să fie copleşită de muncă, în

---

[44] *W.Arthur Lewis*, Dezvoltarea economică cu ofertă nelimitată de forţă de muncă, The Manchester School, *XXII (1954), p. 145.*

[45] *O altă parte ar putea reflecta "renta" talentelor personale, dar acesta este un aspect colateral al chestiunii.*

Scanned with OKEN Scanner

timp ce lucrătorii necalificaţi să îşi piardă vremea mai tot timpul. Mai mult, aspectul economic real al răspândirii cunoştinţelor într-o ţară subdezvoltată apare, acum, în adevărata lumină: nevoia de educaţie suplimentară este concurată de nevoia de mijloace fizice suplimentare de producţie, un fapt pe care îl trecem cu vederea uneori şi pe care îl subestimăm deseori. Acolo unde resursele sunt puţine, educaţia liberă pentru *toate* tipurile de meserii este tot atât de *neeconomică* ca producţia întâmplătoare de echipamente capitale. Unele ţări, cum ar fi Rusia Sovietică, par să fi înţeles acest adevăr; altele, cum ar fi Italia, se pare că nu.

E o simplă chestiune de definiţie să observăm că, în oricare economie, suprapopulată sau nu, există numai o modalitate de măsurare a productivităţii marginale a muncii: la limită, adică acolo unde forţa de muncă pare să nu fie coruptă de capital. Productivitatea marginală a forţei de muncă din orice economie devine atunci productivitatea marginală a forţei sale de muncă necalificată. Este o simplă coincidenţă faptul că forţa de muncă din agricultură este, în general, necalificată. Dar acest fapt aruncă o nouă lumină asupra corelaţiei constante dintre suprapopulaţie şi condiţiile agricole care se întâlnesc în literatura economică. Fiindcă este clar că dacă productivitatea marginală a forţei de muncă dintr-o ţară este zero, tot aşa trebuie să fie şi productivitatea marginală a ţăranului.

2. *O schemă teoretică*[46]. Pentru a face argumentaţia cât mai simplă posibil, vom presupune că produsul naţional, reprezentat global prin *x*, este realizat de o "industrie" fărâmiţată (o ipoteză pe deplin justificată în economiile agrare suprapopulate). Aceasta înseamnă că funcţia de producţie a întregii economii este omogenă de gradul întâi:

$$x = F(L, T) = TG(L/T) \qquad (1)$$

în care *L* este forţa de muncă şi *T* o variabilă compusă a terenului şi a capitalului. Pentru a obţine această funcţie, pentru fiecare proporţie de factori de producţie *Op* (fig. 11.1),

[46] *Prefer termenul "schemă" în locul celui de "model", folosit în mod obişnuit, deoarece doresc să subliniez prin aceasta diferenţa esenţială dintre* modelul-copie *al ştiinţelor naturale şi* schema-comparaţie *a ştiinţelor sociale.*

Scanned with OKEN Scanner

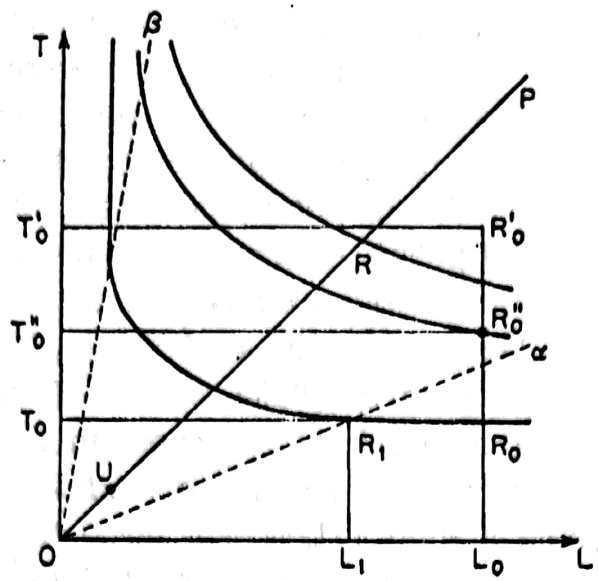

Figura 11.1

stabilim dimensiunea optimă, *U*, a unității de producție, din sistemul

$$T = pL, \qquad L\frac{\partial f}{\partial L} + T\frac{\partial f}{\partial T} = f(T,L), \tag{2}$$

în care *f*(*T*,*L*) este funcția de producție a "firmei". Produsul maxim care se obține printr-o combinație dată de factori, R, este egală lui *OR*/*OU* ori producției lui *U*. Aceasta determină relația (1) pentru oricare *R*. Totuși, este important să ne amintim că, pentru a obține producția calculată conform relației (1), resursele *R* (*L*, *T*) trebuiesc împărțite în mod egal între *OR*/*OU* unități de producție identice[47]. Se mai observă că, date fiind cantitățile de factori de producție, dimensiunea optimă a "firmei": este *unic* determinată pentru oricare orizont tehnologic. De aceea, în cazul în care condițiile geoistorice ale unei economii sunt de asemenea natură încât *toate resursele disponibile* trebuie să fie folosite pentru producție atâta timp cât măresc producția, argumentul superiorității producției la scară mare înseamnă o economie slabă[48]. În relația

[47] *Strict vorbind, OR/OU nu este în mod obligatoriu un număr întreg, dar pentru o industrie fărâmițată acest lucru nu contează. Trebuie să mai arătăm că U este în afara scalei din fig.11.1; altfel, cu greu ar putea fi deosebit de O pe desen.*

[48] *Aceasta este eroarea argumentului adus de Kautsky* et al. *împotriva avutului țăranilor. Supra, nota 18.*

cauzală dintre eficienţa unităţilor de producţie la scară mare şi un nivel înalt de dezvoltare economică (adică, *T/L* înalt), ultimul este cauza celui dinainte, şi nu invers. Nu este necesar să reluăm motivele pentru care izocuantele oricărei funcţii de producţie devin, mai curând sau mai târziu, paralele cu axele. Astfel, în zona $LO\alpha$, de exemplu, producţia poate fi mărită dacă, şi numai dacă, există o creştere a factorului teren-capital. Vom numi acest factor limitativ[49]. Evident că în zona în care un factor este limitativ, productivitatea sa marginală este constantă, în timp ce productivitatea tuturor celorlalţi factori este zero.

Câteva definiţii. Fie populaţia P a unei economii date împărţită la P_w, categoria care munceşte, şi P_g, categoria "care guvernează". În ultima categorie includem toţi membrii economiei care nu depind de salariile primite de la "industria" care produce x.[50] Fie s şi s' nivelul de trai *minim* individual al categoriei muncitorilor şi a celei guvernamentale. Poziţia adoptată în această lucrare este aceea că ambele variabile sunt istoric determinate şi, prin urmare, susceptibile de a fi modificate prin politica economică. Ele condiţionează nevoia publică *minimă* de x (drumuri publice, armament, acumularea de capital etc.). Dacă acest minim se notează cu E, produsul net minim al comunităţii este:

$$\chi = P_w s + P_g s' + E. \tag{3}$$

Să mai luăm:

$$F = \varphi P_w, \qquad L_0 = \delta F \tag{4}$$

în care F este volumul forţei de muncă *potenţiale* şi δ reprezintă timpul de muncă pe care un muncitor îl poate asigura *peste minimul biologic necesar pentru somn şi odihnă*. Pentru simetrie, timpul necesar pentru somn şi odihnă nu va fi inclus în *timpul liber*.

---

[49] *Nu trebuie confundat cu* limitaţional. *Un factor este limitaţional când creşterea sa este o condiţie necesară, dar nu suficientă pentru creşterea producţiei. Vezi Georgescu-Roegen,* Limitaţionalitate, limitativitate şi echilibru economic, *în* Lucrările celui de-al doilea Simpozion privind programarea liniară *(Washington, D.C., 1955), p. 301 [în acest volum, p.272-273].*

[50] *Această categorie corespunde celei numite "categoria întreţinută" de Veblen. Ea cuprinde , normal, toate categoriile de funcţionari, publici şi privaţi.*

Problema economică primordială a oricărei comunități constă în găsirea unei modalități prin care un produs național egal cu cel puțin x să poată fi obținut cu resursele disponibile. O coordonată a problemei este oferta de forță de muncă. Deoarece, *ex hypothesi*, categoria muncitorilor nu se poate întreține cu un venit real mai mic decât sP_w, curba ofertei de forță de muncă trebuie să pornească discontinuu dintr-un punct inițial M al coordonatelor L_0, sP_w/L_0 (fig. 11.2).

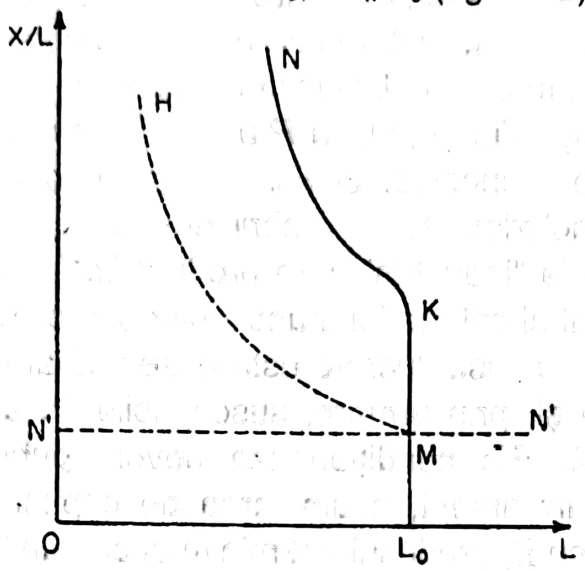

Figura 11.2

Deoarece omul trăiește, în general, în cadrul unei familii, oferta de forță de muncă a unui individ depinde de venitul familiei sale. Pentru a aborda problema dificultății dependenței circulare, vom presupune că oferta de forță de muncă a comunității se obține prin însumarea ofertelor tuturor familiilor. Pe baza acestei observații, să luăm în considerare mai întâi situația în care oamenii pot, în mod liber, să-și vândă *timpul liber* la rata salariului de pe piață și fie ca *MKN*, să reprezinte cantitatea de forță de muncă oferită pentru diferite rate ale salariului. Evident, *MKN* reprezintă oferta de forță de muncă pe termen scurt într-o economie care are la bază salariul[51]. Legătura sa cu zona-preferință este indicată

[51] *Economia clasică susținea că rata salariului de echilibru pe termen lung este constantă și egală cu ON', astfel încât N'N' să reprezinte curba ofertei de forță de muncă pe termen lung. Totuși, în economia marxistă, N'N' reprezintă atât oferta de forță de muncă pe termen scurt, cât și oferta pe termen lung - o consecință directă a ipotezei acesteia că există o armată de rezervă permanentă. Aceasta este expresia analitică a trăsăturii distinctive a economiei marxiste*

mai clar dacă avem în vedere o hartă cunoscută a curbelor de indiferență. În figura 11.3, *OE*=δ și *OF*=*s*. Problema economică a muncitorului este, de fapt, un salt discontinuu: din *E*, unde îl plasează venitul său *natural*, în oricare punct din zona *XFF'E'* din figura 11.3 (a).

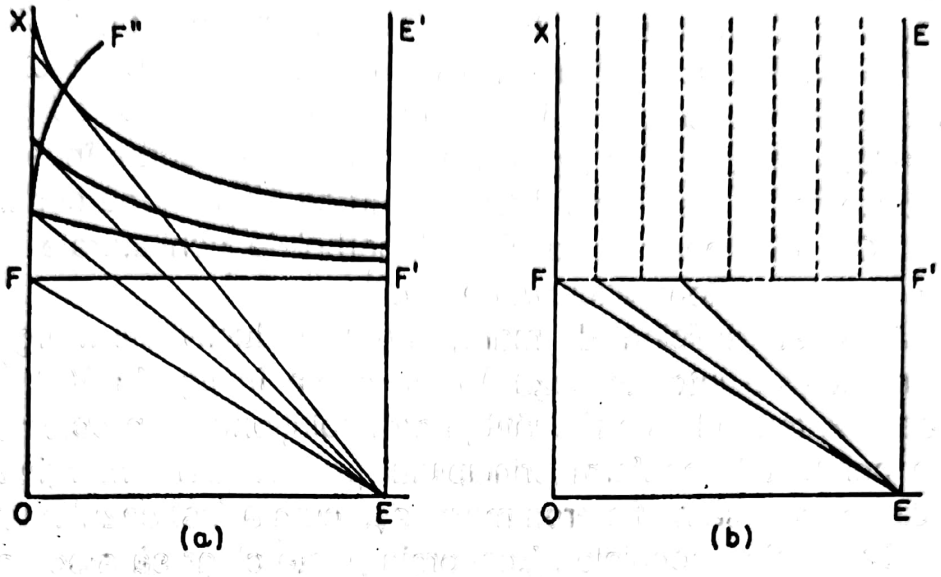

Figura 11.3

Unde va ajunge în final depinde de tipul sistemului economic în care trăiește. Dacă acesta este o piață liberă pentru salarii, oferta sa de forță de muncă este dată de curba "preț-consum", *FF"*, a lui Hicks și totul este în regulă. Un model frecvent de comportament este acela pentru care oferta de forță de muncă nu este elastică pentru ratele salariilor aflate imediat deasupra minimului posibil (adică înclinația *FE*). Oricum ar fi, putem admite că, în mod sigur, curba ofertei de forță de muncă are peste tot o elasticitate mai mică decât unitatea. Literatura despre țările subdezvoltate menționează deseori un foarte curios model de comportament, acela al individului care, după câștigarea minimului de trai, devine interesat numai de timpul liber. Este de înțeles că un asemenea comportament îl va face pe oricare politician să dispere: individul pare că refuză să evolueze. Comportamentul conduce la harta indiferenței prezentată în figura 11.3(b) și la o curbă a ofertei reprezentată de o ramificație a unei

care constă în refuzul de a accepta vreodată orice legătură între factorii demografici și economici. Pentru aceasta, vezi scrisoarea lui Engels, în Marx și Engels, Corespondență, *1846-1895, p. 199.*

hiperbole de echilibru *MH* (fig. 11.2).[52] Oricare ar fi modelul de comportament, curba *MH* constituie un element important al analizei distribuției: acesta reprezintă proporția medie minimă pe unitatea de timp de lucru pentru fiecare volum de ocupare.

A doua coordonată a problemei economice este productivitatea forței de muncă în ipoteza că toate resursele teren-capital, T_0, sunt folosite pentru a produce *x*. Curba, μA, care reprezintă productivitatea medie a forței de muncă variază, evident, cu T_0, dar forma sa prezintă unele caracteristici constante (fig. 11.4). Toate aceste curbe încep cu un segment orizontal la același nivel $O\mu$, deoarece *x*/*L* rămâne constant în domeniul $TO\beta$, Ele mai coincid și cu hiperbolele echilaterale de sub nivelul $O\mu'$, egal cu valoarea lui *x*/*L* pe $O\alpha$.[53]

Dacă T_0 este suficient de mare, curba productivității marginale a forței de muncă μB intersectează *MN* în *B*, ca în fig. 11.4(a). Într-un asemenea caz, terenul este pregătit pentru soluționarea problemei economice a comunității conform principiului productivității marginale (cu condiția ca $s'P_g + E$ să nu fie prea mare, așa cum a fost cazul multor țări în timpul războaielor mondiale). Economia poate chiar să aloce o parte din *T* pentru a fi utilizat direct de consumatori, astfel încât, deși resursele disponibile sunt reprezentate de R'_0, numai valorile reprezentate de *R* sunt folosite pentru producție (fig. 11.1). La cealaltă extremă, pentru valorile mici ale T_0, întâlnim cazul în care curba productivității medii a forței de muncă μ*A* se află sub $\mu'\mu'$ pentru $L = L_0$, ca în fig. 11.4(b). Acesta este cazul *suprapopulației în sens strict*[54]. (Aceasta corespunde lui R_0 din fig. 11.1.) Este evident că într-o asemenea situație nu se obține nici un avantaj economic din utilizarea forței de muncă peste L_1, unde productivitatea sa marginală devine zero. Ca să continue să existe

---

[52] *Cred că pentru acest tip de comportament trebuie să admitem o rată marginală de înlocuire zero între venitul real și timpul liber. Dar dacă greșesc, politicienii confruntați cu această reacție fără șanse față de schema de salarii ar trebui să rezolve problema impunând "corvoada" simultan cu o rată foarte înaltă a salariilor pentru munca contractată liber. O diagramă simplă ne va arăta că astfel ei pot determina individul să se deplaseze în interiorul zonei XFF'E'.*

[53] *$TO\beta$ și α se referă la fig. 11.1.*

[54] *Avem în vedere numai alternativa în care μA intersectează MN. Cazul opus implică elemente malthusiene, care, deși interesante, sunt în afara obiectivului acestei lucrări.*

Scanned with OKEN Scanner

fără a se supune forțelor malthusiene, economia nu poate avea $s'P_g + E$ mai mare decât $AW \times L_1$. Totuși, în practică, acest maxim este întotdeauna atins, așa că, în mod obișnuit, în țările suprapopulate $\chi = X_0$, X_0 fiind produsul național maxim care se poate obține din resursele disponibile. Totuși, este clar că economia nu poate eventual funcționa conform principiilor din teoria productivității marginale. Acest lucru este valabil și pentru o economie în care productivitatea marginală a forței de muncă este pozitivă pentru $L = L_0$, fără să fie mai mare decât L_0M; vezi fig. 11.4(c). Din această cauză și din altele, o asemenea economie ar trebui considerată suprapopulată, fără calificativul "în sens strict"[55].

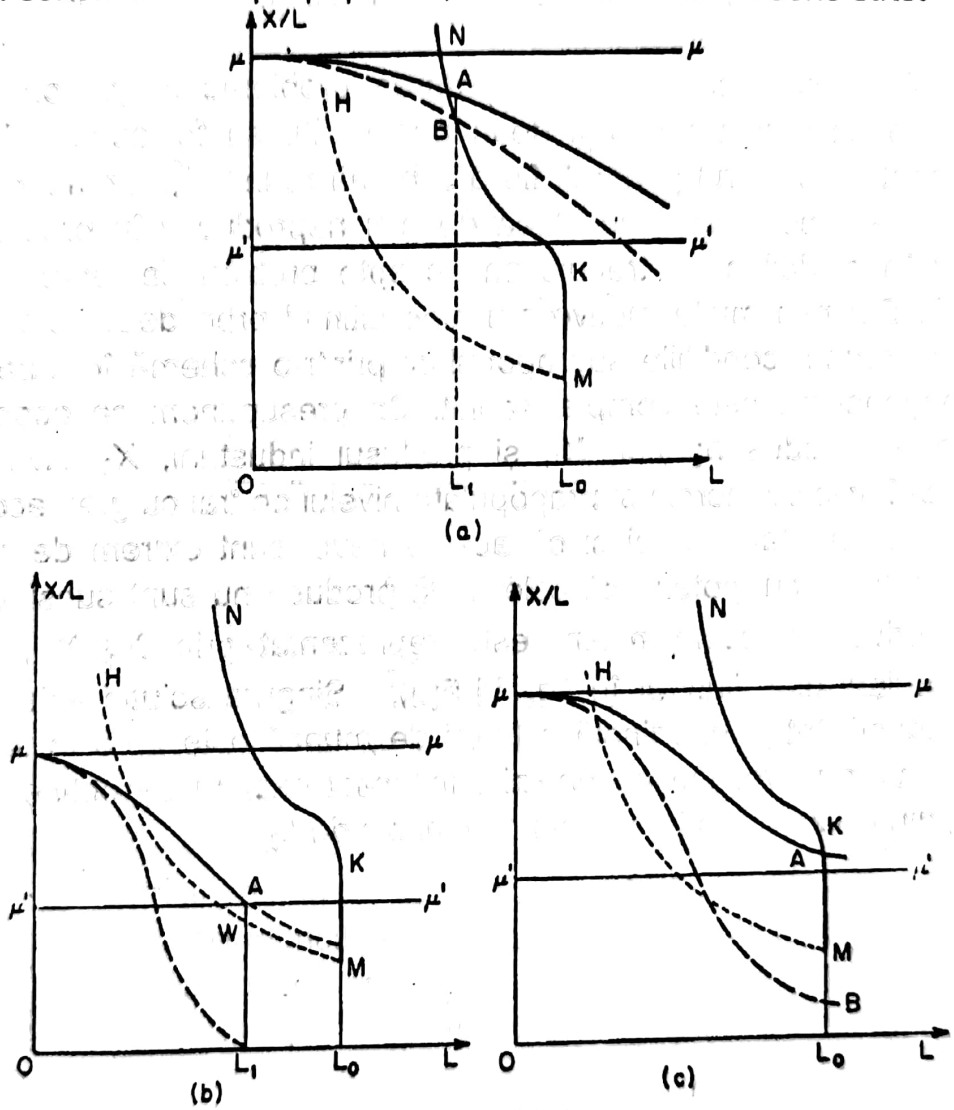

Figura 11.4

[55] *În fig. 11.1 acest caz corespunde lui R".*

O concluzie importantă este aceea că suprapopulația este corelată cu o T_0 scăzută, mai exact cu o T_0/L_0 scăzută. Prin urmare, suprapro-ducția înseamnă același lucru cu sărăcia resurselor care nu sunt forță de muncă; în situația contrară, cu "țara abundenței". Totuși, în realitate cele mai multe economii *agrare* subdezvoltate sunt sărace nu numai din cauza insuficienței terenului, ci și din cauza unei lipse acute de capital. Pentru aceste țări, diferența dintre T_0 și cantitatea de teren utilizabil A_0 este neglijabilă. Aceasta justifică utilizarea lui L_0/A_0 ca indice ordinal al suprapopulației agricole în loc de L_0/T_0. În final, înlocuind L_0/A_0 cu P/A_0, obținem forma cea mai utilizată, dar și cea mai brută a indicelui.

3. *Alte observații*. Pentru abordarea problemelor economiei ca întreg, economistul are numai două posibilități: să folosească fie un sistem pentru echilibrul general, fie o schemă reunită. În primul caz, el trebuie să se resemneze cu ideea de a fi neproductiv în problemele practice; în al doilea, el trebuie să accepte problemele teoretice ale agregării. Din mai multe motive am ales ultimul procedeu. Este totuși posibil să redăm condițiile suprapopulării printr-o schemă în care pro-dusul național nu este complet reunit. Să presupunem că economia produce un produs agricol, X_1, și produsul industrial, X_2. Având în vedere că într-o economie suprapopulată nivelul de trai cu greu acoperă cele mai elementare nevoi și că aceste nevoi sunt extrem de rigide, putem continua cu ipoteza că cele două produse nu sunt substituibile. Dacă produsul necesar minim este reprezentat prin X_1^0, X_2^0, cazul suprapopulării este ilustrat în fig. 11.5(a)[56]. Singura soluție este M, în care productivitatea marginală a forței de muncă este zero în ambele sectoare productive. De aceea, nici în acest caz nu se obține vreun avantaj din utilizarea forței de muncă dincolo de L_1.

[56] *În fig. 11.5 se folosește o "casetă Edgeworth" cu O și O', care reprezintă originea fiecărui sistem de coordonate.*

Scanned with OKEN Scanner

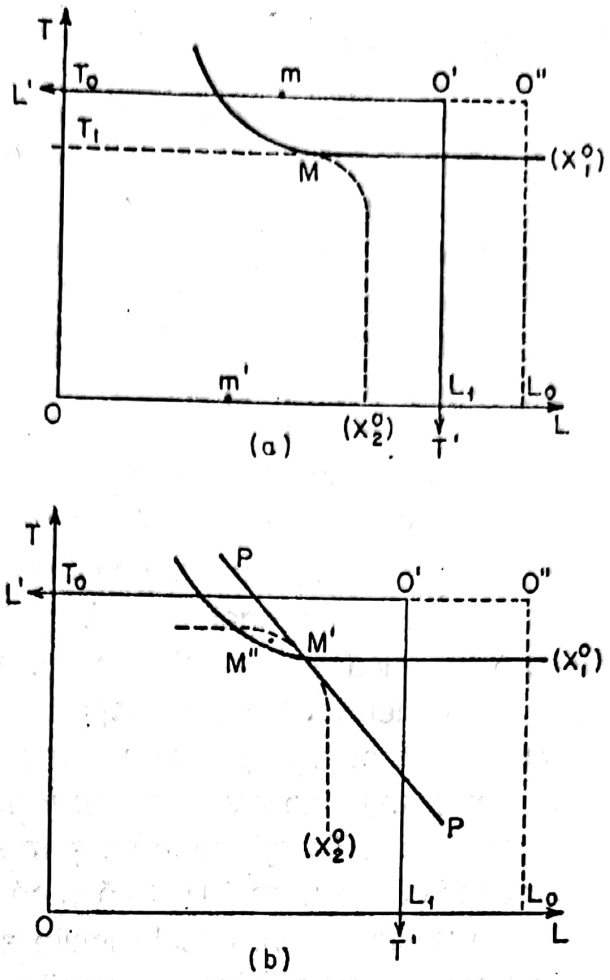

Figura 11.5

Schema din fig. 11.5 ridică o serie de probleme extrem de interesante. Vom menționa numai una. O economie nonizolată poate opta între producereà unui tip de produs în țară şi obținerea lui prin comerțul exterior. Atunci, problema este dacă venitul național care rezultă (X'_1 , X'_2) permite unei economii suprapopulate să îşi deplaseze structura industrială de la *M* la *m* (sau *m'*), în care productivitatea marginală a forței de muncă să fie pozitivă; vezi fig. 11.5(a). Nu putem trata aici această problemă complexă, dar putem observa, cel puțin, că nici o țară agrară nu a putut să evite condițiile impuse de suprapopulare numai prin comerț. Foarte posibil, suprapopulația va rămâne o problemă locală care necesită remedii locale, atâta timp cât oamenii, în general, nici nu doresc şi nici nu li se permite să îşi părăsească țara proprie.

Scanned with OKEN Scanner

III. O analiză a problemelor teoretice

1. *Profit contra dijmă*. Problema dacă sistemul lui Walras are o soluție matematică a fost întotdeauna una crucială pentru teoria standard. Dar nici un economist, adept al teoriei standard, nu a înțeles că sistemul lui Walras implică o întrebare și mai gravă: este soluția sa matematică și una valabilă din punct de vedere *economic*? Că este valabilă, au luat de bun toți cei care au abordat problema deosebit de grea a existenței unei soluții matematice. Să ne amintim că Abraham Wald a fost mulțumit cu demonstrarea faptului că, într-un sistem walrasian (simplificat), prețurile "de echilibru" sunt nonnegative[57]. Wald cu greu putea fi numit economist, dar după publicarea lucrării sale originale în limba germană (1934), nici un economist nu a remarcat că, dacă nu cunoaștem că și prețul "de echilibru" al forței de muncă este cel puțin egal cu minimul pentru existența biologică, teorema are o mică importanță economică. Aspectul cu adevărat economic al problemei a fost lăsat deoparte în cea mai recentă lucrare scrisă de Arrow și Debreu. Acești autori pornesc de la ipoteza că *orice* membru al unei comunități este înzestrat, *ab initio*, cu un venit real suficient pentru întreaga viață[58]. Totuși, ceea ce știm este că omul este înzestrat cu forța de muncă cu o eficiență limitată și că poate folosi resurse în cantități limitate. În unele cazuri, aceste limite sunt de asemenea natură, încât, deși economia poate produce un venit real suficient pentru toți, această soluție *economică* nu poate fi obținută prin mecanismul productivității marginale, care este parte componentă a sistemului lui Walras[59]. Am constatat că economiile suprapopulate se află în această situație specifică. Acum, problema este să observăm felul în care producția și distribuția pot fi reglate într-o asemenea economie.

---

[57] *Abraham Wald*, Despre sistemul de ecuații din economia matematică, Econometrica, *XIX (1951), p. 368-403.*

[58] *Kenneth J. Arrow și Gerard Debreu*, Existența echilibrului în competitivitatea economică, *Econometrica, XXII (1954), p. 266, 270.*

[59] *La suprafață, această afirmație pare să contrazică teorema demonstrată de Arrow și de Debreu. Dar nu aceasta este situația. Într-adevăr, demonstrația lor presupune o problemă economică deja soluționată: individul a trecut deja de la E la XFF'E' (vezi fig. 11.3a). În abordarea lor, soluția lui Walras poate consta în orice persoană care își păstrează starea inițială fără nici o modificare.*

Scanned with OKEN Scanner

Un element pentru rezolvarea acestei probleme este oferit de observaţia că suprapopulaţia agricolă a existat, de obicei, în ţările în care feudalismul a fost înlocuit târziu de capitalism. Pentru a vedea diferenţa dintre distribuţia din feudalism şi aceea din capitalism, vom trasa curba obişnuită a productivităţii marginale a forţei de muncă pe T_0 disponibil, $ABCL_1$ din figura 11.6. Vom trasa şi $abcL_1$ astfel ca raportul dintre ordonata zonei haşurate şi aceea din $ABCL_1$, să zicem între cC şi $C'C$, să fie egal cu raportul dijmei, ρ. Este simplu, pentru că, dacă se foloseşte OB' forţa de muncă pentru producţie, aportul întreprinzător - proprietar este $AabB$ în sistemul feudal, în timp ce acelaşi aport este $AB''B$ în capitalism. Diferenţa dintre cele două sisteme este, astfel, evidentă. Dar există şi o analogie: interesului clasei guvernamentale de a mări renta-profit în sistemul capitalist îi corespunde, în feudalism, interesul aceleiaşi clase de a mări dijma[60]. Evident, pentru orice valoare dată lui P dijma este maximă la L_1. Într-o ţară strict suprapopulată acest maxim depinde de rezultatul datorat propriei nevoi a muncitorilor de a-şi asigura o parte cel puţin egală cu sP_w. Să reţinem şi că în sistemul feudal de distribuţie există *muncitori care câştigă mai mult decât aportul specific la producţie.* Acest lucru se observă imediat dacă $OSS'L_1$ se trasează astfel încât suprafaţa sa să fie echivalentă cu aceea din $OabcL_1$; întreaga forţă de muncă dintre B' şi L_1 primeşte mai mult decât aportul ei net la producţie. Dovada istorică surprinzătoare a acestui aspect al feudalismului este dată de cazul culegătorilor de spice care primeau o parte mai mare decât cantitatea de grâu culeasă. Spre deosebire de aceasta, capitalismul nu avea loc pentru "culegătorii de spice".

---

[60] *Relaţiile economice din feudalism se întindeau pe o gamă aproape infinită. Totuşi, caracteristicile cele mai frecvente ale economiei feudale erau "corvoada" şi împărţirea recoltei. Corvoada consta, de obicei, în munca pe moşie, pe terenul cu culturi speciale care ţinea de domeniu (vii, livezi, grădini) şi pentru lucrări publice. Ambele instituţii au supravieţuit abolirii legale a sistemului feudal, aşa cum se poate observa, în timpurile noastre, peste tot în Europa de Est. Folosirea termenului de "dijmă" pentru partea care îi revine stăpânului este evident, improprie, dar utilă.*

Scanned with OKEN Scanner

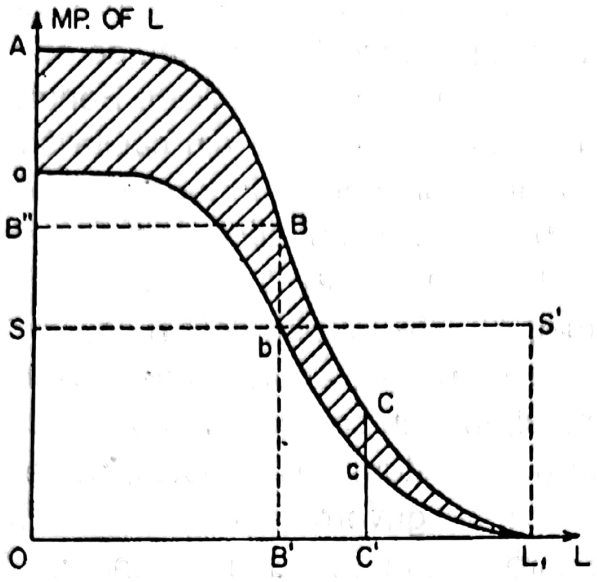

Figura 11.6

Nu mai trebuie spus că această clasă conducătoare feudală va căuta să obțină *maximum maximorum* din dijmă maximizând și ρ. Evident, maximum pentru ρ este dat de raportul AW/AL_1 din fig. 11.4(b) sau, alternativ, prin relația:

$$X_0(1-\rho) = sP_w. \qquad (5)$$

Aceasta înseamnă că muncitorii primesc numai minimul pentru trai. Totuși, aceasta nu mai este o condiție *sine qua non* a sistemului, deoarece cel puțin într-o economie suprapopulată în sens strict muncitorii ar putea încă să lucreze până L_1, chiar dacă ρ ar fi egal cu zero - dacă comportamentul lor nu este conform cu fig. 11.3(b).

Formula "*lucrătorul trebuie să fie sărac ca să fie harnic*" a ajuns să fie cheia pentru sistemul feudal numai pe măsură ce condițiile supra-populării stricte încetează să existe datorită îmbunătățirilor funciare, datorită creșterii capitalului acumulat și, în final, datorită creșterii productivității forței de muncă ca rezultat al progresului tehnic. Acești factori au determinat deplasarea curbelor productivității forței de muncă în sus și la dreapta. În ultimă instanță, productivitatea marginală a forței de muncă pentru $L = L_0$ a devenit pozitivă, dar totuși mai puțin decât ML_0; vezi figura 11.4(c). Evident, economia în discuție nu era totuși pregătită pentru formula capitalistă. De aceea, feudalismul, care încă putea să ofere o soluție pentru problema distribuției, și-a continuat

Scanned with OKEN Scanner

existența, deși era afectat de un nou conflict. Dacă productivitatea marginală a forței de muncă este pozitivă pentru $L = L_0$, maximizarea dijmei cere ca muncitorii să nu aibă timp liber. Dacă ei vor munci până la acea limită, din proprie inițiativă, într-o țară suprapopulată (nu în sens strict) depinde de valoarea lui $X_0(1 - \rho)$, adică pe ρ.

Ca să îi plătim pe lucrătorii care doresc să muncească până în L_0, aportul mediu de forță de muncă nu trebuie să depășească L_0K. Iată cum formula de mai sus a ajuns să fie o dogmă economică neîndoielnică pentru feudalismul târziu. Chiar Quesnay a arătat că muncitorul care poate să își cumpere pâinea ieftin devine, "leneș și arogant"[61]. Cât de adânc înrădăcinată a fost această formulă (cel puțin în feudalismul târziu) este un fapt care își găsește ecoul în literatura economică până către sfârșitul secolului al XIX-lea[62].

Cu un raport T_0/P încă prea mic ca aceste curbe ale productivității marginale a forței de muncă să intersecteze curba ofertei de forță de muncă, era normal ca formula feudală să fi fost folosită și de sectorul neagricol în timpul primei etape a revoluției industriale și ca să fi supraviețuit, din inerție, cu mult dincolo de începutul capitalismului. Numai datorită acestei situații a putut Marx să confunde formula de bază a feudalismului cu o caracteristică esențială a capitalismului și, astfel, să formuleze o teorie a plusvalorii care nu este decât o precizare a condiției (5).

2. *O analiză a comportării.* Deseori, unele caracteristici ale unui sistem au devenit vizibile numai în lumina făcută de o altă structură prin contrast. Acesta este - așa cum am văzut - cazul unor aspecte ale

---

[61] Oeuvres économique et philosophiques de F.Quesnay, *edit. August Oncken (Paris, 1888), p. 248. Singura obiecție adusă de Quesnay este aceea că, dacă este dusă la extrem, formula îl poate duce pe muncitor atât de aproape de starea de animal, încât, în ultimă instanță, se va purta ca atare, adică va răspunde numai celor mai elementare nevoi ale momentului și, astfel, își pierde interesul pentru propriul progres economic (ibid., p. 354). Un asemenea comportament corespunde celui din fig. 11.3(b). Faptul că acest lucru a fost constatat în cele mai sărace țări cu o exploatare de lungă durată confirmă observațiile lui Quesnay asupra acestei chestiuni.*

[62] *Anonymous,* Un studiu al acelor principii care respectă natura cererii așa cum au fost prezentate de dl. Malthus *(Londra, 1821), p. 67, citat de Marx,* Capitalul, *vol.I, cap.XXIV, sec. 3, p. 653.*

Scanned with OKEN Scanner

teoriei productivității marginale când se confruntă cu un mecanism feudal dintr-o țară suprapopulată. Același lucru este valabil pentru modelul Edgeworth-Pareton al comportamentului individual când contrastează cu comportamentul unei comunități (țărănești) agrare.

Fondatorii teoriei moderne a utilității au acceptat cu toții că "*fiecare individ acționează așa cum dorește*"[63], afirmație care a fost repetată de atunci într-o formă sau alta. Dar adevărul exprimat de ea este atât de tautologic, încât nu are nici o valoare pentru o persoană care studiază comportarea umană: această persoană dorește să știe exact ce îi face plăcere individului. Pentru a răspunde la această întrebare, teoria standard admite că ceea ce îi place unui individ se poate exprima ca o funcție $\psi(Y)$ care are în vedere numai cantitățile de mărfuri aflate *în posesia sa* (reprezentate prin vectorul Y). Comportamentul *strict hedonic* este exact acest lucru pe care l-am avut în vedere mai înainte.

Fără îndoială, această descriere este riguros exactă pentru Robinson Crușoe, dar ea, cu greu s-ar potrivi majorității indivizilor care trăiesc într-o societate. Pentru că și *homo capitalisticus* - pe care l-ar descrie teoria standard - își schimbă sensul mesajului în funcție de necesitățile asistenței sau patronează un magazin numai pentru că proprietarul său este foarte ocupat. Fie că acest comportament reflectă sau nu capacitatea de comparare interpersonală a nevoilor, rămâne faptul că mulți indivizi răspund la modificările venitului celorlalți. Un punct de vedere mai realist asupra acestei chestiuni ne face, totuși, să considerăm ofelimitatea:

$$\Omega = \psi(Y; Y_s) \qquad (6)$$

ca funcție nu numai de Y, dar și de Y_s, ceea ce reprezintă criteriile specifice după care individul apreciază bunăstarea comunității în care se află. Individul descris prin relația (6) reacționează, totuși, într-o manieră *hedonică* - adică așa cum dorește - dar nu *strict hedonică*[64].

---

[63] *Irving Fisher*, Analize matematice ale teoriei valorii și prețurilor *(New Haven, 1925), p. 11. De asemenea, Vilfredo Pareto*, Manuel d'économie politique *(Paris, 1927), p. 62.*

[64] *Evident, comportamentul hedonic nu presupune în mod obligatoriu un comportament "altruist"; totul depinde de semnul pentru* $\partial\psi/\partial Y_s$. *Modelul (6) îl justifică pe individul care dorește "să fie la nivelul familiei Jones" și care, prin urmare, simte un "regret" când crește venitul vecinului.*

Scanned with OKEN Scanner

Problema distribuției individului într-un grup mic, - după cum cunoaștem - nu prezintă un echilibru determinat după o schemă pur mecanicistă fie că se referă la o industrie oligopolistă, fie la o piață mică de schimb. Totuși, în practică se ajunge la o soluție numai fiindcă grupul se conformează unor modele instituționale apărute ca urmare a condițiilor sale istorice specifice. Și nu trebuie să ne deruteze acest lucru: dirijarea prețurilor, cotele pentru cartel , concurența produselor și câte și mai câte sunt modele culturale tot atât cât sunt "aratul pământului văduvei" sau dota maritală, de exemplu. Fără modele instituționale pentru distribuție, chiar și primele societăți umane, mici de nevoie, nu ar fi putut ajunge la acea stabilitate modică care este condiția *sine qua non* a existenței organice. Fie că starea de "simpatie" pentru vecin este sau nu parte a naturii originale a omului, acea stare trebuie să fi evoluat înainte ca primele comunități viabile să se fi format. Chiar și astăzi, numai un tip de comportament care este conform cu relația (6) poate justifica stabilitatea comunităților mici. Desigur, aceasta apare mai întâi la comunitățile țărănești.

O descriere completă a modului în care are loc distribuția individuală într-o comunitate țărănească trebuie să conțină modelele instituționale dominante în acea comunitate specifică. Iată de ce o schemă mecanicistă pentru comportamentul țăranilor, cum ar fi schema din teoria standard, s-a dovedit a fi un proiect imposibil pentru toți cei care s-au gândit la ea[65]. Și aceasta nu înseamnă totul. Dacă cineva se decide în final să studieze instituțiile țărănești ca să creeze un *homo œconomicus* pentru a-l reprezenta pe țăran va constata curând că aceste instituții sunt aproape infinit variabile, fapt care exclude orice clasificare valabilă. Este normal ca o problemă încurcată și înșelătoare - comportamentul țăranilor - să fie atras numai puțini oameni interesați de studiul ei și să nu fi permis prezentarea ei printr-o formulă simplă.

Mica comunitate nu numai că are nevoie de un tip de comportament orientat spre Y_s, dar și asigură condițiile necesare pentru operaționalitatea formulei (6). Într-o asemenea comunitate, individul este obligat să înțeleagă că propriile sale acțiuni influențează propria ofelimitate și indirect, prin coordonata Y_s. În plus, oricine ajunge, în mod normal, la o înțelegere destul de exactă a situației altcuiva. Dacă aceste

[65] *Tschajanov*, Die Lehre *(nota 28 de mai sus), p. 131.*

Scanned with OKEN Scanner

două condiții nu sunt îndeplinite, coordonata Y_s nu poate fi un agent *activ* pentru comportamentul individului, chiar dacă Y_s este un element al ofelimității individului. Exemplul cel mai bun îl oferă aglomerările urbane ale unei societăți industriale. În cadrul unor asemenea comunități mari, individul nu mai poate să cunoască situația celorlalți. Pe de altă parte, el este obligat să înțeleagă că prin acțiunile sale izolate poate exercita numai o influență infinitezimală asupra variabilei Y_s. El este, astfel, obligat să se comporte ca și cum Y_s nu intră în funcția ofelimității sale. Nu putem să nu observăm marea asemănare a acestei situații cu aceea a producătorului individual dintr-o industrie fărâmițată, care și el este obligat de situația sa specifică să acționeze ca și cum propria sa ofertă nu ar avea aici o influență asupra prețului de pe piață. Astfel, sunt două cauze care justifică succesul pe care îl avusese teoria standard cu ipoteza unui *homo œconomicus* strict hedonic. Succesul *teoretic* rezultă din simplitatea unei structuri fărâmițate, o cauză care își găsește confirmarea și în caracteristica de a fi completă a teoriei industriei competitive[66]. Succesul *practic*, pe de altă parte, se datorează faptului că aplicarea teoriei s-a făcut mereu la o economie capitalistă.

Totuși, așa cum remarcase cu mult timp în urmă J.M.Clark, cererea (adică cererea rezultată dintr-un comportament strict hedonic) nu poate să reflecte nici unul dintre scopurile comunității[67]: Faptul că *homo capitalisticus* se comportă, în general, ca și cum ofelimitatea sa ar fi independentă de Y_s nu înseamnă că el este fundamental egoist în comparație cu *homo agricola* - cum s-a argumentat deseori. Totuși, o eclipsă prelungită a variabilei sociale, Y_s, luată drept coordonată a comportamentului poate să producă dispariția acelei variabile și din funcția de ofelimitate (adică din conștiința individului). Acest lucru s-a întâmplat cu adevărat în momentul de vârf al liberalismului burghez din Occident, deoarece bunurile economice în sens strict au devenit singura coordonată a comportamentului "rațional". Așa cum scrisese un populist în anii '70 ai secolului trecut, acest comportament nu lasă loc pentru principiile de dreptate și solidaritate din viața satului, ci numai pentru

---

[66] *Caracterul complet al teoriei monopolului și-a găsit contraargumentul în teoria consumatorului. După cum s-a arătat deja, într-o monosocietate ca aceea a lui Crusoe, ψ nu poate să conțină Y_s.*

[67] *J.M.Clark*, Teoria economică în epoca reajustării sociale, *American Economic Review, IX (1919), supl., p. 288-289.*

Scanned with OKEN Scanner

succes, prin "inteligență și șiretlicuri"[68]. Faptul că o societate nu poate rezista mult pe aceste baze este dovedit de apariția treptată a statului bunăstării. Și, ca să continuăm paralela, să observăm că statul bunăstării este un cartel autentic, cartelul unei societăți fărâmițate, având drept scop abordarea unei probleme față de care acțiunea izolată este ineficientă. Aceasta este *rațiunea de a fi* a tuturor cartelurilor. Totuși, cartelul unui stat al bunăstării este tot atât o instituție cât sunt modelele sociale ale comunităților țărănești.

IV. **Observații finale**

Deoarece unele concluzii ale argumentațiilor precedente au o influență directă asupra problemelor practice, considerăm că este util să le prezentăm împreună în această ultimă secțiune.

1. Schema nediferențiată a echilibrului general nu poate decât să ne abată atenția de la rolul mic pe care îl joacă timpul liber în economie. De exemplu, omul s-a străduit întotdeauna să descopere mijloace pentru a economisi forța de muncă, deoarece, pe termen lung, timpul liber este un *summum bonum* economic (și nu din alte motive). Pe termen scurt, pe de altă parte, timpul liber poate fi *nedorit* din punct de vedere economic. O economie avansată, ca aceea reprezentată în fig. 11.4(a), ar putea, la fel de bine, să aibă mai puțin timp liber decât o economie strict suprapopulată, fig. 11.4 (b). Și într-adevăr, călătorii din țările bunăstării deseori menționează cu reproș că oamenii din țările sărace își permit mai mult timp liber decât ei. Ei par să ignore faptul că în țările strict suprapopulate, oamenii nu au de ales: în acele țări, timpul liber le este impus de condițiile geo-istorice și nu este rezultatul unei șanse de a alege între mai mult timp liber și un mai mare venit real, așa cum se întâmplă în economiile avansate. Într-o economie strict suprapopulată, timpul liber nu este propriu-zis un bun economic, deoarece nu are altă utilitate decât ca timp liber. Valoarea acestuia nu poate fi atunci decât zero[69]. Trăsătura specifică

---

[68] *Citat după Mitrany,* Marx împotriva țăranului *(nota 17 de mai sus), p. 40.*

[69] *Altă dovadă că Marx á atribuit capitalismului caracteristici feudale este faptul că în teoria sa economică admite că puterea de muncă nu are nici o valoare de utilizare* pentru proprietarul său. *Cf. Karl Kautsky,* Doctrinele economice ale lui Karl Marx, *p. 60.*

Scanned with OKEN Scanner

a economiei strict suprapopulate, anume că timpul liber nu are nici o valoare, deşi forţa de muncă are un "preţ" pozitiv, are efect asupra definiţiei venitului naţional.

Se pare că Walras a fost primul economist care a introdus timpul liber în venitul naţional[70]. Dacă *x* este considerat *numerar* şi dacă *w* şi *r* reprezintă preţurile pentru *L* şi *T*, definiţia lui Walras pentru venitul naţional devine:

$$\varphi = x + wl + rt = wL_0 + rT_0 \,, \qquad (7)$$

în care *l*,*t* sunt cantităţile pentru *L*,*T*, *folosite în mod direct* de către consumatori. Importanţa economică a relaţiei (7) a mai fost subliniată de faimoasa afirmaţie a lui Barone privind economia bunăstării. Ca să ne amintim, această afirmaţie arată că pentru preţurile date pentru *L* şi *T*, bunăstarea optimă impune ca venitul naţional al lui Walras să fie maxim[71]. Rezultă că *dacă venitul naţional se va folosi ca indice al progresului economic*, singura sa definiţie raţională trebuie să fie cea de la (7). Dar argumentul lui Barone este valabil numai pentru o economie avansată, în care timpul liber este timpul alocat printr-o alegere de posibilitate şi în care preţul său este, în mod evident, identic cu acela al forţei de muncă. Totuşi, într-o economie strict populată, timpul liber are o valoare zero. Este normal să ne gândim la eliminarea lui din venitul naţional şi, de aceea, să îl definim pe acesta din urmă prin:

$$\varphi_1 = x + w(l - l_1) + rt = w(L_0 - l_1) + rT_0 \,; \qquad (7 \text{ bis})$$

în care l_1 reprezintă cantitatea de timp liber, iar $l - l_1$, cantitatea de servicii personale. Totuşi, chiar forţa de muncă corespunzătoare serviciilor personale nu are vreo întrebuinţare alternativă. Mai mult, în economiile suprapopulate *t* este de obicei neglijabil, deoarece aceste economii nu îşi pot permite terenuri de vânătoare, parcuri naţionale şi

---

[70] *Léon Walras*, Elemente de economie pură *(Homewood, Ill, 1954), p. 215, 379.*

[71] *Enrico Barone*, Il ministro della produzione nello stato collettivista, Giornale degli Economisti, *XX (1908), p. 268-293, 391-414. În lucrare se face trimitere la traducerea în limba engleză din* Planificarea economică colectivistă, *edit. F.A.von Hayek (Londra 1935), p. 245-290. Afirmaţia de mai sus se află la p. 253-257.*

Scanned with OKEN Scanner

altele de acest fel. Concluzia este că, într-o economie strict suprapopulată, indicele de progres cel mai rațional este produsul național *stricto sensu*. Vom folosi atunci:

$$\varphi_2 = X. \qquad (7 \text{ ter})$$

În faptul că într-o economie suprapopulată formula feudală duce la produsul național maxim, avem un echivalent al afirmației lui Barone: într-o astfel de economie, formula feudală garantează bunăstarea maximă.

Este curios că, în ciuda afirmației lui Barone, definiția curentă a venitului național din economiile avansate este aceea de la (*7bis*). Numai de curând, Simon Kuznets a propus revenirea la formula lui Walras dintr-un motiv care ne amintește de implicațiile teoretice ale teoremei lui Barone[72]. El remarcă just că prin excluderea timpului liber din venitul național putem omite un efect important al progresului tehnologic. Analiza precedentă duce la o concluzie și mai convingătoare: prin compararea ratei de dezvoltare economică a unei țări avansate și a uneia suprapopulate vom folosi în fiecare caz definiția corespunzătoare a venitului național[73]. Într-adevăr, numai pentru ultimele economii menționate se poate defini progresul economic ca o creștere a produsului net per capita.

2. Datele statistice obișnuite pot induce în eroare în cazul mărimii timpului liber din țările suprapopulate. Oricât ar părea de surprinzător, țările suprapopulate oferă cele mai mari rate de ocupare (*F/P*)[74]. Privind în ansamblu, reiese că în aceste țări este greu să găsești pe cineva fără lucru, deși aproape fiecare își pierde vremea. Paradoxul poate fi lămurit

---

[72] *Simon Kuznets,* Modificările pe termen lung ale venitului național al Statelor Unite ale Americii începând cu 1870, *în* Venit și bunăstare, *seria II, edit. Simon Kuznets (Cambridge, 1952), p. 63 și urm.*

[73] *Aceasta este deosebit de importantă pentru comparațiile curente dintre economiile est-europene și economiile avansate din Occident. Deoarece eu mă îndoiesc că în oricare dintre țările est-europene creșterea în T_0 a fost suficientă până acum față de creșterea populației pentru a elimina condițiile de suprapopulație.*

[74] *De exemplu, rata ocupării din România înainte de-al doilea război mondial era una dintre cele mai mari din lume,* Enciclopedia României, *I, p. 154.*

ușor. Existând forță de muncă în exces, fiecare se luptă ca să obțină o parte din produsul național. Aceasta duce la un model social care ar putea fi numit "împărțirea locului de muncă". Mai multe persoane au același loc de muncă care, din punct de vedere tehnic, necesită numai o persoană, dar fiecare insistă să fie considerat angajat cu normă întreagă, de teamă să nu îi fie contestată partea sa.

Această practică a fost deseori denunțată ca semn al ineficienței, dacă nu al nepăsării. Criticul a justificat, din punct de vedere științific, acest verdict pe baza principiului că o economie eficientă nu trebuie să plătească pentru un factor mai mult decât productivitatea sa marginală. Totuși, este clar că acest argument reprezintă o extrapolare nejustificată a legii valabile numai pentru economiile avansate. Într-adevăr, după cum am arătat, o economie suprapopulată nu funcționează eficient dacă unii lucrători nu câștigă mai mult decât propriul aport la producție.

Problema birocrației supradimensionate - o caracteristică sigură a suprapopulării - a fost și ea abordată dintr-o perspectivă eronată. Puține persoane interesate au înțeles că, în țările suprapopulate (și numai în acestea), birocrația supradimensionată este un fenomen economic normal. Folosind forța de muncă până la limita sa tehnică, nu se poate câștiga nimic de pe urma reducerii numărului funcționarilor publici sau particulari; o asemenea reducere poate crea numai probleme sociale. Multe țări suprapopulate merită să fie condamnate nu pentru că au o birocrație mare, ci fiindcă întreaga categorie a funcționarilor guvernamentali are un nivel de trai ridicat în mijlocul sărăciei. Fără îndoială, un nivel de trai prea ridicat pentru categoria funcționarilor guvernamentali împiedică dezvoltarea economică, deoarece reduce foarte mult puterea, deja limitată, de acumulare a capitalului în economie. Dacă, într-o economie avansată egalitatea nivelului de trai răspunde unui principiu etic, într-o țară suprapopulată reprezintă un imperativ economic.

3. Glosând asupra unor subtilități academice, putem considera dezvoltarea economică ca o deplasare în sus a curbelor productivității forței de muncă (figura 11.4). Lăsând la o parte cantitatea fabuloasă de ajutor străin, nici o economie nu poate să *salte* de la situația din fig. 11.4(b) la aceea din fig. 11.4(a). Cu alte cuvinte, este aproape sigur că, în evoluția sa, o economie strict suprapopulată trebuie să treacă printr-o fază similară cu aceea din fig. 11.4(c), adică printr-o fază în care categoria muncitorilor

Scanned with OKEN Scanner

nu are deloc timp liber. Această situație de șaisprezece ore pe zi și de șapte zile pe săptămână este bine cunoscută datorită descrierii ei în detaliu de literatura socialistă din secolul trecut[75]. După cum am arătat deja, Marx a considerat aceasta, în mod greșit, ca o caracteristică de bază a capitalismului. Capitalismul, înțeles ca un sistem economic reglat prin maximizarea profitului, putea exista cu adevărat numai după ce productivitatea marginală a forței de muncă ar fi ajuns la un nivel suficient de înalt, astfel încât să poată fi egală cu rata salariului. Dezvoltarea propriu-zisă a capitalismului a început numai după ce s-a consumat această fază. Creșterea timpului liber (nu timpul liber nedorit) al categoriei muncitorilor reprezintă trăsătura sa cea mai distinctivă. Cu alte cuvinte, săptămâna de patruzeci de ore este o instituție relativ nouă, iar ideea unei săptămâni de patru zile deja luată în considerare[76].

Strict vorbind, țările est-europene nu au cunoscut niciodată așa-numitul calvar al capitalismului. De la mijlocul secolului al XIX-lea, dacă nu mai înainte, aceste țări au început să resimtă impactul capitalismului occidental. Deși considerat, de obicei, un fenomen echivalent cu "calvarul capitalismului", impactul a reprezentat un proces esențial diferit. Un fapt evident este că economiile est-europene nu erau, încă, suficient de dezvoltate ca să înceapă calvarul. Adevărata poveste poate fi spusă în câteva cuvinte. Extinderea comerțului cu Occidentul a scos la iveală existența altor modele economice și, în același timp, i-a făcut pe proprietari să aibă noi dorințe și pe cei din sistemul birocrației să aibă noi ambiții. Datorită acestei influențe, *contractul social* feudal a început să

---

[75] *Chiar și în Statele Unite săptămâna medie de lucru era de șaptezeci de ore până în 1850. Fără îndoială, mai înainte fusese și mai mare. Interesant este și faptul că prima încercare de a limita munca copiilor sub 12 ani la zece ore pe zi a fost făcută de Comunitatea din Massachusetts în 1842. W.S.Woytinsky și colaboratorii,* Locurile de muncă și salariile în Statele Unite *(New York, 1956), p. 98. Cele zece ore pe zi nu au devenit un standard răspândit pentru ceilalți muncitori până în 1860. Philip S.Foner,* Istoria mișcării muncitorești din Statele Unite *(New York, 1947), p. 218; G.Gunton,* Bogăție și progres *(New York, 1887), p. 250-251.*

[76] *Marx nu a putut să înțeleagă că o posibilă sinteză a antitezei lui ar fi putut fi chiar aceasta. În schimb, el scria că "suprapopularea relativă devine cu atât mai vizibilă într-o țară anume, cu cât modul de producție capitalist este mai dezvoltat aici",* Capitalul, *vol.III, cap, XIV, sec.4, p. 277.*

Scanned with OKEN Scanner

slăbească. Numărul tot mai mare de proprietari au recurs la formula capitalistă de maximizare a rentei-profit, o schimbare care, chiar dacă nu a mărit partea ce le reveneau, avea avantajul eliberării lor de obligațiile tradiționale față de locuitorii satelor. Acest proces a culminat mai târziu cu nașterea absenteistului pur. Din acest punct de vedere, principalul beneficiar al eliberării șerbilor a fost proprietarul, nu țăranul. Acest lucru este valabil și pentru primele reforme agrare (1861 în Rusia, 1864 în România), care, de fapt, au sancționat separarea intereselor economice ale proprietarilor de cele ale țăranilor.

Acum, reglarea producției prin maximizarea profitului este, probabil, cel mai rău lucru care se poate întâmpla unei economii suprapopulate, deoarece aceasta ar mări timpul liber nedorit în timp ce ar diminua produsul național[77]. Desigur, noile tehnici importate au redus criza, dar nu au alinat și soarta țăranului. Aceasta este explicația faptului, deseori comentat, că, în Europa de Est, capitalismul a înrăutățit soarta țăranilor, în timp ce, în contrast izbitor cu aceasta a sporit prosperitatea altor sectoare. Această situație specifică țărilor rămase în urma capitalismului occidental a dus la apariția ideologiei agrariene. Iar această ideologie a rămas o filosofie regională, pe care Occidentul o consideră o curiozitate, deoarece, în dezvoltarea sa economică, el nu avusese o experiență similară[78].

4. În esență, principalele elemente ale doctrinei agrariene sunt:

(1) Datorită poziției lor geografice, unele comunități vor depinde mereu de agricultură, ca principală activitate economică. Și deoarece agricultura este o activitate esențial diferită de industrie, aceste comunități nu se pot dezvolta în direcții identice cu economiile industriale.

---

[77] *Kautsky,* Doctrine economice, *p. 235, recunoaște dificultățile create de adoptarea maximizării profitului, dar nu reușește să găsească explicația reală a procesului.*

[78] *Numai de curând au acceptat economiștii occidentali ideea agrarienilor că țările est-europene au suportat impactul modelelor străine, fără nici un folos pentru culturile proprii sau pentru situația lor. Cf.* Méthodes et problèmes de l'industrialisation des pays sous-développés, *Națiunile Unite (New York, 1955), p. 141.*

Scanned with OKEN Scanner

(2) Pentru țările cu o supraproducție agricolă, bunurile individuale ale țăranului și industria artizanală constituie cea mai bună politică economică.

Evoluția este condiționată de incertitudinea pură, iar ceea ce putem să facem noi când abordăm o problemă legată de evoluție este să ne încredem în evidențele existente, ca bază pentru întâmpinarea viitorului. În ceea ce privește aceste evidențe, am tratat pe larg respingerea istorică a legii concentrării în agricultură și diferențele specifice dintre activitățile industriale și agricole. Totuși, putem adăuga că nimic nu s-a întâmplat până acum care să pună la îndoială valabilitatea acestei analize și, prin urmare, primul punct al doctrinei agrariene. Mai mult, dezvoltarea economică a Danemarcei și Elveției, precum și a Germaniei și a Austriei demonstrează că agricultura poate să își asigure baza propriei sale dezvoltări economice. Pe lângă aceasta, atât antropologia, cât și istoria economică confirmă faptul că numai o producție alimentară substanțială (independentă de sursa sa) a condus la acumularea capitalului[79]. Celebra maximă a lui Quesnay funcționează în ambele sensuri: *riches paysans, riche royaume*. Logica ei este surprinzător de simplă: Robinson Crusoe nu putea să facă o seceră înainte ca Vineri să culeagă suficiente fructe pentru amândoi. "Industrializarea cu orice preț" nu sunt cuvinte ale înțelepciunii economice, cel puțin pentru țările agricole suprapopulate.

Al doilea punct al doctrinei agrariene are în vedere, în mod evident, folosirea a cât mai multă forță de muncă a producției, în măsura în care există. Acesta mai arată că agrarienii au fost primii care au intuit faptul că formele economice compatibile cu bunăstarea optimă nu sunt identice în orice condiții geo-istorice, *chiar dacă orizontul tehnologic este același*. Să ne amintim că noutatea reală a lucrării lui Barone, menționate mai sus, a fost dovada că economia dirijată a unui stat socialist trebuie să imite mecanismul capitalist, adică trebuie să adopte principiile teoriei productivității marginale, dacă dorește să obțină bunăstarea optimă. Totuși, nici Barone, nici alții după el nu au fost conștienți de o restricție importantă, și anume că principiile productivității marginale

[79] *V.Gordon Childe*, Evoluția socială *(New York, 1951), p. 22; Bruce F.Johnston*, Productivitatea agricolă și dezvoltarea economică în Japonia, Journal of Political Economy, *LIX (1951), p. 498.*

Scanned with OKEN Scanner

presupun existența unei economii avansate pentru a realiza bunăstarea optimă. Și astfel, numeroși scriitori se considerau în siguranță când foloseau în argumentele lor propoziția inversă: capitalismul și socialismul dirijat asigură cele mai bune sisteme de a crea o economie subdezvoltată. Și totuși, această afirmație este falsă, cel puțin pentru o economie suprapopulată.

În lumina celor de mai sus, intuiția care i-a făcut pe agrarieni să ajungă la o dublă negație - nici capitalism, nici socialism - s-a dovedit surprinzător de corectă. Dar atunci, care este schema teoretică a doctrinei agrariene? Fiindcă agrarienii nu prea s-au obosit cu schemele teoretice, nu ne putem aștepta decât la o explicație rațională *ex post* și prin aceasta să acceptăm riscul unei interpretări greșite a propriei lor rațiuni de a fi.

5. Argumentele prezentate în această lucrare au condus fără greș la concluzia că schema agrarienilor este formula feudală într-o nouă formă. Capitalismul - după cum am arătat - a pătruns în Europa de Est nu ca o etapă a dezvoltării economice, ci ca un rezultat al influenței culturale. În lumina dinamicii economice și a teoriei bunăstării pozitive, nu există nici o îndoială că aceasta a fost o mișcare în răspăr. Feudalismul a fost astfel înlăturat înainte ca respectivele economii să fi ajuns în faza calvarului capitalist, adică poarta *normală* către etapa avansată a dezvoltării economice. Numai un sistem bazat pe dijmă poate face o economie suprapopulată să depășească această fază.

Dar, din punct de vedere marxist, dispariția prematură a feudalismului a fost un pas în direcția bună, deoarece acesta a reprezentat realizarea mai rapidă a unui lucru inexorabil (probabil, un punct de vedere împărtășit și de mulți economiști standard). În ideologia agrariană putem, totuși, să găsim o poziție diferită, chiar mai hegeliană în spirit: nici o etapă a dezvoltării economice nu poate fi sărită. Mai precis: feudalismul nu poate să dispară înainte de a-și fi încheiat misiunea. Dacă este înlăturat în mod artificial, el va reveni într-o formă sau alta (împiedicând apariția holocaustului lui Malthus). În cazul unei asemenea alternative, singura atitudine logică este, atunci, planificare rațională a perpetuării feudalismului, astfel încât să funcționeze chiar mai bine. Politica reformelor agrare radicale din țările suprapopulate, prin care

Scanned with OKEN Scanner

capul familiei țărănești devine un întreprinzător feudal, corespunde exact acestei logici[80].

Acum apare o problemă foarte interesantă: căruia dintre cele două hegelianisme, cel agrar sau cel marxist, îi vine în sprijin istoria? Răspunsul trebuie căutat în ceea ce s-a întâmplat în țările suprapopulate după ce au căzut sub dominația comunistă. Din păcate, ceea ce cunoaștem noi despre cele întâmplate este incomplet. Deoarece formula productivității marginale nu poate funcționa eficient într-o economie suprapopulată, este corect să recunoaștem că nici un regim comunist nu ar folosi-o într-o asemenea situație. Dacă, totuși, ei folosesc o formulă echivalentă cu sistemul dijmei, agrarienii sunt pe deplin confirmați. Desigur, într-un regim comunist, distribuția venitului între guvern și "grupurile" care muncesc poate urma o formulă complet nouă. "De la fiecare după posibilități, fiecăruia după nevoi" nu are nici o valoare funcțională. Numai când vom afla schema teoretică a acestei formule din concepte concrete (productivitatea forței de muncă și oferta de forță de muncă) vom putea să răspundem mai complet la această întrebare.

6. Din întâmplare, istoria ne oferă dovezi și contradovezi privind impactul capitalismului. Consecințele decăderii premature a formulei feudale sunt cel mai bine ilustrate de situația economică a țăranului rus și a celui român, care, în termeni relativi, a continuat să se deterioreze timp de un secol înainte de primul război mondial. Puținele și timidele reforme agrare nu au putut să amelioreze situația, fapt reflectat de frecventele revolte țărănești, unele de o intensitate deosebită. O contradovadă este aceea a Ungariei, bine cunoscutul bastion al feudalismului. În comparație cu toți vecinii săi, afectați și ei de suprapopulare, Ungaria s-a impus datorită unei soarte mai bune a țăranilor (din majoritatea zonelor) și unei dezvoltări economice evidente în toate domeniile. În mare măsură, această diferență poate fi atribuită faptului că magnatul ungur nu a căzut sub influența formulei capitaliste, așa cum au făcut-o

---

[80] *Engels a recunoscut implicit meritul feudalismului, când, într-o scrisoare din 1892 (Marx, Engels,* Corespondență, *p. 501), menționa că "o revoluție agrară în Rusia îi va ruina atât pe proprietari cât și pe țărani", dar el a ignorat în mod evident faptul că majoritatea proprietarilor încetase de mult să urmeze formula feudală.*

Scanned with OKEN Scanner

cel polonez şi cel român pe scară mare[81]. Laudele aduse de apologeţii caracterului paternalist al feudalismului unguresc erau deseori argumente *pro domo sua*, dar nu erau complet lipsite de o bază reală. Existenţa sa netulburată, încheiată în 1945 de forţe extraeconomice, este încă o dovadă a acelui feudalism. Dar exact din cauza acestui progres, feudalismul unguresc încetase, cu mult înainte de 1945, să mai reprezinte o formulă economică necesară.

7. Intuiţia surprinzătoare a agrarienilor i-a trădat, totuşi, într-o chestiune importantă. Ei au putut să înţeleagă că, pentru a obţine producţia maximă cu cantităţile date de resurse, unitatea de producţie trebuie să aibă dimensiunea optimă. În consecinţă, ei nu au putut să prevadă pericolul determinării dimensiunii lotului ţăranului pe baza unor criterii extraeconiomice. Principiul "un lot pentru fiecare familie de ţărani" a condus, în mod normal, la o mărime sub cea optimă a unităţii de producţie. Şi aceasta a împiedicat cristalizarea capitalului existent în cea mai eficientă formă compatibilă cu raportul factorilor dominanţi şi cu tehnicile disponibile. Simptomul cert al acestei situaţii a fost excesul relativ de utilaje agricole. În România, de exemplu, înainte de reforma radicală din 1918 exista un plug la 26 acri; după reformă exista un plug la 15 acri[82]. Agrarienii şi-au descoperit eroarea numai *post partum*, şi când au făcut-o, era mult prea târziu. Fiindcă, cel puţin în Europa de Est, schimbările istorice de la începutul anilor '30 au împiedicat partidele agrariene să mai formeze guvernul.

---

[81] *Eliberarea mai timpurie de sub jugul economic al unei puteri străine constituie, aproape sigur, un alt factor important al acestei diferenţe. Dar exploatarea minorităţilor naţionale, pentru care Ungaria a fixat o paradigmă, nu putea fi un element foarte important, deoarece chiar soarta acestor minorităţi s-a îmbunătăţit într-o anumită măsură. Trebuie să mai reţinem că, până la dezmembrarea ei în 1918, Ungaria avea o densitate agricolă aproape la fel de mare ca aceea din Polonia, România, Iugoslavia sau Bulgaria; aceasta se poate vedea pe harta lui Moore,* Demografia economică *(citată în nota 32 de mai sus), p. 73.*

[82] *Vezi Georgescu-Roegen, "Inventarul agricol",* Enciclopedia României, *III, p. 339. Exemplele de forme "ineficiente" de capital erau destul de frecvente. Ca să mai menţionăm încă unul: vacile reprezentau mai puţin de 70 la sută din întregul şeptel. Aceasta era o consecinţă a faptului că fiecare lot avea nevoie de o pereche de boi pentru tracţiune, în timp ce numai puţini îşi puteau permite să întreţină mai mult de două animale.*

Scanned with OKEN Scanner

Faptele menționate nu justifică prejudecata guvernelor staliniste, care favorizau fermele mari și puternic mecanizate de tip nord-americane. Această prejudecată păcătuiește invers: ea duce la o dimensiune cu mult mai mare decât cea optimă, compatibilă cu suprapopulația, și, de aceea, folosește ineficient forța de muncă[83].

8. Deși erau teoreticieni slabi, agrarienii nu au pierdut din vedere cel mai elementar principiu al dezvoltării economice conform căruia nici un factor nu trebuie să rămână neutilizat în mod *nenecesar.* În economiile suprapopulate, acest lucru ar putea însemna folosirea forței de muncă chiar până acolo unde productivitatea sa marginală devine zero. Din punctul de vedere al economiei bunăstării pozitive nu putem face altceva decât să acceptăm acest principiu. Totuși, întrebarea este dacă putem să îl respectăm întotdeauna în practică. O fermă mică, un atelier mic pot fi ușor conduse de o familie sau de o cooperativă adevărată și, astfel, conformându-se formulei feudale. Pe de altă parte, multe produse curente pot fi realizate numai de fabrici mari. Iar unitățile de producție mari, care necesită mulți angajați între care nu există alte legături decât faptul că lucrează împreună, acceptă cu greu formula feudală, dacă, totuși, acest lucru se întâmplă. În primul rând este greu de înțeles cum un director ar putea folosi forța de muncă dincolo de punctul în care productivitatea marginală este egală cu rata salariului și totuși să poată dovedi eficiența felului său de a conduce. În al doilea rând, odată acceptat principiul că cineva poate să câștige mai mult decât aportul său la producție, problema îndeplinirii sarcinilor de fiecare devine una dificilă. Prin continuitatea și caracterul închis al satului, aceste probleme sunt ușor de rezolvat prin apariția modelelor culturale în care pierderea timpului este unul dintre cele mai mari păcate[84]. Acolo, eficiența nu are nevoie de contabilizare pentru a fi recunoscută.

---

[83] *Calvin B. Hoover,* The Economic Life of Soviet Russia *(New York, 1932), p. 88, vorbește de ferme care au de zece ori mai mulți muncitori și de două ori mai multe utilaje decât o fermă de mărime egală din Statele Unite. Vezi și Warriner,* Economics of Peasant Farming *(citat în nota 34 de mai sus), p. 169.*

[84] *Unele societăți primitive - ni se spune - țin munca la atât de mare preț încât produc mai mult decât au nevoie, distrugând apoi surplusul. Vezi Richard Thurnwald,* Economia în societățile primitive *(Londra, 1932), p. 209.*

Falsa problemă a reconcilierii condițiilor impuse de tehnologia modernă cu principiul bunăstării economice nu este un motiv ca să îl desconsiderăm pe acesta din urmă. În orice țară suprapopulată, cel puțin există numeroase sectoare care fie prin natura lor, fie prin tradiție permit folosirea forței de muncă după formula feudală. Agricultura, aproape peste tot, intră în această categorie[85]. Ar fi o dovadă de proastă economie dacă s-ar modifica structura producției unui asemenea sector din cauza unei dorințe de dezvoltare neadecvată. Nimeni nu va pune la îndoială adevărul că instituțiile țărănești și industria modernă nu se potrivesc, dar ar fi o greșeală și mai mare dacă am sacrifica toate aceste instituții pe altarul acestui adevăr. Și dacă e nevoie de un țap ispășitor pentru politicile economice neadecvate, ar trebui găsit unul care să coste mai puțin. Multe dintre aceste instituții vor fi încă necesare dacă se dorește cea mai mare producție din partea sectoarelor care vin în sprijinul dezvoltării economice. Pe lângă aceasta, iconoclastul poate ajunge să regrete graba sa, fiindcă nu trebuie să fim surprinși deloc dacă lupta dusă de regimurile comuniste împotriva "spiritului burghez"[86] urmărește, de fapt, crearea "omului socialist" cu un comportament de țăran.

9. A admite că un proces care stimulează progresul economiilor avansate aduce, în mod obligatoriu, un profit și unei economii supra-populate este o extrapolare nejustificată. Literatura tot mai vastă a dezvoltării economice abundă, totuși, în asemenea extrapolări, Probabil, cea mai evidentă este folosirea principiilor productivității marginale pentru formularea politicilor economice ale economiilor subdezvoltate[87].

---

[85] *Prin distrugerea loturilor țăranilor și prin înlocuirea lor cu* colhozuri *funcționând pe baze contabile, stalinismul a făcut, în mod cert, o afacere păguboasă cu principiul bunăstării de bază. O formă de producție cu adevărat cooperatistă a unităților de mărimea optimă, cu* proprietatea produsului *și dijma plătită în natură guvernului, ar fi, de departe, cea mai bună soluție pentru bunăstare. Titoismul pare că a înțeles eroarea stalinismului, când a renunțat la colectivizare.*

[86] *Vezi rezoluția din 1931 a Congresului muncitorilor din întreaga Rusie, prezentată în* Raportul Comitetului ad-hoc privind munca forțată, *Națiunile Unite, I.L.O. (Geneva), 1953, p. 456-457.*

[87] *Datorită importanței deosebite a problemei țărilor subdezvoltate pentru întreaga lume, consecințele acestor extrapolări ar putea să le depășească pe acelea simple ale licențelor pe care și le iau academicienii. Cu atât mai mult cu*

Scanned with OKEN Scanner

Dar numai puține dintre aceste economii nu suferă din cauza suprapopulării. O caracteristică evidentă a țărilor suprapopulate este aceea că întreprinderile care funcționează după formula feudală există alături de altele conduse după regulile capitalismului. În asemenea situații, liniile prețurilor nu sunt tangente la izocuantele fiecărui sector și, de aceea, chiar izocuantele nu sunt tangente una față de alta. Acest lucru se observă ușor în fig. 11.5(b), care reprezintă o economie în care X_1 este produs după formula feudală și X_2 după regulile capitaliste[88]. Linia prețurilor *PP* este tangentă în *M'* numai la izocuanta X_2. (Și numai muncitorii X_2 au *salarii*.)Desigur, *M'* nu îndeplinește condiția elementară a bunăstării pozitive. Totuși, cauza nu este faptul că produsul național ar fi, în mod sigur, mai mare în *M"* decât în *M'*, ci faptul că bunăstarea optimă este reprezentată de *M*, unde ocuparea forței de muncă este maximă; vezi fig. 11.5(a). Un fapt important este acela că nici *M* și nici *M"* nu se pot obține dacă industria X_2 funcționează după formula capitalistă, deoarece, în ambele situații, productivitatea forței de muncă ajunge sub minimul de trai.

Dar aceasta nu înseamnă totul: linia prețurilor ar putea să nu fie tangentă nici la izocuanta X_2. Fiindcă, spre deosebire de ceea ce s-a întâmplat în Occident în etapa inițială a industrializării, orașele țărilor suprapopulate au crescut până la dimensiuni nesănătoase din cauza imigrării continue a populației rurale. Exodul rural aduce în orașe nu numai un surplus enorm de forță de muncă, ci și virusul spiritului economic feudal, la care nici un sector nu rămâne imun. Presiunea socială exercitată de oamenii care caută un angajament pentru timpul lor liber

---

cât sursa este o înaltă autoritate - Națiunile Unite. În Măsuri pentru dezvoltarea economică a țărilor subdezvoltate *(New York, 1951), p. 49, Națiunile Unite îndeamnă la folosirea principiului productivității marginale care - se plânge - "este frecvent ignorată în practică".*

[88] *Această schemă nu este o simplă născocire teoretică. Ea corespunde, de fapt, acelor economii cu o mare densitate a populației rurale care trăiește pe baza lotului familial și alături de o industrie care funcționează, mai mult sau mai puțin, după formula capitalistă. Bulgaria, România și Iugoslavia - ca să menționez numai cazurile care îmi sunt foarte familiare - se aflau exact în această situație înainte de apariția comunismului. Tocmai datorită faptului că agricultura se lasă ușor condusă după formula feudală, "prea mulți țărani" este un fenomen general, nu unul specific economiilor suprapopulate.*

Scanned with OKEN Scanner

fără nici o valoare este atât de nestăvilit, încât şi cel mai convins, "marginalist" dintre întreprinzători trebuie să recurgă la aceasta şi să angajeze mai mulţi oameni decât ar face după propriile sale reguli. În aceste situaţii, preţurile factorilor dominanţi ar putea fi proporţionale cu orice, dar nu şi cu productivităţile marginale corespunzătoare. A calcula suma de bani echivalentă cu productivitatea marginală a unei investiţii pe baza preţurilor dominante este un nonsens. Criteriile de prioritate a investiţiilor care au la bază rezultatele unui asemenea calcul nu au nici un fundament. Şi mai rău: aceste criterii indică direcţia greşită. Într-adevăr, exceptând corecţia economiilor externe, aceste criterii sunt identice cu cele folosite de investitorul particular. Iar rezultatul unei investiţii particulare constituie un paradox bine cunoscut: deşi metodele consumatoare de forţă de muncă sunt singurele indicate pentru ţările suprapopulate, industriile create aici au fost, în general, capital-intensive. Explicaţia este evidentă: într-o ţară suprapopulată, raportul dintre salarii şi preţul altor factori este mai mare decât raportul dintre productivităţile marginale corespunzătoare.

Dezvoltarea economică nu înseamnă numai creştere, pur şi simplu; în primul rând, aceasta înseamnă un proces care stimulează creşterea. Investiţia în industrii capital-intensive este o măsură greşită în cazul ţărilor suprapopulate, nu pentru că nu determină creşterea - pentru că în general face acest lucru - ci pentru că ele nu susţin creşterea. Forţa de a susţine creşterea este, atunci, singurul criteriu valabil pentru investiţiile în ţările subdezvoltate. Principiile productivităţii marginale nu prea reflectă acest criteriu. Chiar şi pentru un sistem capitalist, acestea nu pot explica mai mult decât distribuţia prin alocare.

Calea urmată de Occident pentru dezvoltarea economică nu poate ajuta să stabilim politica de dezvoltare a acelor zone care au rămas în urmă. Dar nu ne poate arăta calea în care *se* face. Este evident că pe această cale nu putem spera să urmăm acelaşi traseu ca Occidentul. Ne va lua prea mult ca să ne atingem scopul. Dar şi mai important: nici nu ar fi fezabil, deoarece posibilităţile pe care le-a avut Occidentul cândva nu pot fi reproduse. Distincţia esenţială dintre procesul istoric şi cel dinamic nu trebuie să fie reexaminată aici. Dar, în fond, pentru aceasta s-au certat marxiştii cu agrarienii. Putem noi, adepţii teoriei standard, să învăţam ceva din această dispută?

Scanned with OKEN Scanner

12

Dovezile matematice ale prăbuşirii capitalismului

Vechea teză marxistă a dispariţiei capitalismului de la sine este bine cunoscută. Mai ştim că printre argumentele care vin în sprijinul acestei teze, un loc important îl ocupă tema inadecvării procesului de acumulare la sistemul capitalist. În ultimul timp, unii marxişti au încercat să alăture acestui argument prestigiul demonstraţiei matematice. Se pare că prima încercare în acest sens a fost făcută de Otto Bauer în 1936. Mai recent, Paul Sweezy a îmbunătăţit modelul lui Bauer şi a oferit o demonstraţie mai elaborată[1]. Totuşi, şi această versiune îmbunătăţită începe cu mari erori matematice care invalidează complet demonstraţia. Prezenţa acestor erori a fost subliniată de Domar.[2] Dar nici Domar nu pare să fi înţeles exact unde se află erorile. Mai mult, în soluţia sa refăcută, el foloseşte o schemă a acumulării complet diferită de aceea a analizei marxiste. Astfel, ne confruntăm în continuare cu problema dacă concluziile prezentate de Bauer-Sweezy rezultă sau nu, în mod riguros, din ipotezele marxiste privind funcţionarea sistemului capitalist[3].

Notă: Această lucrare s-a retipărit cu amabilitatea editorului publicaţiei Econometrica, *XXVIII (1960). p. 225-243.*

[1] *Paul M.Sweezy,* Teoria dezvoltării capitaliste *(New York, 1942), anexa la capitolul X, p. 186-189.*

[2] *Evsey D.Domar,* Problema acumulării capitalului, *American Economic Review, XXXVIII (1948), p. 792-793.*

[3] *Paul M. Sweezy, în* Replică adresată criticilor, *retipărită în* Prezentul ca istorie *(New York, 1953), p. 352-362, observă corect că, în schema îmbunătăţită a lui Domar, problema subconsumului - adică chiar baza analizei făcute de Bauer-Sweezy - "dispare pur şi simplu". În acelaşi articol (p. 354-360), Sweezy, reflectând asupra anexei matematice (citate în nota 1), afirmă că a fost un eşec, deoarece a încercat să abordeze factorul de consum fără a folosi schema pe sectoare a lui Marx. Fără îndoială, un model globalizant nu poate să reflecte*

Scanned with OKEN Scanner

Numai aceste fapt este suficient pentru a justifica interesul pentru verificarea argumentului, chiar dacă problema acumulării capitalului nu s-ar afla în centrul preocupărilor economiştilor teoreticieni şi ale consilierilor politici.

O astfel de verificare trebuie să stabilească, înainte de toate, dacă modelul matematic folosit pentru argumentul respectiv reprezintă o redare corectă a schemei marxiste pentru reproducţia lărgită. Nu va dura prea mult ca să ne dăm seama că modelul folosit de Sweezy în anexa matematică menţionată (în nota 1) nu corespunde deloc cu descrierea verbală a schemei, aşa cum este prezentată în anexă, ca şi în alte părţi ale aceleiaşi lucrări. Dincolo de aceasta, este mai normal ca analiza să înceapă cu revizuirea argumentului pe baza unui model matematic conform schemei marxiste. Dificultatea reală a analizei aici se află. Oricât de surprinzător ar părea, schema marxistă a reproducţiei lărgite nu poate fi reprezentată printr-un model corect din punct de vedere *matematic*. Într-adevăr, după cum vom vedea la momentul potrivit, această schemă nu respectă cel mai elementar principiu, acela al omogenităţii dimensionale[4]. Verificarea argumentului prezentat de Bauer-Sweezy s-ar fi putut termina, prin urmare, în această notă pesimistă. Există, totuşi, un procedeu mai bun: să se elaboreze mai întâi o schemă fără contradicţiile dimensionale, dar incluzând cât mai multe puncte esenţiale posibile din raţionamentul marxist şi, apoi, să se constate dacă noul model dinamic duce la concluziile stabilite de Bauer-Sweezy. Acesta este lucrul pe care mi l-am propus în această lucrare. Deşi sunt conştient că revizuirea schemei marxiste atrage anatema marxistă, sper ca rezultatele de aici vor fi utile în două privinţe: pentru evaluarea argumentelor privind inadecvarea acumulării capitaliste şi pentru expunerea simplă a dificultăţilor de logică pură existente în formularea marxistă a reproducţiei lărgite.

---

unele probleme pe care numai o schemă a echilibrului general - chiar şi redusă la numai două sectoare - le poate indica. Dar, aşa cum sper să demonstreze, nu acesta este motivul pentru care argumentul din anexă nu îşi atinge scopul. Blamând pentru aceasta modelul globalizant, Sweezy se situează, implicit, pe poziţia că teoria sa privind subconsumul este substanţial corectă.

[4] *Deoarece nu pare să existe vreun dezacord între marxişti înşişi în privinţa interpretării corecte a analizei lui Marx privind reproducţia lărgită, este necesar să adăugăm că afirmaţia de mai sus se referă la prezentarea făcută de Sweezy. Totuşi, nu există nimic care să contrazică faptul că această prezentare este una ortodoxă.*

Scanned with OKEN Scanner

I. Un model dinamic de capitalism

La început, câteva cuvinte despre notații. Deși acestea ar putea contrazice multe notații convenționale din analiza venitului, propunem să rezervăm majusculele pentru denumirea *stocurilor* și literele mici pentru denumirea *fluxurilor*. Prin această metodă, sperăm să păstrăm diferența dintre cele două concepte care apar mereu și să facem posibilă o verificare rapidă a omogenității dimensionale a tuturor formulelor.

Să discutăm acum despre sistemul dinamic pe care îl vom considera sistemul (S). Definim mai întâi venitul național net, *y*, prin relația standard:

(I) $$y = c + a$$

în care *c* reprezintă consumul domestic și *a*, acumularea netă. Venitul național net revine categoriei muncitorilor sub formă de salarii, *w*, iar categoriei capitaliștilor, sub formă de plusvaloare, *s*, adică:

(II) $$y = w + s.$$

Urmărindu-l pe Marx, vom admite că numai categoria capitaliștilor acumulează; de aceea:

(III) $$s = l + a$$

în care *l* reprezintă consumul casnic al capitaliștilor. Acumularea, la rândul ei, se divide în două părți:

(IV) $$a = v + k$$

în care *v* reprezintă creșterea capitalului variabil, *v* și *k*, creșterea capitalului constant, *k*. Prin capital variabil înțelegem stocul de mijloace de trai necesare întreținerii categoriei muncitorilor, iar prin capital constant, stocul de mijloace de producție în sens strict. Termenii sunt marxiști, dar distincția dintre *v* și *k* se poate face independent de economia marxistă.

Ca în orice economie, trebuie să avem anumite relații tehnice între factorii de producție, pe de o parte, și producție, pe de altă parte. Și aici vom urma modul de gândire marxist și vom admite că singura relație pur tehnică este proporționalitatea dintre *k* și producția de bunuri ale consumatorilor:

Scanned with OKEN Scanner

(V) $$K = \lambda(w + l + v).$$

După cum ne arată Sweezy[5], această relaţie este echivalentă cu "principiul acceleraţiei".

Conformându-ne mereu aceluiaşi mod de gândire, vom admite că o relaţie tehnică (în sens larg) există între salarii şi capitalul variabil:

$$V = \mu w.$$

Această relaţie nu este altceva decât o formulare corectă din punct de vedere dimensional a teoriei avute în vedere de conceptul marxist de capital variabil[6].

Trebuie să subliniem că atât λ, cât şi μ sunt constante *dimensionale* de aceeaşi dimensiune ca şi t (timpul). Prin urmare, valorile lor depind de alegerea unităţii de timp. Fie λ, fie μ pot fi făcuţi egali cu unitatea printr-o alegere corespunzătoare a unităţii de timp. Dacă această unitate este aleasă astfel încât $\mu = 1$, avem:

(VI) $$V = w.$$[7]

Este foarte important de observat că *nu este presupusă nici o relaţie explicită între producţie şi statul de plată (adică, forţa de muncă), deoarece, conform modului de gândire marxist, ultimul este determinat numai de comportamentul capitaliştilor.*

---

[5] *Sweezy*, Teoria, *p. 187. Vezi şi p. 182.*

[6] *Această afirmaţie trebuie comparată cu aceea a lui J.Steindl*, Maturitatea şi stagnarea capitalismului american *(Oxford, 1952), p.243, nota 3, care susţine că "bătrânul monstru, doctrina privind fondul pentru salarii, pe care Marx l-a omorât printr-un atac strălucitor, [l-a permis totuşi ca fantomă], să îi încurce terminologia". Mărturisesc că nu pot să înţeleg cum putem păstra noţiunea de capital variabil - aşa cum a fost concepută şi folosită de Marx - şi să scoatem "acea fosilă" din economia marxistă.*

[7] *O particularitate a sistemului lui Marx este aceea care admite că λ şi μ pot fi făcute egale cu unitatea simultan, ceea ce îl face să scrie $K + V + s$ pentru valoarea totală. Totuşi, în această formulă nu există nici o încălcare a principiului omogenităţii dimensionale, deoarece K şi V se multiplică cu $1/\lambda$, $1/\mu$ a căror valoare numerică se întâmplă să fie unitatea.*

Scanned with OKEN Scanner

Acum revenim la acest comportament. După economia marxistă, "caracteristica fundamentală a capitalismului este aceea că o parte tot mai mare din plusvaloare tinde spre acumulare, iar o parte tot mai mare din acumulare tinde spre investiţii[8]. Prin urmare, comportamentul capitaliştilor poate fi exprimat prin următoarele relaţii:

$$\text{(VII)} \qquad a = a(s), \qquad \frac{da}{ds} > 0, \qquad \frac{d}{ds}\left(\frac{a}{s}\right) > 0,$$

şi

$$\text{(VIII)} \qquad k = k(a), \qquad \frac{dk}{da} > 0, \qquad \frac{d}{da}\left(\frac{k}{a}\right) > 0.$$

Aceste relaţii presupun faptul că $a(s)$ şi $k(a)$ are o primă derivată în orice loc. Nu este necesar să admitem că aceleaşi funcţii au şi a doua derivată. Dar, ca să fim realişti, trebuie să admitem că $a(s)$ şi $k(a)$ sunt funcţii *line* şi acest lucru cere ca ele să aibă cel puţin a doua derivată, la stânga şi la dreapta, în orice loc[9]. Noi ştim că, în acest caz, punctele în care $a(s)$ şi $k(a)$ nu au a doua derivată sunt izolate.

În final, trebuie să adăugăm relaţiile:

$$\text{(IX)} \qquad \frac{dV}{dt} = v, \qquad \frac{dK}{dt} = k.$$

Sistemul (S) presupune, atunci, zece necunoscute: V, K, y, c, a, w, s, I, v, k, şi zece relaţii: (I) - (IX). În acest caz particular putem face ceva mai mult decât să comparăm numărul de necunoscute cu acela al ecuaţiilor. Din (III), (IV), (VII) şi (VIII) obţinem funcţiile inverse

$$I = I(k), \qquad v = v(k) \qquad (1)$$

şi din (V), (VI) şi (IX):

$$k = \lambda v + \lambda\left(\frac{dv}{dk} + \frac{dI}{dk}\right)\frac{dk}{dt}. \qquad (2)$$

---

[8] *Sweezy*, Teoria, *p.187; de asemenea p. 181.*

[9] *Pentru ilustrare:* $y = x^3/|x|$ *este o funcţie lină fără a doua derivată pentru* $x = 0$. *Totuşi, pentru* $x = 0$, *a doua derivată la stânga este -1, iar la dreapta +1.*

Scanned with OKEN Scanner

Ecuațiile diferențiale determină $k(t)$. Celelalte funcții necunoscute ale sistemului dinamic sunt determinări obținute atunci din alte ecuații prin operații directe.

Există două caracteristici ale (S) care îl fac să difere de schema marxistă a reproducției lărgite. Din motivele deja expuse, vom considera prezentarea făcută de Sweezy drept bază de comparație.

Prima diferență ține de structura plusvalorii. Conform (III) și (IV), pentru (S) avem:

$$s = l + v + k, \tag{3}$$

iar în schema marxistă

$$\bar{s} = l + v + k + \frac{dl}{dt}. \tag{3bis}$$

Într-adevăr, explicația lui Sweezy de la acest punct dorește să elimine neînțelegerea. Ni se spune în termeni foarte explicativi că plusvaloarea constă din *patru* părți, care, prin notații comparative, devin: 1) S_{ac}, corespunzând lui k din cazul nostru; 2) S_{av}, corespunzând lui v al nostru; 3) S_c, corespunzând lui l al nostru și 4) $S_{\Delta c}$, creșterea lui l însuși, adică dl/dt.[10] Mai mult, Sweezy l-a criticat violent pe N.Bukharin (reputatul teoretician marxist lichidat în timpul marii epurări din anii '30), pentru că a folosit (3) în loc de (3 bis) când a prezentat schema reproducției lărgite. După același autor, omiterea termenului dl/dt din analiza plusvalorii dovedește că Bukharin a fost "incapabil să își imagineze o creștere a consumului capitaliștilor"[11]. Totuși, este evident că absența lui dl/dt din (3) nu înseamnă că l este, în mod necesar, o constantă, deoarece l, ca toate celelalte variabile ale sistemului, este determinată de toate ecuațiile împreună, nu de o singură relație.

Dimpotrivă, formula (3bis) este absurdă, nu din *punct de vedere economic*, ci într-un sens independent de orice interpretare materială a lui. Într-adevăr, (3bis) încalcă principiul omogenității dimensionale, care este esențial, un principiu aritmetic. Atât timp cât literele din această formulă reprezintă concepte materiale măsurabile, și nu niște idealuri

[10] *Sweezy*, Teoria, *p. 163, reluat la p. 181.*
[11] *Ibid., p. 164 n.*

Scanned with OKEN Scanner

hegeliene, *I* şi *dI/dt* nu pot fi adunate, cum nu pot fi costul *total* şi cel *mediu*, de exemplu. Sper că voi fi iertat că pun accentul pe ceva elementar care a fost, după cum ştim, sursa multor erori economice. Acest lucru a părut necesar pentru a ajunge la fondul dificultăţilor create de traducerea schemei marxiste într-un model corect din punct de vedere aritmetic. Incongruenţa aritmetică din (3 bis) nu este accidentală, ci reflectă un aspect vital al economiei marxiste. Şi acest aspect reflectă noţiunea conform căreia *un flux material poate fi sursa propriei sale creşteri*.

Această situaţie are legătură şi cu al doilea punct al diferenţei dintre (S) şi schema reproducţiei lărgite. Pentru (S), din (II) - (IV) şi (VI) obţinem:

$$y = V + s = V + I + v + k \qquad (4)$$

iar în dinamica marxistă

$$\bar{y} = V + v + \bar{s} = V + I + 2v + k + \frac{dI}{dt}. \qquad (4\text{ bis})$$

[12]

Şi de această dată, suntem avertizaţi împotriva unei "grabe nejustificate" care ar putea conduce la confundarea conceptului de venit naţional cu formula (4).[13]

Modelul de a raţiona din (4bis) nu este, totuşi, tot atât de simplu şi de clar ca în cazul (3 bis). Mai întâi, creşterea *fluxului v* se adaugă la stocul *V* în aceeaşi perioadă în care se realizează fluxul. Apoi, stocul *V + v* se foloseşte ca bază pentru a face statul de plată să fie egal cu *V + v*. Iată cum se ajunge ca (4 bis) să conţină încă un v faţă de (4). În fond, aceasta înseamnă că fluxul *v* poate fi atât *consumat*, cât şi transferat perioadei următoare sub forma *creşterii* unui stoc sau, cu alte cuvinte, că "o creştere a capitalului variabil reprezintă o sursă pentru

---

[12] *Ibid., p. 63. În termeni matematici explicaţi, formula este dată în anexa A prezentată de Sweezy (p. 373 împreună cu p. 368n). Această anexă este redactată de Shigeto Tsuru, dar Sweezy se referă la ea pentru orice problemă care priveşte conţinutul venitului naţional.*

[13] *Ibid., p. 248 n, p. 371 et passim.*

Scanned with OKEN Scanner

acumulare şi, *în acelaşi timp*, înseamnă o creştere a consumului"[14]. În termeni expliciţi, aceasta înseamnă că:

$$a = v + k \quad \text{şi} \quad \bar{c} = V + v + l + \frac{dl}{dt} \ .^{15} \tag{5}$$

Deoarece practica marxistă nu vede nimic rău în adăugarea la un flux a propriei creşteri dinamice chiar în timpul în care această creştere se realizează, este greu de înţeles de ce plusvaloarea să nu fie dată de:

$$\bar{\bar{s}} = l + \frac{dl}{dt} + v + \frac{dv}{dt} + k + \frac{dk}{dt}. \tag{3ter}$$

Şi aceasta, pentru că cineva ar putea susţine că în orice perioadă de timp plusvaloarea se divide în şase părţi: valoarea lui *l* plus creşterea sa şi aşa mai departe[16]. De fapt, odată ce principiul omogenităţii dimensionale este respins, nu există nici un motiv să mai continuăm să adăugăm creşterile creşterilor creşterilor ...

Dar dificultatea, dacă nu chiar imposibilitatea reprezentării schemei marxiste a reproducţiei lărgite printr-un model matematic, poate fi ilustrată mai concret. Să presupunem că un asemenea model a fost elaborat şi că sistemul corespunzător a fost rezolvat cu toate cele zece funcţii necunoscute. Să mai presupunem că soluţia este $l = A + Bt$, de exemplu. Dacă, acum, la întrebarea "Care este valoarea fluxului consumului capitaliştilor în $t = t_0$?" se răspunde că este $A + Bt_0$, atunci, conform raţionamentului marxist, răspunsul este greşit, pentru că răspunsul nu include "creşterea" dl/dt, care este B. Dacă răspunsul indică o valoare a fluxului $A + B + Bt_0$, atunci, logic, rezultă că $l = A + Bt$ nu reprezintă consumul capitaliştilor. Atunci, ce reprezintă aceasta? Şi dacă spunem că consumul capitaliştilor este dat de $A + B + Bt$, ce facem cu termenul dl/dt din (3 bis)? Dacă îl eliminăm, ne îndepărtăm de

---

[14] *Ibid., p. 222.*

[15] *Cf. p.372, Ibid. Justificarea lui Tsuru pentru dubla contabilizare a lui v în (4bis) este foarte instructivă: dubla contabilizare este rezultatul normal a trei "metamorfoze" ale banilor, indiferent de ceea ce înseamnă acest lucru.*

[16] *Pentru a fi siguri, avem*

$$s(t + \Delta t) = s(t) + \Delta l + \Delta v + \Delta k,$$

dar, evident, nu aceasta vor să indice (3^{bis}) şi (4^{bis}).

Scanned with OKEN Scanner

raționamentul marxist; dacă îl menținem, nu vom cunoaște niciodată consumul capitaliștilor[17].

În final, să reținem că ideea că un flux *material* poate fi sursa propriei sale creșteri este totuna cu convingerea că există nu numai o mișcare perpetuă, ci și o mișcare *accelerată* perpetuă. Dar dacă un flux nu poate fi sursa propriei sale creșteri, ne putem întreba care este sursa creșterii economice? Răspunsul la această enigmă aparentă nu este dificil de dat. Deoarece economia umană nu este un sistem izolat, creșterea economică este rezultatul unei preluări continue din alte stocuri: stocurile de zăcăminte naturale, de energie liberă sub diferite forme și, înainte de toate, energia specifică care se acumulează în organismele vii. *Procesul* economic constă exact în aceste preluări. Desigur, acest *proces* crește fără o scădere compensatorie din altceva, exact cum entropia fizică crește fără o reducere a energiei totale din univers. Numai în acest sens se poate spune că *procesul* economic este hegelian, adică conține sursa propriei dezvoltări. Dar elementele *materiale* care iau parte la acest proces trebuie să se supună legilor universale ale materiei și energiei.

II. Argumentul imperfecțiunii acumulării capitaliste

Am arătat deja că demonstrația matematică Bauer-Sweezy privind imperfecțiunea acumulării capitaliste folosește un model diferit de schema marxistă a reproducției lărgite. Dar modelul are o lipsă mai generală. Într-adevăr, demonstrația pornește de la definirea venitului național prin formula:

$$y^* = w^* + I^* + k\,; \tag{6}$$

În absența unei declarații explicite din partea lui Sweezy, este normal să admitem că el are în vedere practica adăugării fluxurilor de creștere corespunzătoare atât la salarii, cât și la consumul capitaliștilor, adică:

$$w^* = V + v, \qquad I^* = I + \frac{dI}{dt}. \tag{7}$$

[17] *Același observații se aplică și la soluția $V = V(t)$.*

Scanned with OKEN Scanner

Cu aceasta, (6) devine

$$y^* = \bar{y} - v. \tag{8}$$

Dacă, totuşi *w* şi *I* au semnificaţia lor obişnuită:

$$y^* = y - v. \tag{8bis}$$

Astfel, se observă că, indiferent de interpretare, marxistă sau nu, (6) nu reuşeşte să includă acumularea capitalului variabil în venitul naţional[18].

A doua observaţie asupra argumentului adus de Bauer-Sweezy are în vedere impreciziile matematice la care ne-am referit în introducerea acestei lucrări. Sweezy afirmă[19] că din "caracteristica fundamentală a capitalismului", adică din (VII) şi (VIII) rezultă:

$$0 < \frac{dw^*}{dk} < 1, \qquad \frac{d^2w^*}{dk^2} < 0, \tag{9a}$$

$$0 < \frac{dI^*}{dk} < 1, \qquad \frac{d^2I^*}{dk^2} < 0. \tag{9b}$$

[18] *Acesta pare locul potrivit să fac cunoscută poziţia lui Steindl din* Maturitate şi stagnare, *p. 246, nota 3, care dacă ar fi valabilă, ar răsturna toată argumentaţia de până aici. Steindl aduce obiecţii analizei făcute de Sweezy asupra plusvalorii lărgite, pentru că s nici nu poate să includă un astfel de termen, cum ar fi v. A admite că aceasta "nu presupune că o parte din fluxul venitului naţional este* salarii *şi, în acelaşi timp, şi* plusvaloare *(profiturile)* din aceeaşi perioadă; *că o parte din valoarea creată într-un* an dat *este forţă de muncă ne plătită şi, în acelaşi timp şi forţa de muncă plătită!" Superficial, acest argument sună identic cu acela avansat la (4[bis]) de mai sus. Dar la o examinare mai atentă ne arată că se bazează pe modul în care stocurile se dezvoltă din fluxuri. Poziţia lui Steindl presupune faptul că V sau creşte prin el însuşi sau rămâne constant. În fond, toate acestea demonstrează că este imposibil să se elimine "fosila" şi să avem o schemă marxistă a reproducţiei lărgite (Cf. supra, nota 6). O schemă cu două sectoare nu oferă o rezolvare a dilemei (dacă există aşa ceva). Aşa că putem fi de acord cu Sweezy că problema sa constituie "o provocare reală pentru economiştii marxişti" (Sweezy,* Replică, *p. 360).*

[19] *Sweezy,* Teoria, *p. 187.*

Scanned with OKEN Scanner

Dar din (VII) şi (VIII) împreună rezultă:

(VII bis) $$-1-\frac{dv}{dk}<\frac{dl^*}{dk^2}<\frac{l^*}{v+k}\left(1+\frac{dv}{dk}\right),$$

(VIII bis) $$-1<\frac{dv}{dk}<\frac{v}{k}.$$

Strict vorbind, conform (VIIbis), dl^*/dk poate fi chiar negativ, în timp ce d^2l^*/dk^2 poate avea orice semn. Presupunerea că (VIII bis) determină (9a) indică eroarea mai esenţială a argumentului.

Conform oricăreia dintre cele două posibile interpretări pentru w^*, dw^*/dk depinde de dV/dk. Dar valoarea celui din urmă nu poate fi determinată sau limitată numai prin comportamentul capitaliştilor, adică prin (VII) şi (VIII). Această valoare se determină numai prin sistem ca întreg, *inclusiv relaţia tehnică* (V).[20]

Totuşi, teza emisă de Bauer-Sweezy poate fi perfect valabilă în ciuda începutului greşit al demonstraţiei matematice. Dar această problemă nu poate fi clarificată fără examinarea aceleiaşi teze în lumina unui model potrivit. Şi, deoarece (S) se apropie foarte mult de modul de gândire marxist, vom acţiona pe această bază[21].

Argumentul propus de Bauer-Sweezy poate fi prezentat pe scurt astfel:

(1) Comportamentul capitaliştilor fiind cel descris în (VII) şi (VIII), dacă $dy/dt > 0$, atunci $dk/dt > 0$;

(2) Pe de altă parte, condiţia tehnică (V) împreună cu comportamentul capitaliştilor cere ca $dk/dt < 0$, dacă $d^2y/dt^2 < 0$;

---

[20] *Critica lui Domar nu a reuşit să ia în considerare acest aspect al problemei. După ce remarcă faptul că trăsătura fundamentală a capitalismului nu determină nici (9a), nici (6b), Domar ("Problema", p. 793) afirmă că, prin această trăsătură, se ajunge la $d(k/y)/dt > 0$. Dar această expresie presupune dV/dk şi V/k. Concluziile lui Domar privind argumentul lui Sweezy trebuie, astfel, să fie revizuit.*

[21] *O altă variantă ar fi să procedăm* per absurdum, *acceptând (3^{bis}) şi (4^{bis}) ca relaţii de* numere pure. *Vreau să subliniez faptul că, şi în această variantă, adevărul matematic al teoremelor următoare nu este în cele din urmă invalidat. Procedând altfel, nu evităm decât incongruenţele prezentate în secţiunea 1.*

Scanned with OKEN Scanner

(3) Prin urmare, în cazul în care venitul național crește cu o rată descrescătoare, valoarea *comportamentului* pentru *dk/dt* este mai mare decât valoarea *de echilibru*. De aceea, "producția de bunuri de consum va avea o tendință continuă de a depăși cererea"[22].

Totuși, se poate demonstra că ambele premise, (1) și (2), pe care se bazează concluzia (3) sunt false. Următoarea teoremă demonstrează acest lucru pentru (1).

TEOREMA 1. *Sunt funcții de t care satisfac* (VII) *și* (VIII), *astfel încât* $\dot{y} > 0$ și $\dot{k} < 0$[23].

Demonstrație: Să luăm în considerare următoarele funcții de t pentru $t \geq 0$;

$$k = Ae^{-(\alpha+\beta)t}, \quad v = e^{-\alpha t}(1 - Ae^{-\beta t}), \quad I = B - \gamma e^{-\alpha t} \tag{10}$$

în care

$$0 < \alpha < 1, \quad 1 < \beta, \quad 0 < A < 1 + \alpha(\gamma - 1), \quad 0 < \gamma < 1, \quad \gamma < B. \tag{11}$$

Deoarece $\dot{k} < 0$, din (VII) și (VIII) obținem mai întâi:

$$\dot{k}\frac{da}{dk} = \dot{a} < 0, \qquad \dot{a}\frac{ds}{da} = \dot{s} < 0. \tag{12}$$

Aceste condiții sunt în mod clar îndeplinite de (10), deoarece:

$$\dot{a} = \dot{k} + \dot{v} = -\alpha e^{-\alpha t}, \qquad \dot{s} = \dot{a} + \dot{I} = -\alpha(1 - \gamma)e^{-\alpha t}. \tag{13}$$

Celelalte condiții pentru comportamentul capitaliștilor sunt și ele satisfăcute:

$$a\dot{k} - \dot{a}k = -\beta A e^{-(2\alpha+\beta)t} < 0$$
$$\dot{a}I - a\dot{I} = -\alpha B e^{-\alpha t} < 0. \tag{14}$$

În plus, avem:

$$\dot{y} = \dot{v} + \dot{s} = e^{-\alpha t}(1 - \alpha + \alpha\gamma - Ae^{-\beta t}) > 0. \tag{15}$$

Q.E.D.

---

[22] *Sweezy, Teoria, p. 189.*

[23] *Pentru concizie vom folosi punctele pentru derivatele în raport cu timpul; $\dot{x}$ pentru dx/dt, $\ddot{x}$ pentru d^2x/dt^2 etc.*

Scanned with OKEN Scanner

Falsitatea primei premise a argumentului este dovedită de teorema 2. Înainte de enunțarea acestei teoreme, trebuie, totuși, să introducem unele definiții și să demonstrăm unele leme utile.

Definiția I. *Dacă toate funcțiile v, k, I, y, precum și primele lor derivate față de t sunt pozitive, atunci* (S) *va fi numit sistem care crește.*

Din (V), (VI) și (IX) obținem:

$$k = \lambda(v + \dot{v} + \dot{I}), \qquad \dot{k} = \lambda(\dot{v} + \ddot{v} + \ddot{I}) \tag{16}$$

și

$$\dot{y} = \frac{k}{\lambda} + \dot{k}, \qquad \ddot{y} = \frac{\dot{k}}{\lambda} + \ddot{k}. \tag{17}$$

Pentru un sistem care crește, relațiile (VII) și (VIII) devin:

$$\frac{\dot{v} + \lambda(\dot{v} + \ddot{v} + \ddot{I})}{v + \lambda(v + \dot{v} + \dot{I})} > \frac{\dot{I}}{I}, \quad \frac{\ddot{v} + \ddot{I}}{\dot{v} + \dot{I}} > \frac{\dot{v}}{v}. \tag{18}$$

Observația I. Pentru a avea un sistem care crește (S), trebuie numai să considerăm *v* și *I* ca funcții pozitive și crescătoare de *t*, astfel încât ambele expresii (16) să fie pozitive, iar inegalitățile (18) să fie satisfăcute. Totuși, trebuie să observăm că, în concordanță cu ipotezele noastre strict necesare, funcțiile *v*(*t*) și *I*(*t*) nu au, în mod necesar peste tot, a doua derivată[24]. Aceasta ridică problema înțelesului celei de a doua formule de la (16) și al formulei de la (18). Conform (2), totuși *k*(*t*) are o derivată peste tot (exceptând cazul în care suma *dv*/*dk* + *dI*/*dk* ar fi zero). Rezultă că, și în cazul în care $\ddot{v}$, $\ddot{I}$ nu ar exista peste tot, integrala lui (2) este de natură să facă $\ddot{v}+\ddot{I}$ o funcție continuă de *t* ori și unde *k* este continuu.

Deoarece numai suma $\ddot{v}+\ddot{I}$ intră în formulele (16) și (18), putem folosi notațiile $\ddot{v}$, $\ddot{I}$, chiar dacă aceste derivate ar putea să nu existe separat. Prin urmare, trebuie să alegem *v* și *I* astfel încât $\ddot{v}+\ddot{I}$ să fie continuă (pe lângă condițiile menționate anterior în cadrul acestei observații).

---

[24] *Supra, nota 9.*

Scanned with OKEN Scanner

Definiția II: *Dacă un sistem care crește* (S) *satisface inegalitățile*:

$$\frac{\ddot{v}+\ddot{I}}{\dot{v}+\dot{I}} > \frac{\dot{v}}{v} > \frac{\dot{I}}{I} \qquad (18bis)$$

îl vom numi un sistem care crește puternic.

Lema 1. *Sistemul*:

$$v = A + Be^{\alpha t}, \qquad I = A' + B' e^{\alpha t} \qquad (19)$$

în care

$$A, B, A', B', \alpha > 0, \qquad A'B - B'A > 0 \qquad (20)$$

este un sistem care crește puternic.

Demonstrația se face direct.

Lema 2. *Dacă se dă un sistem care crește puternic* (v,*I*) *care nu este de forma* (19), *putem obține un alt sistem care crește puternic* (v*, *I**), *diferit de* (v,*I*).

Demonstrație. Mai întâi alegem arbitrar originea pentru *t*. Apoi determinăm *A*,*B*,*A*',*B*', α prin sistemul:

$$\begin{aligned} A + B &= v(0), & A' + B' &= I(0), \\ \alpha B &= \dot{v}(0), & \alpha B' &= \dot{I}(0), \\ \alpha^2 (B + B') &= \ddot{v}(0) + \ddot{I}(0). \end{aligned} \qquad (21)$$

Deoarece (*I*, v) este un sistem care crește puternic, necunoscutele, după cum se observă ușor, satisfac relația (20). Prin urmare, sistemul:

$$v^*(t) = \begin{cases} v(t) \text{ pentru } t \le 0, \\ A + Be^{\alpha t} \text{ pentru } t \ge 0, \end{cases} \qquad I^*(t) = \begin{cases} I(t) \text{ pentru } t \le 0, \\ A' + B' e^{\alpha t} \text{ pentru } t \ge 0, \end{cases} \qquad (22)$$

este un sistem care crește puternic, diferit de (*I*, v). Q.E.D.

TEOREMA 2. *Există sisteme* (S) *care cresc puternic astfel încât* y *să fie negativ pentru unele valori ale lui t.*

Demonstrație: Fie (*v*, *I*) un sistem care crește puternic astfel încât .. să fie pozitiv pentru toate valorile *t* în care există, și să presupunem că *t* = 0 este o asemenea valoare. Vom scrie:

$$v_1(t) = v(0) + \dot{v}(0)t + v_2\frac{t^2}{2!} + v_3\frac{t^3}{3!}$$
$$I_2(t) = I(0) + \dot{I}(0)t + I_2\frac{t^2}{2!} + I_3\frac{t^3}{3!} \quad (23)$$

în care

$$v_2 + I_2 = \ddot{v}(0) + \ddot{I}(0) \quad (24)$$

și v_3, I_3 sunt niște parametri care vor fi stabiliți mai târziu. Deoarece $v_1(0) = v(0)$, $\dot{v}_1(0) = \dot{v}(0)$, $I_1(0) = I(0) = \dot{I}_1(0) = \dot{I}(0)$, $\ddot{v}_1 + \ddot{I}_1(0) = \ddot{v}(0) + \ddot{I}(0)$ și fiindcă (v, I) este un sistem care crește puternic, continuitatea funcțiilor (23) garantează existența unui interval non-nul $0 \le t \le t'$ în care (v_1, I_1) îndeplinește condițiile unui sistem care crește puternic. Dacă v_1, I_1 sunt introduse în (16) și (17), obținem:

$$\ddot{y}_1(t) = \dot{v}(0) + \ddot{v}(0) + \ddot{I}(0) + \lambda(v_2 + v_3 + I_3) + (v_2 + v_3 + \lambda v_3 + I_3)t + v_3\frac{t^2}{2} \quad (25)$$

Putem alege ν_2, ν_3, I_3 astfel încât $\ddot{y}_1(0) < 0$. Atunci, există un interval $0 < t \le t''$ în care $\ddot{y}_1(t) < 0$. Fie T cel mai mic al t', t''. Dar, în T, valorile ν_1 și I_1 îndeplinesc condițiile unui sistem care crește puternic, Conform lemei 2, în T putem combina funcțiile $v^*(t)$, $I^*(t)$ de tipul (19).

Astfel, sistemul care corespunde la

$$\bar{v}(t) = \begin{cases} v(t) \text{ pentru } t \le 0, \\ v_1(t) \text{ pentru } 0 \le t \le T, \\ v^*(t) \text{ pentru } T \le t, \end{cases} \quad \bar{I}(t) = \begin{cases} I(t) \text{ pentru } t \le 0, \\ I_1(t) \text{ pentru } 0 \le t \le T, \\ I^*(t) \text{ pentru } T \le t \end{cases} \quad (26)$$

este un (S) care crește puternic, pentru care $d^2\bar{y}/dt^2 < 0$ pentru $0 < t \le T$.

Q.E.D.

Imperfecțiunea acumulării capitaliste este stabilită de Sweezy și prin alt argument: comportamentul capitaliștilor poate avea ca rezultat numai un raport descrescător între rata consumului și rata de investire a capitalului, în timp ce condițiile tehnice cer ca acest raport să fie constant[25]. Evident, acest argument, dacă este corect, va fi mult mai

[25] *Sweezy*, Teoria, *p. 182. Raportul tehnic este 1/λ, din relația (V).*

Scanned with OKEN Scanner

puternic decât acela prezentat pe scurt la pag. 233 [p.406 a acestui volum], deoarece, atunci, capitalismul nu ar fi niciodată în echilibru, chiar dacă $\ddot{y} > 0$ sau $\ddot{y} \leq 0$. Totuşi, se poate demonstra că şi acest argument este fals.

TEOREMA 3. *Există funcţii de t care îndeplinesc condiţiile de comportament* (VII) *şi* (VIII), *astfel încât raportul dintre rata de creştere a producţiei şi rata de creştere a capitalului constant cresc*[26].

Demonstraţie. Folosind funcţiile de la (10), avem:

$$\frac{v + \dot{v} + \dot{I}}{k} = \frac{1}{A}\left[(1 - \alpha + \alpha\gamma)e^{\beta t} + A(\alpha + \beta - 1)\right] > 0. \qquad (27)$$

Q.E.D.

III. O proprietate fundamentală a sistemului (S)

Lema 1 dovedeşte că un sistem (S) "capitalist" ar putea să crească astfel ca venitul naţional net să crească continuu cu o rată *crescătoare*. Pe de altă parte, teorema 2 demonstrează că există sisteme (S) care cresc pentru care venitul naţional net creşte cu o rată *descrescătoare* pe unele intervale. Acum să punem întrebarea dacă situaţia simetrică din tema 1 există, şi anume dacă există un sistem care creşte pentru care $\ddot{y}$ poate rămâne negativ după o anume valoare t. Răspunsul la întrebare este negativ, aşa cum indică următoarele:

TEOREMA 4. *Nu există nici un sistem care creşte* (S) *astfel încât* $\ddot{y} \leq 0$ pentru oricare $t \geq t_0$.

Demonstraţie: Deoarece detaliile demonstraţiei variază în funcţie de faptul dacă $\lambda \gtrless 1$ (totuşi, fără a fi nevoie de o metodă diferită de demonstraţie), vom prezenta demonstraţia numai pentru cazul $\lambda > 1$.[27]

---

[26] *Deoarece Sweezy (ibid., p. 187) defineşte consumul ca w* + I* şi deoarece w* = w = v, "consumul" său este, de fapt, "producţie" în accepţiunea noastră (cu excepţia termenului dI/dt). Strict vorbind, ar fi mult mai realist să raportăm capitalul constant la producţie decât la consum.*

[27] *Având în vedere faptul că valoarea* λ *este determinată de condiţia* $\mu = 1$, *mă îndoiesc că pe baze de* a priori, *putem susţine că* $\lambda > 1$ *este singurul caz rezultat.*

Scanned with OKEN Scanner

Demonstrația va arăta că ipoteza $\ddot{y} \leq 0$ pentru oricare $t \geq 0$ este în contradicție cu proprietățile lui (S).

Fie:

$$\ddot{y} = -e^{t/\lambda} p(t) \tag{28}$$

în care $p(t) \geq 0$. Pentru evitarea unor complicații inutile, vom presupune că $p(t)$ există peste tot, cu excepția unui număr de valori izolate.

Din (17) obținem:

$$e^{t/\lambda}\left(\frac{k}{\lambda} + \ddot{k}\right) = -p(t) \tag{29}$$

rezultând:

$$e^{t/\lambda}\dot{k} = C' - \int_0^t p(t)dt. \tag{30}$$

Dar, deoarece $\dot{k} > 0$, trebuie să avem

$$C' \geq \lim_{t=+\infty} \int_0^t p(t)dt, \quad \lim_{t=+\infty} p(t) = 0. \tag{31}$$

Să punem

$$\chi(t) = \int_t^{\infty} p(t)dt. \tag{32}$$

Datorită relației (31):

$$\lim_{t=+\infty} \chi(t) = 0. \tag{33}$$

Din (30) obținem:

$$\dot{k} = [C + \chi(t)]e^{-t/\lambda}, \quad C \geq 0 \tag{34}$$

și, în continuare:

$$k = \lambda[C_0 - Ce^{-t/\lambda} - \gamma(t)] \tag{35}$$

în care:

$$\gamma(t) = \frac{1}{\lambda}\int_t^{\infty} e^{-t/\lambda}\chi(t)dt. \tag{36}$$

Scanned with OKEN Scanner

Datorită relației (33), această integrală există. Și, deoarece k este o funcție pozitivă și crescătoare de t, trebuie să avem:

$$k(0) = \lambda\left[C_0 - C - \gamma(0)\right] > 0, \quad k(+\infty) = \lambda C_0 > 0. \tag{37}$$

Acum, deoarece v trebuie să crească mai puțin rapid decât k, $v(+\infty)$ trebuie să fie finit. Prin urmare, și $a = k + v$ este limitat. Dar I trebuie să crească mai rapid decât a; de aceea, și I, de asemenea, trebuie să fie limitată. Deoarece $\dot{I} > 0$, rezultă că:

$$\lim_{t=+\infty} \int_0^t \dot{I}dt < +\infty, \ \lim_{t=+\infty} \dot{I} = 0. \tag{38}$$

Din (V) obținem:

$$v + \dot{v} = C_0 - Ce^{-t/\lambda} - \gamma(t) - \dot{I}(t) \tag{39}$$

din care, prin integrare, rezultă:

$$v = C_0 - \frac{C\lambda}{\lambda - 1} e^{-t/\lambda} + \left[v_0 - \Gamma(t) - L(t)\right]e^{-t} \tag{40}$$

în care:

$$\Gamma(t) = \int_0^t e^t \gamma(t)dt, \ L(t) = \int_0^t e^t \dot{I}(t)dt. \tag{41}$$

Pentru a stabili dacă (35) și (40) sunt compatibile cu un (S) care crește, vom examina problema pentru t suficient de mare. În acest caz, formulele corespunzătoare pentru k și v pot fi înlocuite cu unele expresii asimptotice, $\tilde{k}$ și $\tilde{v}$.

Pentru determinarea acestor expresii asimptotice, vom observa că, deoarece $\lambda > 1$, $e^{-t/\lambda}$ tinde mai lent către zero decât e^{-t} și mai lent decât ambii $\gamma(t)$ și $\Gamma(t)$. Într-adevăr, din (36) și (41) avem:

$$\lim_{t=+\infty} e^{t/\lambda}\Gamma(t) = \lim_{t=+\infty} e^{t/\lambda}\gamma(t) = 0. \tag{42}$$

Există mai multe variante care vor fi avute în vedere.

(A) $C \neq 0$. În acest caz, $e^{-t/\lambda}$ reprezintă primul ordin infinitezimal și avem:

$$\begin{aligned} \tilde{k} &= \lambda(C_0 - Ce^{-t/\lambda}) \\ \tilde{v} &= C_0 - \frac{\lambda C}{\lambda - 1} e^{-t/\lambda} - L(t)e^{-t}. \end{aligned} \tag{43}$$

Scanned with OKEN Scanner

Acum, dacă:

$$\lim_{t=+\infty} e^{t/\lambda} I = M < +\infty, \tag{44}$$

avem:

$$e^{-t} L(t) \cong M e^{-t/\lambda} \tag{45}$$

care, introdusă în (43), are ca rezultat:

$$\tilde{v} + C_0 - \left(\frac{\lambda C}{\lambda - 1} + M\right) e^{-t/\lambda}. \tag{46}$$

Se observă uşor că $\tilde{v}$ creşte mai repede decât $\tilde{k}$ şi, de aceea ipoteza (44) este incompatibilă cu structura lui (S).

Dacă, în (44), $M = +\infty$, atunci $e^{-t/\lambda}$ tinde mai repede către zero decât Le^{-t} şi avem:

$$\tilde{k} = \lambda C_0, \quad \tilde{v} = C_0 - L(t)e^{-t}. \tag{47}$$

Acest caz trebuie respins din acelaşi motiv ca mai sus.

(B) $C = 0$. În acest caz $\gamma(t) \neq 0$. Există mai multe alternative.

(B1) *Ambele integrale* (41) *converg pentru* $t = +\infty$. Nu este posibil să avem:

$$v_0 - \Gamma(+\infty) - L(+\infty) \geq 0, \tag{48}$$

pentru că, atunci:

$$v_0 - \Gamma(t) - L(t) > 0 \tag{49}$$

şi $\dot{v}$ ar fi negativ. Şi dacă:

$$v_0 - \Gamma(+\infty) - L(+\infty) < 0 \tag{50}$$

avem:

$$\begin{aligned} \tilde{k} &= \lambda C_0 \\ \tilde{v} &= C_0 + [v_0 - \Gamma(+\infty) - L(+\infty)]e^{-t}. \end{aligned} \tag{51}$$

Aceasta trebuie respinsă, deoarece v ar creşte mai repede decât k pentru t suficient de mare.

(B2) *Numai* Γ *este convergent. În acest caz:*

$$\tilde{k} = \lambda C_0, \quad \tilde{v} = C_0 - e^{-t} L(t) \tag{52}$$

Scanned with OKEN Scanner

din care rezultă un raport descrescător $\tilde{k}/\tilde{v}$.

(B3) *Numai L este convergent. Dacă* Γ *este divergent în timp ce:*

$$\lim_{t=+\infty} e^t \Gamma(t) < +\infty \tag{53}$$

avem:

$$\tilde{k} = \lambda C_0, \qquad \tilde{v} = \lambda C_0 - e^{-t}\Gamma(t) \tag{54}$$

care trebuie respinsă din aceleaşi motive de la (B2). Apoi vom examina alternativa:

$$\lim_{t=+\infty} e^t \Gamma(t) = +\infty. \tag{55}$$

Dacă această alternativă este adevărată, $\dot{\gamma}(t)e^t$ nu poate să tindă către zero în timp ce t tinde spre + ∞. Pe altă parte, avem:

$$\Gamma(t) = \gamma(t)e^t - \gamma(0) - \int_0^t \dot{\gamma}(t)e^t dt. \tag{56}$$

Şi, deoarece prin (36) $\dot{\gamma}(t)$ devine negativ, rezultă că:

$$\tilde{\Gamma}(t) = \epsilon(t)\gamma(t)e^t, \qquad \epsilon(t) > 1. \tag{57}$$

Prin urmare:

$$\tilde{k} = \lambda(C_0 - \gamma), \qquad \tilde{v} = C_0 - \epsilon\gamma, \tag{58}$$

din care, din nou rezultă un raport descrescător $\tilde{k}/\tilde{v}$.

(B4) *Atât* Γ, *cât şi* L *sunt divergente. Singurul caz care nu poate fi redus, în mod direct, la unul dintre tipurile examinate la* (B2) *şi* (B3) *este acela în care:*

$$\lim_{t=+\infty} L(t)/\Gamma(t) = \delta, \qquad 0 < \delta < +\infty. \tag{59}$$

Cazul în care (53) ar fi adevărată este eliminat prin acelaşi argument de la (B3). Dacă, totuşi, (55) este dominanta, atunci:

$$\tilde{k} = \lambda(C_0 - \gamma), \ \tilde{v} = C_0 - (\epsilon + \delta)\gamma, \tag{60}$$

din care, de asemenea, rezultă un raport descrescător $\tilde{k}/\tilde{v}$.

Scanned with OKEN Scanner

Cu aceasta, toate variantele au fost analizate şi s-a demonstrat că ele contrazic o proprietate a lui (S). Q.E.D.

Observaţia 2. Trebuie să reţinem că $\ddot{y}$ poate rămâne negativ într-un sistem (S) în care v şi k cresc, dar I descreşte. Aceasta reiese din următorul exemplu:

$$k = \lambda(C_0 - Ce^{-t/\mu}), \qquad v = C_0 - Be^{-t/\mu},$$
$$I = I_0 + (\mu C - \mu B + B)e^{-t/\mu} \tag{61}$$

în care

$$\mu < \lambda, \qquad B > C > C_0, \qquad 0 \leq t. \tag{62}$$

IV. **Observaţii finale**

Acum vom prezenta pe scurt punctele esenţiale din analiza precedentă şi le vom adăuga câteva observaţii.

1. După cum am văzut (teorema 3), prin simpla cunoaştere a comportamentului capitaliştilor, aşa cum îl descrie economia marxistă, nu se poate stabili dacă raportul dintre mijloacele de producţie, K, şi producţia de bunuri de consum, $w + I + v$, este descrescătoare.

2. Am mai constatat că un sistem economic care corespunde descrierii marxiste a capitalismului (corectat în cazul absurdităţilor dimensionale) poate să *crească* - chiar să *crească puternic* - deşi venitul său naţional net creşte numai cu o rată *descrescătoare* (teorema 2).

Prin urmare, ipoteza că descrierea marxistă a capitalismului este valabilă, din punct de vedere epistemologic, o perioadă în care venitul naţional net al economiei capitaliste creşte cu o rată descrescătoare nu justifică prezicerea prăbuşirii capitalismului. Mai mult, numărul de perioade în care venitul naţional net al unei economii capitaliste în dezvoltare cu o rată descrescătoare poate fi nelimitat (teorema 2). Prin urmare, nici măcar repetarea acestor etape nu justifică acea preciziune.

3. Totuşi, este adevărat că o etapă în care venitul naţional dintr-o economie capitalistă în creştere creşte cu o rată descrescătoare nu poate dura nelimitat (teorema 4). Astfel, se pare că am putea să declarăm sfârşitul sistemului capitalist, cu condiţia ca să ştim că am intrat, în fapt, într-o asemenea etapă fără sfârşit. Dar cum putem cunoaşte în practică că etapa este fără sfârşit şi nu una temporară?

Scanned with OKEN Scanner

4. Pe de altă parte, nu este foarte clar de ce, într-o economie capitalistă în creştere, consumul capitaliştilor trebuie să crească. De fapt, conform chiar teoremei marxiste a concentrării, numărul capitaliştilor trebuie să scadă continuu. Cu cât este mai rapidă concentrarea, cu atât mai probabil va descreşte consumul categoriei capitaliştilor. Dacă se întâmplă aceasta, atunci nici una nu este o etapă durabilă în care venitul naţional creşte cu o rată descrescătoare, incompatibilă cu o economie care creşte din toate celelalte puncte de vedere (observaţia II).

5. La timpul potrivit, am subliniat faptul că, în conformitate cu raţionamentul marxist, nu există nici o relaţie tehnică între producţie şi capitalul variabil, adică între producţie şi ocuparea forţei de muncă[28]. Funcţia de producţie globală a sistemului capitalist este, astfel, redusă numai la o relaţie între producţie şi capitalul constant. Aceasta este în deplină concordanţă cu ideea că gradul de ocupare a forţei de muncă depinde exclusiv de interesul capitaliştilor de a recurge, mai mult sau mai puţin, la armata de rezervă. Cu alte cuvinte, ocuparea forţei de muncă este determinată de capitalul variabil pe care capitaliştii doresc să îl aibă şi nu de o condiţie tehnică[29]. Prin urmare, dat fiind că comportamentul capitaliştilor este cel de la (VII) şi (VIII), nu putem admite eventual şi o relaţie *independentă* între producţie şi ocupare. Pentru că, dacă am adăuga o asemenea relaţie, numărul de ecuaţii pentru (S) ar creşte cu o unitate şi, astfel, ar deveni mai mare decât acela al variabilelor sistemului. Sistemul capitalist ar fi, atunci, un sistem imposibil *ab initio*, imposibil ca un pătrat cu cinci laturi.

Este greu de înţeles atunci cum se poate împăca economia marxistă cu afirmaţia conform căreia capitalismul produce mai multe bunuri de consum decât este cererea pentru ele. Dacă nu există nici o relaţie tehnică între ocupare şi producţie, nu există nici o ecuaţie a cererii în sistem. Muncitorii *angajaţi* nu presupun cererea: ei primesc şi consumă întotdeauna ceea ce rezultă din comportamentul capitaliştilor[30]. Această

---

[28] *Supra, p. 401.*

[29] *K.Marx,* Capitalul, *vol.I (Chicago, 1932), cap. XXV, sec. III.*

[30] *Să ne amintim că una dintre ideile importante ale învăţăturii marxiste este aceea că în capitalism se produce întotdeauna mai puţin decât cererea, dacă "cererea" este înţeleasă ca "nevoie". Vezi afirmaţia categorică făcută de K.Marx şi de F.Engels,* Corespondenţă, *1846-1895 (New York, 1935), p. 199.*

Scanned with OKEN Scanner

caracteristică a poziției marxiste i-a derutat pe mulți continuatori ai lui Marx care - ca Rosa Luxemburg, mai ales - au continuat să se întrebe: "De unde apare cererea [într-un sistem capitalist]?"[31]

Desigur, capitaliștii nu ar putea să se decidă imediat asupra preferințelor *reale* când se confruntă cu situații personale complet noi. Toate deciziile economice din cadrul unui sistem evolutiv sunt supuse acestui gen de eroare. Evident, asemenea erori de apreciere produc unele *șocuri* în timpul funcționării sistemului, dar este foarte improbabil ca aceste șocuri să se acumuleze în aceeași direcție, astfel încât să producă o deviere de lungă durată de la cursul stabilit prin sistemul de ecuații propriu-zis.

6. În prefața unei remarcabile mici cărți, Erwin Schrödinger a exprimat opinia că dificultatea analizei procesului vieții nu rezidă în complicațiile matematice, ci în faptul că procesul este prea complicat pentru matematică[32]. Această observație se aplică foarte bine și la problema viitorului capitalismului. Capitalismul, ca toate celelalte sisteme economice care l-au precedat și care vor apărea datorită evoluției continue a societății umane, este o formă de viață. Unele aspecte ale funcționării sale se supun foarte bine analizei matematice. Totuși, când ajungem la problema *evoluției* sale, a trecerii sale într-o altă formă matematică se dovedește un instrument prea rapid și, de aceea, prea simplu pentru abordarea sa. Demonstrațiile matematice privind viitoarele schimbări evolutive dintr-un domeniu ar trebui, așadar, să fie privite cu scepticism, chiar dacă, spre deosebire de cele analizate în prezenta lucrare, sunt ireproșabile din punct de vedere matematic.*

---

[31] *Rosa Luxemburg,* Acumularea capitalului *(New Haven, 1951), p. 19.*

[32] *Erwin Schrödinger,* Ce este viața? *(Cambridge, Anglia, 1955), p. 1.*

* *Un post-scriptum la acest articol constă în replicile mele la critica din lucrarea lui Georges Bernard,* Quelques réflexions sur les modèles de croissance, Econometrica, *XXXI (1963), p. 219-229. Vezi Georgescu-Roegen,* Câteva idei privind modelele creșterii: un răspuns, *ibid., p. 230-236;* O replică, *ibid., p. 239.*

BIBLIOTECA JUDEȚEANĂ "GH. ASACHI" IAȘI

Scanned with OKEN Scanner

EDITURA Expert

Licența Ministerului Culturii nr. 1442/1992
Consilier editorial: **Valeriu IOAN-FRANC**

Redactori: **Ecaterina IONESCU, Daniela POENARU**
Machetare și tehnoredactare computerizată: **Victor PREDA**

ISBN – 973 - 9282 - 87 - 3 **Depozit legal trim. II, 2000**

Scanned with OKEN Scanner

În colecția
„Biblioteca
Băncii Naționale"
Nicholas GEORGESCU-ROEGEN
OPERE COMPLETE

I **Omul și opera** (apărut 1996)

II **Economia României**
(apărut 1997)

III **Statistică și matematică**

* **Metoda statistică**
(apărut 1998)

** **Statistică și matematică**
(apărut 1998)

IV **Economie analitică**

* **Teme și probleme**
(apărut 2000)

** **Articole, studii, scrisori**
(în curs de apariție)

V **Legea entropiei și procesul economic** (apărut 1996)

VI **Energia, resursele naturale și teoria economică**

VII **Epistemologia roegeniană**

Scanned with OKEN Scanner

ISBN 973-9282-87-3 Apărut 2000

Metoda științelor economice rămâne - și se pare că va rămâne cu toate încercările în sens opus - aceea a experimentului mental căruia i se asociază introspecția. Există atacurile cunoscute îndreptate împotriva acestei modalități de sprijinire a legilor științifice. Totuși, ne putem apăra poziția, argumentând că, în măsura în care tratăm poziția consumatorului, introspecția se justifică prin însăși problema respectivă.

În același timp, putem căuta o modalitate de abordare mai sigură. La aceasta se poate ajunge, de exemplu, prin formularea experimentului nostru mental astfel încât să sugereze și să dirijeze pas cu pas modelul unui experiment real care ar putea fi făcut în viitor, depinzând de posibilitățile tehnice din acest domeniu.

Implicit, această schemă va impune, dacă dorim să procedăm științific, ca toate rezultatele experimentului mental care nu sunt "evidente" *a priori* să fie prezentate ca ipoteze suplimentare. Astfel, putem să ajungem la formularea unui set necesar și suficient de ipoteze pentru atacarea problemei și să obținem un fel de măsură a limitei până la care experimentul nostru mental se poate abate față de o cercetare similară reală. Pentru a menține acest paralelism dintre experimentul mental și cel real, formularea postulatelor noastre să se facă în așa fel încât să definească în mod direct studiul fizic corespunzător și asta constituie, fără îndoială, calea cea mai recomandabilă.

***N. Georgescu-Roegen** - Introducere în "Teoria pură a comportamentului consumatorului", publicată în **Quarterly Journal of Economics**, L (1936).*

colecția BIBLIOTECA BĂNCII NAȚIONALE

13

Nicholas
GEORGESCU-ROEGEN

Economie analitică

IV*

Scanned with OKEN Scanner